تراثنا

مفتاح الحساب

تأليف

جمشيد غياث الدين الكاشي

تحقيق وشرح

الأستاذ أحمد سعيد الدمرداش . الدكتور محمد حمدي الحفني الشيخ

مراجعة

الأستاذ عبد الحميد لطفي

دار الكاتب العربي للطباعة والنشر

بالقاهرة

تراثنا

مفتاح الحساب

تأليف

جمشيد غياث الدين الكاشي

تحقيق وشرح

الأستاذ أحمد سعيد الدمرداش . الدكتور محمد حمدي الحفني الشيخ

مراجعة

الأستاذ عبد الحميد لطفي

دار الكاتب العربي للطباعة والنشر
بالقاهرة



تصدير عام

(١) سمرقند فى منظور

دلت الحفريات الحديثة التى أجراها العلماء السوفيت ، فى إقليم أوزبكستان إحدى الجمهوريات الإسلامية الست فى الاتحاد السوفيتى ، على أن سمرقند ، وبخارى ، وترمذ ، كانت على جانب كبير من الحضارة قبل غزو الإسكندر المقدونى لها ، وبنيت سمرقند فوق أطلال مدينة قديمة كان لها شأن كبير ، ويقال لها إفراسياب تمجيداً للبطل الإيرانى الأسطورى طوران ، ويرجح بعض الرواة أن الإسكندر قضى شتاء فى مدينة سمرقند فى أثناء غزواته لوسط آسيا والهند .

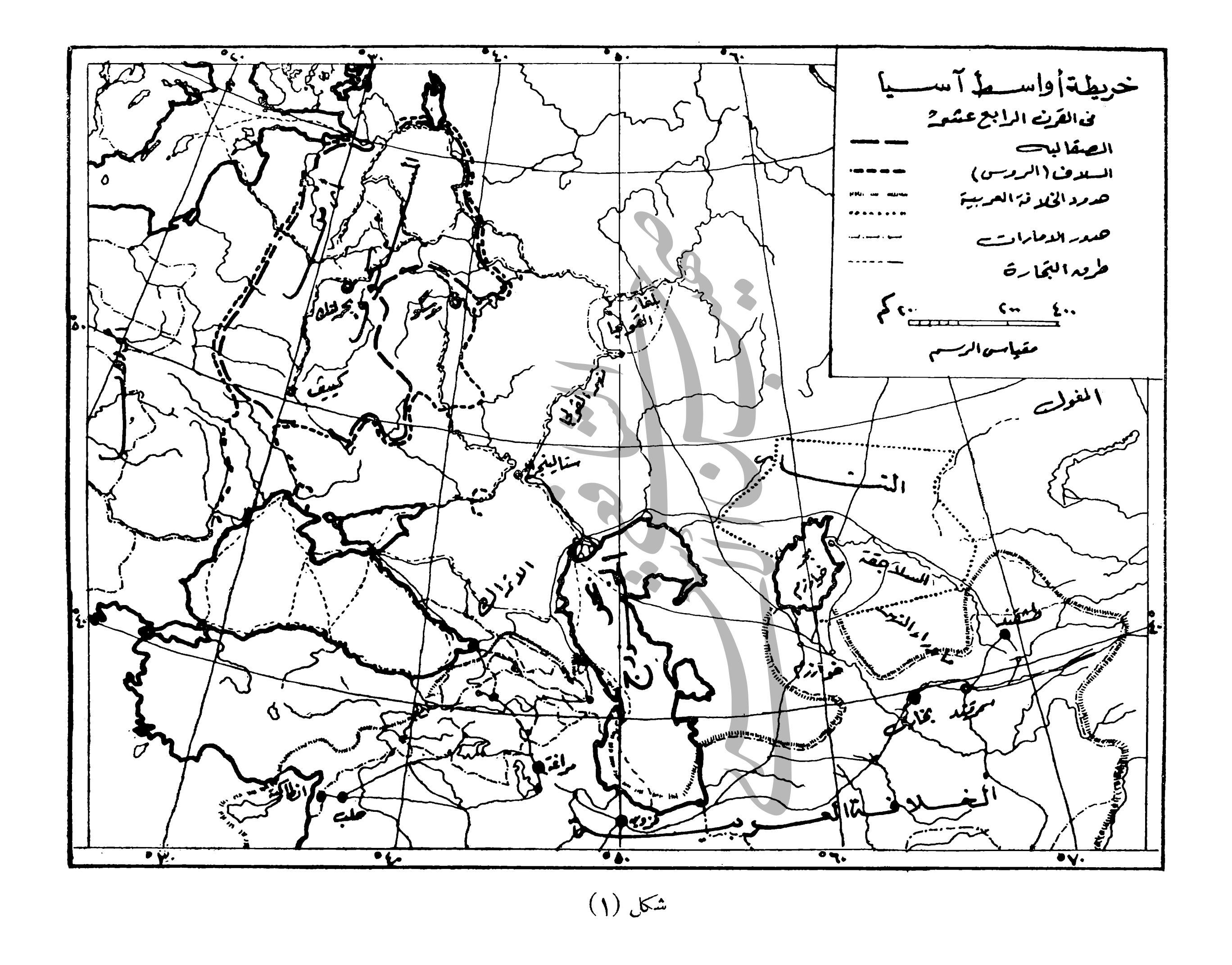
ثم تقاسمها خلفاء الإسكندر فى العصر السلوقى ، فكانت إحدى ولايات بكتريا العظيمة ، التى كانت تضم أوزبكستان طاجيكستان الحاليتين ، وأفغانستان ، وإيران والعراق وسوريا ، فكانت ندا للإمبراطورية الرومانية ، بل وقفت سداً منيعاً لها فى الشرق .

ثم كان الفتح الإسلامى فى العصر الأموى على يد قتيبة بن مسلم الباهلى ، فاتح بلاد ماوراء النهر ، وأدارها الحجاج بن يوسف الثقفى الشهير ، حاكم العراق وخراسان من قبل الخليفة عبد الملك بن مروان خير إدارة ، فزحفت اللغة العربية زحفاً وئيداً ، وأخضعت اللغات التركية والأوزبكية والخوارزمية والفارسية التى كانت سائدة فى تلك المناطق ، ثم كان لها المقام الأول فى شتى المجالات ، وبرز من العلماء والفقهاء أمثال الإمام البخارى والإمام الترمذى فى بخارى وترمذ ، واشتهرت سمرقند بأسوارها المنيعة وحدائقها الناضرة ، وثقافاتها الهيلينستية والهندية والصينية والعربية .

ونظراً لأنها كانت تقع على مفترق الطرق للقوافل التجارية شكل (١) بين الصين والهند شرقاً ، وإيران جنوباً ، وحوض الفولجا ثم أوروبا غرباً ، فقد ازدهرت فيها البيوت التجارية ، والصناعات الحرفية مثل صناعة الخزف والقاشانى ومواسير المياه الفخارية ، والورق والزجاج والخرز الزجاجى والطباعة بمختلف صبغاتها النباتية على الأقمشة الحريرية وغيرها .

وفى العهد السامانى ظهرت شركات تجارية يتعامل بعضها مع بعض ، ومع أن بنوك التسليف من الطراز الحديث لم يكن لها وجود ، فقد كان من الممكن لمن يحمل سنداً محرراً فى بلد ، أن يقبض قيمته فى مدينة أخرى من قطر آخر .

ويروى ابو شجاع من مؤرخى القرن الحادى عشر ، أن الحوالة التى يعطيها التاجر ، كانت أسهل صرفا من الحوالة التى تعطيها الحكومات ، ولما كان التجار الإيرانيون أكثر عددا من غيرهم ، فقد شاعت الكلمة



خريطة أواسط آسيا
في القرن الرابع عشر
الصقالبة
السلاف (الروس)
حدود الخلافة العربية
حدود الإمارات
طرق التجارة
مقياس الرسم
المغول
السلاجقة
الخلافة العربية
سمرقند
بخارى
خوارزم
الخزر
سراي
كييف
حلب
مراغة

شكل (١)

التى يستعملونها للدلالة على الحوالة ، وهى كلمة « چك » شاعت بصيغتها الفارسية لا بصيغتها العربية « صك » ومن ثم انتقلت إلى غرب أوروبا ، وعم استعمالها فى عالم المال والتجارة .

لقد صاحب قوافل التجارة مؤرخون وعلماء من شتى الجنسيات ، فمنهم عرب نخص بالذكر منهم :

١ — أحمد بن فضلان الذى جاب بلاد الترك فى سنتى ٩٢١ — ٩٢٢ م ، ونشر العالم التركى أحمد زكى وليدى النص العربى لرحلاته مع الترجمة الألمانية لها عام ١٩٣٩ م .

٢ — رحلة أبى دلف .

٣ — رحلة ابن بطوطة (١٣٢٤ — ١٣٥٣ م) يمدح فيها مدينة أوركانج عاصمة خوارزم ، التى كانت تقع على الطريق التجارى بين غرب آسيا وأوروبا والشرق الأقصى ، وقال عنها إنها من أكبر مدن الترك وأهمها وأجملها ، وبها نشأ الزمخشرى والشهرستانى فى القرن الثانى عشر الميلادى .

٤ — رحلة غياث الدين النقاش بالفارسية .

ومنهم صينيون نخص بالذكر من رحلاتهم .

١ — رحلة هيوان — تسانج ، الراهب الصينى الذى جاب فى عام ٦٣٠ م بلاد الترك المسماة (كوك تورك) فى طريقه إلى الهند .

٢ — رحلة تسانج تسونج ، الراهب الذى زار التركستان ، بينما كان جنكيزخان يغير على المناطق الغربية .

ومنهم أوروبيون تجار أو مروجو المسيحية من مبعوثى باباوات روما ولويس التاسع ، نخص بالذكر من رحلاتهم .

١ — رحلة بلانو كاربينى ، وقد أوفده البابا أنوسان الرابع إلى قاراقورم عامى ١٢٤٥ ، ١٢٤٦ م .

٢ — رحلة روبروق القسيس الفرانسيسكانى الذى أوفده لويس التاسع عام ١٢٥٣ م إلى قاراقورم .

٣ — رحلة ماركو بولو (١٢٧١ — ١٢٩١ م) ، وهو تاجر من أهل البندقية سافر إلى بلاد المغول . وجاب الطريق بدخشتان ، وختن وصحراء جوبى ، واتصل بقوبيلاى خان السلطان المغولى ، وطوف فى شمال الصين وجنوبها ، ثم رجع بطريق البحر مارا بالملايو وبورما والهند وإيران ، ونشرت رحلته هذه بالإنجليزية فى لندن عام ١٨٧٦ م .

٤ — رحلة قلاويخو الإسبانى ، أوفد من قبل قسطلة لزيارة تيمورلنك فى سمرقند بين عام ١٤٠٢ — ١٤٠٧ م .

كل هذه الرحلات كانت همزة التنوير بين الشرق والغرب ، تحمل معها ما استجد من علوم وفنون

ومخطوطات ، أثرت فى جميع المناطق التى عبرتها ، أسواق تزدهر بالحركة ، وسلع نادرة تعرض فى زهو ، ومجادلات علمية يتبادلها القوم كلما ألقت القافلة مراسيها ، حتى الألفاظ تبادلوها ، فلقب خان صينى الأصل ، وكذلك كلمة خاتون التى تدل على لقب أسمى من أميرة ، دخلت التركية من الصينية ، وتفرعت إلى أولو خاتون أى السيدة الكبيرة ، وكوجو خاتون أى السيدة الصغيرة ، سمعها ابن بطوطة أثناء زيارته لمعسكر أوزبك خان .

ومن الكلمات أيضا « ألاتو » وهى قطعة من الحرير يمسك بها الرجل لينظف أنفه ، ومن المعروف أن منديل الأنف لم يكن مستعملا فى العصور القديمة أو المتوسطة لا عند الأغارقة القدماء ولا عند المسلمين ، ولكنه كان يستعمل منذ أقدم الأزمنة فى الصين واليابان ، ولم يستعمله الأوربيون إلا فى القرن الخامس عشر بعد أن عرفت حضارة الشرق الأقصى .

ونكاد نجزم بأن العلوم الرياضية كانت تتبادلها الحضارات المعاصرة متأثرة ومؤثرة بعضها ببعض ، فالصفر الهندى وهو الدائرة دخل علم الحساب فى الصين مع مذهب بوذا ، ودخل الحضارة الإسلامية مع الرقوم الهندية فى عصر الخليفة المنصور عند ما ترجم السندهند الكبير ، ونشرها على نطاق واسع أبو موسى الخوارزمى العالم العربى الكبير منشىء الجبر والمقابلة ، بل نجد هذا الصفر يتسلق الأسوار من وراء الأفق البعيد فيغزو أوروبا عن طريق الرقوم الغبارية فى الحساب الذى كان منتشرا فى شمال أفريقيا والأندلس .

استخدم الهنود الدائرة كاشارة للتعبير عن نقص شىء من الأشياء أعنى لا شىء ويعبر عنه فى الهندية « سونيا » أى فراغ كما يقول البيرونى فى متنه الكبير (تحقيق ما للهند من مقولة) ، فلما عرف العرب هذه الإشارة ومدلولها استخدموا المدلول كما يقول البيرونى فى مخطوطه « شرح النزهة » بما نصه .

« والصفر بكسر الصاد وسكون الفاء فى اللغة الشىء الخالى الفارغ ، يقال صفر الشىء بكسر الفاء إذا خلا ، علامة منزلة خالية من العدد ليحفظ تلك المنزلة وهذه صورته ٥ دائرة صغيرة » .

وقد تطمس الدائرة فتكون نقطة بسيطة كما يقول القلصاوى فى مخطوطه « كشف الأستار عن علم حروف الغبار » .

لم ينقل العرب لفظ سونيا بل عرفوا مدلولها ووجدوا فى خزائن اللغة العربية ما يغنيهم ، فكان الصفر ، ثم جاء ليوناردو التاجر الايطالى فى بيزا (١٢٢٨ م) وصاغ اللفظ العربى صياغة لاتينية فأصبح (صفرم Cephirum) ثم انتقلت إلى إيطاليا عن طريق كتب ليوناردو وأخذت اللفظ (زفرو Zefero) ثم (زيرو Zero) وقد تعرضت هذه الكلمة لشىء من التغييرات الصوتية التى تعرضت لها كلمات أخرى مثل (ليڤرا Livra) التى أصبحت (ليرا Lira) ، أما فى فرنسا فقد تحولت كلمة (صفر) العربية إلى لفظ (شيفر Chiffre) ثم ذهبت اللغة بعيدا فصاغت من الاسم فعلا هو (شفررن Chiffriren) فى الألمانية

مستخدما فى المعنيين ، لذلك اضطر القوم فى أوروبا إلى استعمال الصيغة الايطالية (زيرو) كما نجد فى انجلترا (صيفر Cipher) وزيرو ، وفى ألمانيا (تسيفر Ziffer) .

لقد فرضت الرقوم العربية الهندية نفسها فرضا على أوروبا بعد حروب مريرة مع الأعداد الرومانية التى كانت متداولة فى القرون الوسطى ، ويرجع الفضل فى ذلك إلى تجارة العرب وإلى الحسابات التجارية المبسطة التى ابتكرها الرياضيون العرب : أربعة مصادر لها شقت طريقها إلى قلب أوروبا هى :

١ ـــ طريق الشرق الأقصى من سمرقند عبر الفولجا وقازان إلى موسكو ثم كاراكاو فى بولندا حيث افتتحت جامعتها عام ١٣٦٤ م ومنها إلى الشعوب الجرمانية حيث نجدهم للان ينطقون الرقوم من اليمين إلى اليسار على غرار النطق العربى ، فثلاثة وعشرون ينطقونها دراى أوند تسواتش (Drei - und - Zwanzig) .

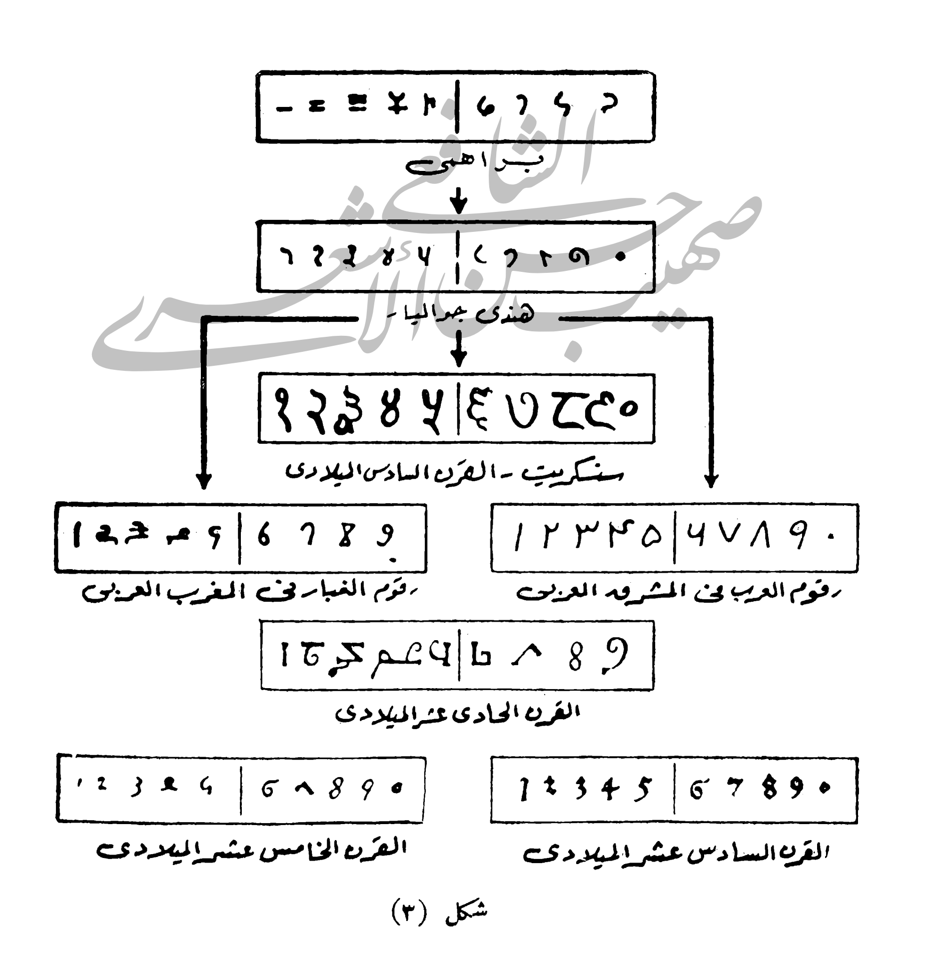
٢ ـــ طريق البابوية عندما عين جيربرت عام ٩٩٩ م بابا لروما تحت اسم (سيلفستر الثانى) ، وجربرت هذا نشأ فقيرا فى أحد الأديرة ثم انتقل إلى برشلونة حيث تعلم العلوم العربية فى أسبانيا كما تعلم الرقوم العربية الهندية ، ثم عمل على نشرها فى العالم المسيحى الذى ورث منه الألفاظ العربية فمثلا أربعة يقول منها أربس ، وخمسة = كويماس وثمانية = تمنياس وهكذا .

٣ ـــ اللوجر يتميين أنصار الخوارزمى الذين بشروا بطريقته الحسابية التى وجدت مرتعا خصيبا فى أسبانيا فى أوائل القرن الثانى عشر الميلادى عندما ترجم كتاب الحساب الذى ألفه أبو موسى الخوارزمى ، وطبعت فى نفس القرن الترجمة اللاتينية لهذا الكتاب فى ألمانيا ، وأقدم مخطوطة توجد فى مكتبة فيينا وهى ترجع إلى عام ١١٤٣ م ، وأول جامعة فى النمسا كانت جامعة فيينا افتتحت عام ١٣٦٥ م وفيها كان يدرس التراث العلمى للعرب ، كما توجد نسخة أخرى فى دير (سالم) محفوظة تحت اسم (ليبر الجور يزمى) أى كتاب الخوارزمى ، وهو اليوم فى هيدلبرج التى افتتحت جامعتها عام ١٣٨٥ م وكانت أول جامعة فى ألمانيا ، وحرف اسم الخوارزمى إلى الجوريسموس .

٤ ـــ ليوناردو التاجر الايطالى المولود فى بيزا عام ١١٨٠ م والذى تعلم الحساب الغبارى من التجار المغاربة بميناء باجه الواقعة على ساحل الجزائر الممتد على البحر الأبيض المتوسط ، حيث كان والده رئيسا للجالية التجارية من أبناء بيزا فى ذلك الميناء وموظفا بجمركها ، وعلى اتصال كبير بتجار الجلود والفراء والمنتجات الافريقية فى الصحراء وبلاد المغرب ، وقد ألف كتبا فى الحساب والرياضيات لاقت إقبالا لدى القيصر فريدريش الثانى عام ١٢٢٠ م واستقبله القيصر استقبالا عظيما فى القصر القيصرى فى بيزا إعجابا منه بالكتاب ، وحضر الحفل فيلسوف (ماجستير يوحنا فوق بالرمولر) فكان شغفا بالرياضيات ، كما حضر عالم غربى تيودور الانطاكى تلقى العلوم الرياضية على يد العالم العربى الشهير كمال الدين بن يونس فى الموصل ، والذى كان على معرفة بالقوانين التى تتعلق بالرقاص أى البندول والحساب الزمنى . (والأشكال ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ توضح لنا تطور الرقوم العربية إلى الخط الأوروبى) .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
الرقوم الاوربية المعاصرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
القرن الثالث (ق م).	—	=	≡	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
القرن الأول الميلادى	—	=	≡	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
سنكريت القرن السادس الميلادى	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	0
الشرق العربى	١	٢	٣	۴	۵	۶	٧	٨	٩	٠
الرقوم الغبارية فى الغرب العربى	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6	[illegible]	8	9	0
القرن الحادى عشر الميلادى	I	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8	[illegible]	[illegible]

شكل (٢)



شكل (٣)

اوروبي حديث	هيروغليفي	هيراطيقي	فينيقي	بالميراني	سورياني
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
19					
20					
21					
30					
40					
50					
60					
70					
80					
90					
100					
200					
300					

شكل (٤)

الأرقام

أوروبية (عربية)	مصرية	بابلية	اغريقية: اتيكية	اغريقية: ايونية	رومانية	صينية: قديمة	صينية: تجارية	أرقام قبيلة مايا الهندية	سلافية: كيريلتزا	سلافية: جلاجولتزا	عربية: قديمة	عربية: حديثة	الحروف
0		.					○	◡			•	•	
1	I	▼	I	ᾱ	I	一	〡	•	ā	Ⰰ	١	١	ا
2	II	▼▼	II	β̄	II	二	〢	••	B̄	Ⰱ	٢	٢	ب
3	III	▼▼▼	III	γ̄	III	三	〣	•••	Γ̄	Ⰲ	٣	٣	ج
4	IIII	▼▼▼▼	IIII	δ̄	IV	四	〤	••••	Δ̄	Ⰳ	۴	٤	د
5	IIIII	▼▼▼▼▼	Γ	ε̄	V	五	〥	—	Ē	Ⰴ	۵	٥	ه
6	IIIIII	▼▼▼▼▼▼	ΓI	ϛ̄	VI	六	〦	• —	S̄	Ⰵ	۶	٦	و
7	IIIIIII	▼▼▼▼▼▼▼	ΓII	ζ̄	VII	七	〧	•• —	Z̄	Ⰶ	٧	٧	ز
8	IIIIIIII	▼▼▼▼▼▼▼▼	ΓIII	η̄	VIII	八	〨	••• —	H̄	Ⰷ	٨	٨	ح
9	IIIIIIIII	▼▼▼▼▼▼▼▼▼	ΓIIII	θ̄	IX	九	〩	•••• —	Θ̄	Ⰸ	٩	٩	ط
10	∩	◀	Δ	ῑ	X	十	十	=	Ī	Ⰹ	١٠	١٠	ى
15	∩IIIII	◀▼▼▼▼▼	ΔΓ	ιε̄	XV	十五	十〥	≡	ĪĒ	ⰉⰄ	١٥	١٥	يه
20	∩∩	◀◀	ΔΔ	κ̄	XX	二十	〢十	◡•	K̄	Ⰺ	٢٠	٢٠	ك
30	∩∩∩	◀◀◀	ΔΔΔ	λ̄	XXX	三十	〣十		Λ̄	Ⰻ	٣٠	٣٠	ل
40	∩∩∩∩	◀◀◀◀	ΔΔΔΔ	μ̄	XL	四十	〤十		M̄	Ⰼ	۴٠	٤٠	م
50	∩∩∩∩∩	◀◀◀◀◀	𐅄	ν̄	L	五十	〥十		N̄	Ⰾ	۵٠	٥٠	ن
60	∩∩∩∩∩∩	▼	𐅄Δ	ξ̄	LX	六十	〦十		Ξ̄	Ⰿ	۶٠	٦٠	س
70	∩∩∩∩∩∩∩	▼◀	𐅄ΔΔ	ō	LXX	七十	〧十		Ō	Ⱀ	٧٠	٧٠	ع
80	∩∩∩∩∩∩∩∩	▼◀◀	𐅄ΔΔΔ	π̄	LXXX	八十	〨十		Π̄	Ⱁ	٨٠	٨٠	ف
90	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	▼◀◀◀	𐅄ΔΔΔΔ	ϙ̄	XC	九十	〩十		Ч̄	Ⱂ	٩٠	٩٠	ص
100	𓍢	▼▸	H	ρ̄	C	百	θ		P̄	Ⱃ	١٠٠	١٠٠	ق
200				σ̄					C̄	Ⱄ	٢٠٠	٢٠٠	ر
300				τ̄					T̄	Ⱅ	٣٠٠	٣٠٠	ش
400				ῡ	CD				V̄	Ⱆ	۴٠٠	٤٠٠	ت
500	𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢	▼▼▼▼▼▸	𐅅	φ̄	D	五百	〥θ		Φ̄	Ⱇ	۵٠٠	٥٠٠	ث
600				χ̄	DC				X̄	Ⱈ	۶٠٠	٦٠٠	خ
700				ψ̄					Ψ̄	Ⱉ	٧٠٠	٧٠٠	ذ
800				ω̄					Ѡ̄	Ⱋ	٨٠٠	٨٠٠	ض
900				ϡ̄	CM				Ц̄	Ⱌ	٩٠٠	٩٠٠	ظ
1000	𓆼	◀▼▸	X	͵ᾱ	M	千	千		҂Ā	Ⱍ	١٠٠٠	١٠٠٠	غ
10000	𓂭	◀◀▼▸	M	M̄		萬	万		Ⓐ		١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	

شكل (٥)

وأكاد أجزم أيضا بأن علماء الرياضة الصينيين قد أثروا فى العلوم الرياضية بإيران ، ومن هؤلاء العلماء شان ثيوشاو (١٢٥٣ — ١٢٥٨ م) الذى يعتبر أعظم الرياضيين كما يعتبر براهما جوبتا فى القرن الخامس الميلادى أعظم رياضي الهند ، وهو الذى ألف فى الجبر وحل المعادلة ذات الدرجة الثانية التى عرفها العلماء العرب فى عصر المأمون .

والعالم الصينى هذا ألف متنه الكبير عام ١٢٤٧م فى الحساب والمساحة وحساب المثلثات حساب الدواوين والحصون والاستحكامات الحربية ، وحساب السمسرة ، كما كتب فى المعادلات الجبرية ذات الأس المرتفع ، عاش هذا العالم حول ضفاف نهر يانجتسى كياغ ، ثم أصبح حاكما لمقاطعة « مى شو » .

* * *

أديبان عربيان : أحدهما عاش فى القرن الحادى عشر ، وهو الثعالبى يذكر فى كتابه لطائف المعارف مايلى:

« ومن خصائص سمرقند الكواغيد التى عطلت قراطيس مصر ، والجلود التى كان الأوائل يكتبون فيها ، لأنها أحسن وأنعم وأرفق وأوفق ، ولا تكون إلا بها وبالصين : ذكر صاحب المسالك والممالك أنه وقع من الصين إلى سمرقند فى سبى سباهم زياد بن صالح من اتخذ الكواغيد بها ، ثم كثرت الصنعة ، واستمرت العادة ، حتى صارت متجراً لأهل سمرقند ، فعم خيرها والارتفاق بها فى الآفاق » .

وثانيهما أحد أبناء القرن الثالث عشر ، وهو العالم الرحالة القزوينى ، يسرد فى كتابه (آثار البلاد وأخبار العباد) فى سياق حديثه عن سمرقند أيضاً عبارات تكاد تتفق تماما مع تلك التى ذكرها الثعالبى ، فالمؤلفان العربيان يذكران معتمدين على بعض المصادر القديمة ، كيف انتقلت هذه الصناعة من الصين إلى سمرقند ، وكيف أن صناعة الورق نمت وازدهرت حتى أصبحت تجارة رائجة لأهالى تلك المدينة .

ومن حسن الحظ أن الحفائر التى قام بها جماعة من العلماء ، فى أوائل القرن العشرين فى تركستان الصينية انتهت إلى العثور على قطع من الورق ، وضعت تحت تصرف جماعة من كبار العلماء الألمان لفحصها . وكتابة التقارير عنها ، وأقدم قطعة ورق يعرفها العالم هى تلك المحفوظة بمتحف « معرفة الشعوب » فلكلور كونده ببرلين ، وتاريخها يرجع إلى عام ٣٩٩ م ، وقد فحصها (ر . كوبرت) بجامعة روستوك ، وتبين له أن بها عشبا صينيا ، يطلق عليه العلماء اسم (بوميريا نيفيا) وبعض أوراق من شجر التوت وبعض الخرق ، لقد قضت صناعة الورق هذه قضاء كليا على استعمال أوراق البردى المصرية فى المعاملات والمراسلات والمخطوطات .

يحدثنا ابن خلدون ، أن البرمكى الفضل بن يحيى ، انتهز فرصة وجوده حاكما على خراسان ، وتعرف إلى ورق سمرقند ، وادخل صناعته إلى بغداد أيام خلافة هرون الرشيد ، وكان ذلك فى الفترة الواقعة بين عامى ٧٩٤ — ٧٩٥ م ، ومن ثم انتقلت هذه الصناعة إلى الأندلس ثم إلى أوروبا .

ويقول ابن النديم فى الصفحة الحادية والعشرين من الفهرست : فأما الورق الخراسانى فيعمل من الكتان ، ويقال إنه حدث فى أيام بنى أمية ، وقيل فى الدولة العباسية ، وقيل إنه قديم العمل ، قيل إنه حديث ، وقيل إن صناعا من الصين عملوه بخراسان على مثال الورق الصينى .

لقد كان ورق البردى يشحن إلى مارسيليا بفرنسا بدون انقطاع ، حتى انتقلت صناعة الورق إلى اسبانيا ، ماكاد القوم فى اوروبا يرون هذا الورق حتى تهافتوا على استيراده ، فسافرت بعوث تجارية من (نورنبرج) و (رافينزبرج) و (بازل) و (كونستنس) إلى برشلونه ، ومنها إلى بلنسية حيث تقوم فى ضواحيها أكبر وأحسن مصانع للورق ، وقد قال فيه الرحالة العربى الجغرافى الشهير بالادريسى إنه لا يوجد فى العالم ورق يضارعه جودة .

وفى عام ١٣٨٩ م نجد تاجر التوابل المشهور (أولمان شترومر) أنشط أبناء الأسرة التجارية المعروفة بهذا الاسم فى (نورنبرج) والذى كان يتولى تجارة الزعفران ونقله إلى أسبانيا ، يقرر إدخال صناعة الورق إلى وطنه ، فأسس فى ذلك العام بالقرب من (نورنبرج) أول مصنع للورق فى ألمانيا مستعينا ببعض العمال من إيطاليا التى كانت قد سبقت وأسست أول مصنع ورق فى أوروبا عام ١٣٤٠ م .

والشيء الجدير بالذكر هنا أن صناعة طواحين (مصانع) الورق كانت من اختصاص العرب ، وعنهم أخذها الغرب ، كما أخذت اوروبا كذلك طواحين الماء والهواء وغيرها .

ولكى نتبين مدى الأثر الذى تركه اختراع الورق بسمرقند وصناعته بها ، يكفى أن نشير إلى مقدار الألفاظ التى دخلت اللغات الأوروبية ، والتى تتصل بالورق وصناعته اتصالا كبيراً ، فالعبارات الدالة على المقاييس الورقية مثل (بوخ) ، (ريز) عربية الأصل ، فلفظ (ريز) هو العربى (رزمة) بمعنى ماشد فى ثوب واحد ، ومن ثم انتقلت إلى الأسبانية ، حيث نجد (رزمة) وإلى الإيطالية (رزمة) والفرنسية (رام) والانجليزية (ريم) والتعبير عن (بوخ بابير) يقول الفرنسى (مان ده بابير) والروسى (ديست بوماجى) ولفظ ديست ما هو إلا اللفظ الفارسى الدال على (يد) .

وكما عرفت سمرقند صناعة الورق ، عرفت أيضاً الطباعة الآلية على الورق ، ثم فن طباعة الألوان على الأقمشة القطنية والحريرية ، أضف إلى ذلك أنها كانت مركزاً لتجارة البارود المثلج أو (ثلج الصين) وهو مانعرفه الآن باسم نترات البوتاسيوم ، وتحدثنا المصادر عن الدفاع المجيد الذى أبلته المدينة الصينية (بيان كنج) عام ١٣٣٢ عاصمة إقليم هونان ضد هجوم المغول ، حيث استخدم الصينيون المواد المفرقعة التى هى عبارة عن أسهم نارية ، ومواد مهشمة ، كانوا يرمون بها العدو .

يحدثنا المؤرخ رشيد الدين أن السلطان العربى استجاب إلى طلب (قوبلان خان) سلطان المغول وأمر بأن يرسل إليه المهندس الذى حضر من بعلبك ودمشق ، وأبناء هذا المهندس وهم أبو بكر وإبراهيم ومحمد بنوا بمساعدة الفنيين العرب الذين رافقوهم سبع آلات كبيرة ، وتوجهوا بها إلى المدينة المحاصرة (فان تشينج) فهل سبق أن ساهم المهندسون العرب فى فك الحصار المضروب حول مدينة (بيان كنج) عام ١٣٣٢ م أيضاً ؟ وهل هذا السلاح العجيب الذى استخدم هو بعينه الذى استخدمه القائد المصرى فخر الدين عند ضرب جيش الإفرنج وملكهم لويس المقدس عام ١٢٤٩ م ، حيث دارت رحى المعركة الصليبية للحملة الخامسة ، واستخدم فيها القائد المصرى فخر الدين نيران عربية جديدة ؟ .

لقد أثار هذا السلاح الجديد الخوف والفزع فى صفوف الصليبيين حتى أن المؤرخين الأوروبيين يذكرون أن ملك فرنسا كان يصرخ « ياحبيبى ياسيد يسوع المسيح نجنى واحمنى ورجالى !! » فى كل مرة كان يطلق فيها الصاروخ المصرى .

وفى كتاب حسن الرماح الذى ألفه فيما بين عامى ١٢٧٥ — ١٢٩٥ م عن النار ، والمحفوظ بالمكتبة الأهلية بباريس ، نقرأ عن ثلج الصين كعنصر أساسى فى صناعة الأسلحة النارية ، كما يصف لنا حسن الرماح هذا للمرة الأولى الآلة المعروفة الآن باسم الطوربيد فيقول عنها « بيضة تخرج وتحرق » وفى موضع آخر « بيض يندفع تلقائياً ويحرق : وهى تطير نافثة اللهب : وهى : تحدث صوتاً مثل الرعد .

وفى كتاب « أنيق فى المناجنيق » لمؤلفه « ارنبغا الزردكاش » عام ٨٦٧ هجرية نجد فيه دراسة حربية لاستخدام القذائف بالمنجنيق وهى التى سار على نهجها ليوناردوا دافنشى من علماء دفنا فى إيطاليا فى مستهل عصر النهضة الأوروبية .

ومما يلفت النظر أن خطوط التجارة لمنتجات العرب الأفريقية والآسيوية ، تركت فى طريقها بصمات من الوعى العلمى ، فالتجارة تحتاج إلى معاملات حسابية ورياضية ، فلهذا دخلت العلوم الرياضية العربية وشقت طريقها فى أماكن التجمع للأسواق التجارية فى إيطاليا حيث بيزا وبادوا وفلورنسا والبندقية ، وفى شرق أوروبا حيث كاراكاو . وفى وسط أوروبا بسويسرا وبوهيميا والنمسا حيث نجد جامعات بازل وفيينا وبراج ، والأخيرة تخرج منها تيخوبراها الفلكى الرياضى الكبير .

وفى تلك المناطق ظهر جهابذة العلوم الحديثة فى الرياضيات والفلك والطب ، قادوا النهضة العلمية فى أوروبا ، ففى إيطاليا ظهر فيساليوس الطبيب عالم التشريح ، وفى وسط أوروبا ظهر باراسلسس الطبيب والكميائى ، وفى بولندا ظهر كوبرنيق فى جامعة كاراكاو الذى وضع نظاما للكون على أساس الشمس متمركزة وحولها تدور الكواكب على غرار مانادى به العالم العربى أبو سعيد السجزى ، ثم اجريكولا الطبيب والخبير بالتعدين ، وفى جراتز ظهر يوحنا كبلر الرياضى الفلكى الذى أثبت بأن مسارات الكواكب اهليلجية وليست دائرية على غرار ما نادى به قبله جمشيد غياث الدين الكاشى فى مخطوطه نزهة الحدائق (الالحاق الثانى) . فى كيفية رسم اهليلجى القمر وعطارد .

وفى بيزا وبادوا ظهر العالم الفلكى الرياضى الكبير غاليليو غاليلى ، الذى سار على نهج الفلاسفة العرب فى علم الميكانيكا الجديد أمثال الحسن بن الهيثم ، وأبى البركات هبة الله ملكا ، وفخر الدين الرازى ، وكمال الدين بن يونس وغيرهم .

ومن وجهة أخرى نشاهد خامات الأقمشة العربية وعليها الطرز العربية بصبغاتها النباتية الجميلة تعبر جبال الألب إلى وسط أوروبا ، وتنتشر تبعاً لذلك صناعة البركان فى كونستنس وبازل واو جسبرج ، وأقيمت معارض الأقمشة فى بازل بسويسرا حيث تقع على حدود ألمانيا وفرنسا وسويسرا على نهر الراين ، ومنذ ذلك الوقت

أصبحت بازل مركزا لإنتاج الصبغات العضوية لجميع الأقمشة ، وتكون فيها وعى علمى أخذ يتبلور رويدا حتى افتتحت جامعتها عام ١٤٧١ م .

وتكونت طبقة من التجار الأثرياء ، أقبلوا على الاتجار فى بالات القطن العربى ، وقفف الفلفل العربى والبهارات والراتنجات والحرير وارد الصين عن طريق سمرقند ، وأنشئت المصانع لانتاج وصباغة الأقمشة القطنية والحريرية ، وبلغوا من السلطان والجاه أنهم كانوا يولون القياصرة والملوك ، ويمدون الباباوات بالأموال، وأهم أسرة كانت تتجر فى هذه السلع العربية هى أسرة «فوجه فون ديرليلى» التى دخلت التاريخ فى هذا الصدد .



(٢) الغزو المغـــولى والتركى لسمرقند

ثم ظهرت موجات المغـول فى الشرق متعطشة للدماء والخراب والدمار ، تحت قيادة تيموجين المعروف باسم جنكيزخان ، أى أعظم الحكام ، وكان ذلك فى مؤتمر القورتيلاى عام ١٢٠٦ م ، ظهر جنكيزخان نتيجة للصراع الطبقى بين رؤساء القبائل الذين يملكون الإقطاعيات الضخمة ، والتجار الذين يملكون المال والجاه ، من ناحية ، جمهرة السكان العريضة فى الاستبس من جهة أخرى ، تجمعت الطبقة الأولى تحت رياسة جنكيزخان والتفت الثانية حول جاموغا ، وانتهى الصراع بفوز جنكيزخان .

ولتنظيم هـذه الجماعات البشرية الهائلة التى خضعت له وضع لهم دستوراً هو الياساق لحمته القسوة المتناهية ، والقضاء على بقية الأجناس ، ثم ابتدأ الزحف المغولى الهائل مستولياً على المملكة الخوارزمية ، ثم بخارى عام ١٢١٩ م ، ثم استمر الزحف قاصداً سمرقند ذات الأسوار المنيعة والأبراج القوية ، وكانت حامية سمرقند وهى عاصمة ما وراء النهر بحسب رواية الجوينى متساوية تقريباً بين الترك والطاچيك ، إذ كان عدد الترك ستين ألفاً وعـدد الطاچيك خمسين ألفاً ، وكان من الممكن أن يؤثر الصراع بين هـذه القوميات على صلابة الجيش ، فقد كان الترك من بين سائر القوميات أقرب إلى المغول ، بل كانت منهم بجيش جنكيزخان كتائب .

وفى أثناء الحصـار أعلن المغول استعدادهم لأن يقبلوا خدمة القسم التركى من حامية المدينة ، وفى صبيحة اليوم الثالث تفتت وحدة الجند وسلموا المدينة للمغول ، على حين خرج قاضى المدينة ومعه كبار رجال الدين وطلبوا الأمان من جنكيزخان ، ولما أجابهم إلى طلبهم ، فتحت المدينة أبوابها ، حيث دخلها المغول الذين لم يعرفوا العهود حرمة ، وأعملوا الذبح فى سكانها وفى الحامية التركية التى سبق أن وعدوها .

وصف المؤرخ المعاصر لذلك التاريخ ، وهو ابن الأثير هـذا اليوم الأخير من القتال قائلا : « فلما كان اليوم الرابع ، نادوا فى البلد أن يخرج أهله ، ومن تأخر قتلوه ، فخرج جميع الرجال والنساء والصبيان ، ففعلوا مع أهل سمرقند مثل فعلتهم مع أهل بخارى من النهب والقتل والسبى والفساد ، ودخلوا البـلد فنهبوا ما فيه ، وأحرقوا الجامع وعذبوا الناس بأنواع العذاب فى طلب المال قتلوا من لم يصلح للسبى » .

وقد خلف جنكيزخان ابنه الثـانى جغتاى فى إقليم ما وراء النهر ، فأسس هناك دولته الخاصة ، وبعد ذلك بقليل قسمت هذه المنطقة الواسعة إلى قسمين : الأول منطقة ما وراء النهر الفعلية ، والثانى منطقة تركستان ، ثم اشتبك القسمان معاً فى حروب متواصلة استمرت حتى عام ١٣٧٠ م ، حينما تمكن تيمورلنك الأعرج ، الذى كان وزيراً لحاكم تركستان من اخضاع الدولة المنافسة ، واتخذ سمرقند مقراً للحكم ، وبنى فيها القلاع والحصون .

ولقد ولد تيمورلنك بالقرب من سمرقند عام ١٣٣٣ م . وهو من قبيلة مغولية متتركة ، هى قبيلة بارلاس (بار لاس بالمغولية) ، وكانت هذه القبيلة تحكم وقتذاك الأماكن الواقعة على نهر كشكة ، ويحدثنا رشيد الدين المؤرخ بأن (قاراجار) وهو الأمير الجغتائى الذى اعتبر فيما بعد جداً لتيمور كان منسوبا إلى برلاس ، وكان حكم هذه القبيلة يستند إلى معاهدة عقدها (قابول) وهو الجد الأعلى لجنكيز خان مع أخيه قاجول وهو الجد الأعلى لقاراجار .

كان تيمور عارفاً بالفارسية إلى جانب التركية ، ملماً بالإسلام من حيث هو عقيدة ، واقفاً على العلوم والفنون الإسلامية ، استدعى العلماء من كل مكان إلى سمرقند ، وحفر القنوات وشيد المبانى ، حتى لقد كانت أفعاله فى التعمير لا تقل أثراً فى نفوس معاصريه عن أعماله فى التخريب والتدمير .

وفى عهد تيمور وخلفائه بقيت سمرقند مركزاً تجارياً هاماً ، يرد عليه كثير من السلع الصينية والهندية ، ونقل تيمور كثيراً من العلماء والصناع إلى سمرقند ، فشيدوا له القصر المسمى آق سراى ، وهو الذى ما زالت بقاياه حتى اليوم تدل على مهارتهم ، وجدرانه مغطاة بالفسيفساء الصينى .

كان تيمور متأثرا ككل الأتراك بالحضارة الإيرانية ، وكان أمياً لا يقرأ ولا يكتب ، ولكنه كان على قسط كبير من الدهاء والثقافة ، يخالط العلماء ويحادثهم فيكتسب منهم القدر الكثير ، وقد أدهشت معلوماته ابن خلدون حين قابله .

وعجز أولاد تيمور عن توسيع حدود إمبراطوريتهم ، بل عجزوا عن المحافظة عليها ، فبعد قليل من وفاته فقد أبناؤه كل بلادهم ما عدا تركستان والمناطق الشرقية والجنوبية من إيران ، وتحولت العاصمة من سمرقند إلى هراة مقر شاهرخ بن تيمور .

وقد حكم أولوغ بك أكبر أبناء شاهرخ فى مدينة سمرقند زهاء أربعين عاماً (١٤٠٩ — ١٤٤٩ م) ظلت سمرقند فى خلالها أكثر المدن ازدهاراً ، وقد فاقت المبانى التى شيدها أولوغ بك المبانى التى أقامها جده تيمور قوة فى بنيانها ، وروعة فى مظهرها .

وقبل عام ١٤٤٧ م كانت العملة تسك فى سمرقند باسم شاهرخ مع أن سمرقند كانت فعلا تحت حكم أولوغ بك ، الذى لم يمنعه استمساكه بالقومية التركية من أن يأخذ من المدنية الإيرانية أكثر مما أخذ تيمور ، بل كان يشتغل هو نفسه بالعلم عامة ، وبعلم الهيئة خاصة ، وهو من هذه الناحية نموذج نادر من التاريخ الإسلامى للحاكم العالم ، وكان معاصروه يشبهونه بالإسكندر المقدونى تلميذ أرسطو .

ويدل تعلق أولوغ بك بالعلم على أن سمرقند فى عهده كانت أرقى منها فى عهد تيمور ، وكان المعاونون الأربعة له هم : صلاح الدين موسى المسمى أيضاً قاضى زاده الرومى ، وملا علاء الدين على القوشجى ، وغياث الدين جمشيد الكاشى ، ومعين الدين القاشانى ، وأولهم ولد فى بروسة واضطر إلى الهرب من مسقط رأسه ، ولم يقتصر فى سمرقند على الاشتغال فى المرصد ، بل كان أيضاً مديراً للجامعة التى أسسها أولوغ بك ،

وتوفى عام ١٤١٢ م ، وكان خلفه على إدارة المرصد : على قوشجى ثانى الفلكيين الأربعة ، ويدل اسم هذا الشخص التركى على أنه كان كبير القائمين على خدمة الصقور (شاهينجى) عند أولوغ بك ، وكان بهذه الصفة ، من المقربين إليه ، لأن أولوغ بك كان مولعاً باستخدام الصقور فى الصيد ، ومن هنا سماه بابر (قوشجى بادشاه) أى الملك صاحب الصقور .

وقد تعلق على قوشجى مثل سيده بعلم الفلك ، واشترك فى إنشاء مرصد أولوغ بك ، وفى ترتيب جداول الزيج الخاقانى ، ولابد أنه كان أصغر سناً من أولوغ بك بدليل أنه يشير إليه فى الجدول بعبارة (ابنى = فرزند) وظل على قوشجى وفياً لعلمه بعد وفاة أولوغ بك ، ثم اشتغل فى استانبول أستاذاً لعلوم الفلك والرياضيات بمدرسة أيا صوفيا ، وتوفى عام ١٤٧٤ م .

لقد كان أولوغ بك كريماً لطيفاً رحيما بالنسبة لعصره ، ذلك لأن روح الإسلام قد استطاعت أن تلين قسوة هؤلاء المغول ، وتحيلهم إلى نقيض ما كانوا عليه من وحشية بالغة ، فكان راعياً كبيراً للفن والأدب الفارسيين ، كما كان أيضاً شغوفاً بفنون الصينيين وعلومهم ، ولكن الرغبة الملحة التى كانت تسيطر عليه هى دراسة علم الفلك ، فشجع علماء الرياضة والفلك أيما تشجيع ، وطلب من على قوشجى الذهاب إلى الصين لضبط قياس درجة من خط نصف النهار ، ومقدار مساحة الأرض .

وكما اصطفى العلماء اصطفى أيضاً فحول الأدباء والشعراء أمثال عصمت البخارى ، وميرم چلبى ، وطاهر الابيوردى ، ورستم الخوريانى ، ومعين الدين القاشانى .

وأهم إنجازاته العلمية بناؤه للمرصد الكبير الذى لا تزال بقاياه قائمة فى سمرقند ، لقد زوده بجميع الآلات والأدوات المعروفة فى زمانه ، وزين إحدى دوائره بنقوش تمثل الأجرام السماوية المتعددة ، فجاءت غاية فى الإتقان والإبداع ، حتى أصبح محطا للأنظار يؤمه الناس من كل فج .

يقول صالح زكى : « وامتاز المرصد بآلاته الكبيرة ، وهى من الدقة على جانب عظيم ، وفيها ربع الدائرة التى استعملت لتعيين قطب ارتفاع النقطة الموجود عليها المرصد » .

بدىء فى الأرصاد عام ٨٢٧ هـ وفرغ منها عام ٨٣٩ هـ ، وعهد لغياث الدين الكاشى وقاضى زاده رومى فى إجراء الأرصاد بقصد تصحيح بعض الأرصاد التى قام بها فلكيو اليونان ، إذ رأى أن حساب التوقيعات للحوادث على ما قرره بطليموس لا يتفق والأرصاد التى قام بها هو ، ونشر الزيج الخاقانى عام ١٤٣٦ م ، فتلقفه الناشرون بأوروبا . فطبعه توماس هيد فى أكسفورد عام ١٦٦٥ م ، ولكن أولى الدراسات والطبعات لهذا الزيج عملها جون جريفز ونشرت فى لندن ١٦٥٢ — ١٦٥٦ م .

لم يطبع هذا الزيج مع الدراسات العلمية له لكى تقرأها الجماهير ، وإنما كانت لغرض الدراسة فى الجامعات ولا نظن أن إسحاق نيوتن الذى أصبح أستاذاً للفلك والرياضيات بجامعة كمبردج منذ عام ١٦٦٨ م ، لم يتناوله بالبحث والفهم والاستيعاب ، ذلك لأن مثل هذه المصادر العلمية كانت نادرة بالنسبة لذلك العصر ، فجامعات

إنجلترا وأوربا كانت تتلقف مثل هذه المراجع التى كانت تفتقر إليها وهى تصعد فوق منبر البحوث الرياضية والفلكية درجات .

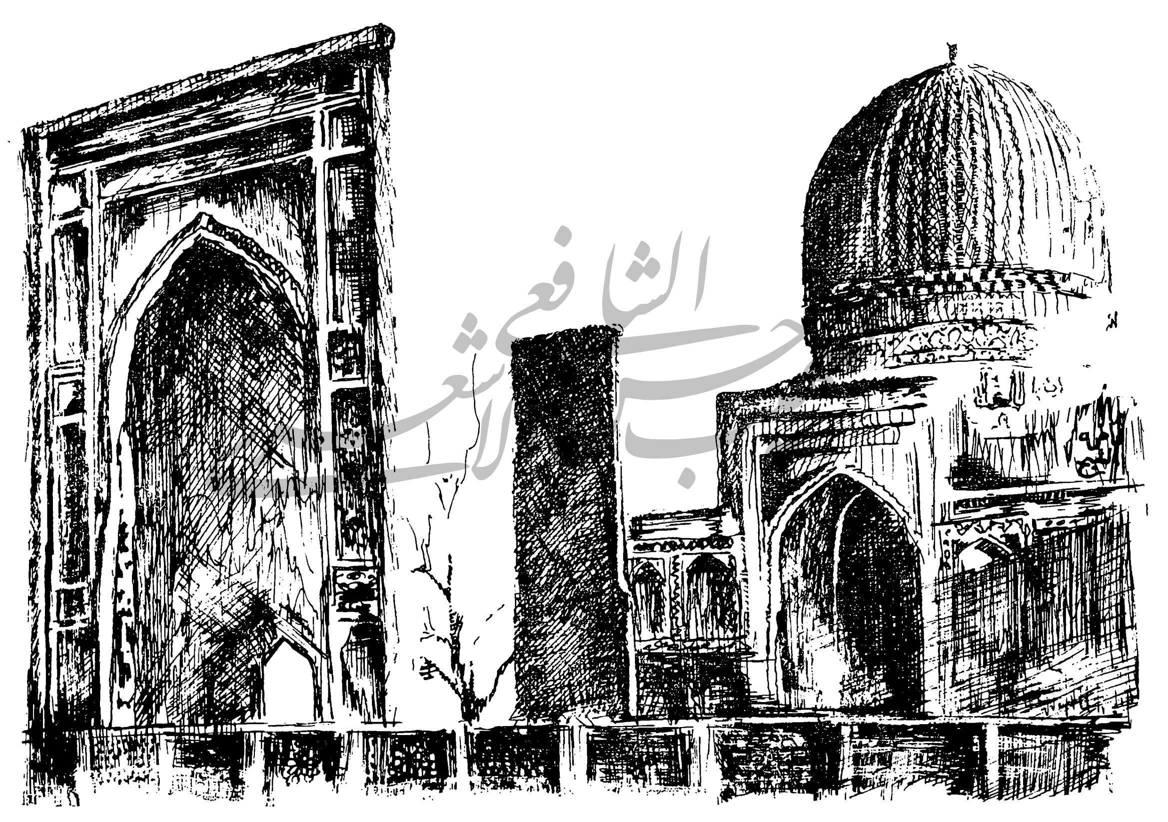
ثم طبع مرة أخرى فى لندن عام ١٨٤٣ م بمعرفة فرانسيس بايلى ، ونشر سيديو مقدمات كتاب أولوغ بك فى باريس ١٨٤٧ — ١٨٥٣ م .

ويعترف صاحب كشف الظنون وصالح زكى بأن هـذا الزيج هو من أحسن الأزياج وأدقها ، وقد شرحه ميرم چلبى ، وعلى قوشجى ، واختصره الشيخ محمد بن أبى الفتح الصوفى المصرى .

ومعلومات هذه الزيجات توجد منشورة ومقابلة على المقاييس الحديثة فى :

Ulugh Begs Catalogue of Stars, Washington 1917.

لقد أراد أولوغ بك أن تكون سمرقند مشعلا للعلوم ، فأنشأ أكبر جامعة فى وسط آسيا بعاصمة ملكه أطلقت عليها مدرسة أولوغ بك (شكل ٦) ما زالت مبانيها قائمة للان شاهدة بعظمة هذا العصر ، يقصدها الطلاب من كل الجهات ، على غرار ما كانت عليه المدرسة النظامية ببغداد ، والأزهر بقاهرة المعز ، وقرطبة



شكل (٦)

بالأندلس ، غير أن حكمه كملك لسوء الحظ كان قصيراً جداً ، لأنه استغرق المدة من ١٤٤٧—١٤٤٩ م ، حيث انتهى الأمر بأن عزله ابنه عبد اللطيف ، ثم قتله ، غير أن حكمه كسلطان لسمرقند من قبل والده مرزا شاهرخ كان قد طال من ١٤٠٤ م — ١٤٤٧ ، وهى فترة تعتبر أعظم الفترات العلمية التى أنتجت تلك الموسوعات الفلكية والرياضية لمعاونيه أمثال جمشيد الكاشى فى الزيج الخاقانى ، ومفتاح الحساب موضوع تحقيقنا وشرحنا .

سادت الفوضى فى الدولة التيمورية ، وتتابعت على السيادة وتخريب البلاد الجحافل التى كان شعارها الكبش الأبيض ، ثم جحافل الكبش الأسود ، ثم جحافل الأوزبكيين ، وهكذا اختفت الريادة العلمية من الميدان .

تلك هى نبضة الزمن فى حضارة أواسط آسيا العلمية ، وما زالت سمرقند تنطق مبانيها بالحضارة الإسلامية ، مغلفة أحجارها بضبابات تلك الحضارة السحوق ، ولهذا أنشئت مدينة عصرية هى طشقند لتكون العاصمة الرسمية لأوزبكستان إحدى الجمهوريات الإسلامية الست فى الاتحاد السوڤييتى .

كانت روسيا فيما مضى خاضعة للتتار منذ أن أحرق المغول موسكو عام ١٢٣٨ م ، ثم نمت موسكو ثانية تحت تأثير تجارة الشرق الأقصى وتجارة البندقية ، فأخضعها ثانية توقطامش عام ١٣٨٢ م ، وانكمشت روسيا ثانية صاغرة تدفع الجزية للتتار الذين امتدت حدود دولتهم لنهر الڤولجا ، حيث إستراخان وستالينجراد الحالية ، وقازان .

وانتعشت مدن جديدة هى نزنى نوڤو جورود حيث أصبحت ملتقى للنشاط التجارى ، فالتجار الروس يبحرون جنوبا عبر الڤولجا حتى ساراى للتعامل مع التجار العرب والايرانيين والأرمن والخوارزميين والبخاريين وكذلك مع التجار الهنود والصينيين ، فيستوردون الحرير والمنسوجات والصبغات والروائح والبهارات والأسلحة والخزفيات والسجاد .

وثمة طريق آخر هو نهر الدون استخدمه التجار الروس حيث مستعمرة تانا فى مصبه التى تخضع لجمهورية جنوا ، فيستوردون أقمشة الكتان والمصنوعات الحديدية والفضة والذهب والخمور والفواكه والتوابل الافريقية .

وعن طريق التجارة تعلم الروس الحساب والرياضيات والفلك من ينابيعها الإسلامية ، حتى أننا ما زلنا نشاهد التأثير الإسلامى المغولى فى كثير من المبانى بموسكو وغيرها ، وليس من المعقول أن حقبة تقرب من أربعمائة عام قضتها روسيا خاضعة للمغول ثم للدولة التيمورية الإسلامية ، ولا تتأثر ثقافتها بالعلوم الإسلامية .

غير أن النير المغولى الذى قاست منه روسيا طوال تلك الحقبة ، هو الذى جعلها تلتفت إلى الحضارة الأوروبية الناهضة ، ثم تتحول إليها كرد فعل عنيف للنير المغولى ، وهذا ما حدث أيام بطرس الأكبر قيصر روسيا الذى وحد البلاد فى ظل حضارة أوروبية جديدة .

وفى نفس الوقت فقد طريق سمرقند التجارى حيويته منذ أن تحولت تجارة الشرق الأقصى إلى طريق البحر الذى اكتشفه البرتغال ، وإلى طريق آخر عبر سيبريا .

(٣) جمشيد غياث الدين الكاشى

ولد الكاشى فى أواخر القرن الرابع عشر فى مدينة قاشان ، وتلقى العلم فى أماكن كثيرة باواسط إيران ، وكان والده عالما فى الرياضيات والهيئة ويتضح ذلك من خطاب جمشيد إليه بعد وصوله إلى سمرقند ، وهناك أمضى بقية حياته عضواً فى هيئة العلماء الذين يحيطون بالسلطان أولوغ بك ، الذى كان يحكم باسم « معين الدين سلطان شاه » .

وفى سمرقند ألف جمشيد معظم كتبه ، التى كانت سبباً فى تعريف الناس به .

ولما وصل الكاشى إلى البلاط السلطانى ، كتب رسالة إلى والده يصف فيها الرعاية السلطانية له ، وما حازه من ظفر ، ثم مدى تقدم عمارة المرصد الكبير بسمرقند ، ثم هو يشير بالتطويل إلى الاشاعات التى تدور حول نشاطه والتى وصلت لأبيه عن طريق شخص يدعى بدر الدين (غير معروف) .

وواقع الأمر أن حياة الكاشى العلمية النابضة تقع عام ١٤٢٩ م وتقول بعض المصادر إنه توفى عام ١٤٣٦م قبل البدء باجراء الرصد فى المرصد الكبير ، كما أن قاضى زاده رومى توفى قبل تمامه ، وعلى هذا سلمت أمور المرصد إلى على قوشجى .

واشتهر الكاشى فى علم الفلك ، وقد رصد[١] الكسوفات التى حصلت عام ٨٠٩ هـ ، ٨١٠ هـ ، ٨١١ هـ وله فى ذلك مؤلفات بعضها باللغة الفارسية ، منها :

« كتاب زيج الخاقانى فى تكميل الايلخانى » وكان القصد من وضعه تصحيح « زيج الايلخانى للطوسى ، وفى هذا الزيج ـ الخاقانى ـ دقق فى جداول النجوم التى وضعها الراصدون فى مراغة تحت إشراف نصير الدين الطوسى .

ولم يقف جمشيد عند حد التدقيق ، بل زاد على ذلك من البراهين الرياضية ، والأدلة الفلكية ، مما لا تجده فى الأزياج التى عملت قبله ، وقد أهداه إلى ألوغ بك .

وله فى الفارسية أيضاً بعض رسائل فى الحساب والهندسة ، ومن مؤلفاته التى وصفها بالعربية :

(١) كتاب نزهة الحدائق وفيه يقول :

سألنى بعض الإخوان هل يمكن عمل آلة تعرف منها تقاويم الكواكب وعروضها أم لا فتفكرت فيه حتى

---

(١) تراث العرب العلمى لقدرى طوقان .

وفقني الله تعالى وألهمني به ، وظفرت عليه أن أرسم صفحة واحدة من صفيحة يعرف منها تقاويم الكواكب السبعة وعروضها وأبعادها عن الأرض ، وعمل الخسوف والكسوف بأسهل طريق وأقرب زمان ، ثم استنبطت منها أنواعا مختلفة يعرف من كل واحد منها ما يعرف من الآخر ، وألفت هذه الرسالة مشتملة على كيفية عملها ، وكيفية العمل بها ، وسميت الآلة بطبق المناطق ، والرسالة بنزهة الحدائق ، ألحقت بها عمل الآلة المسماة بلوح الاتصالات ، وهي أيضاً مما اخترعت عملها قبل هذه ، وبالله العصمة والتوفيق وهي مشتملة على بابين وخاتمة » .

وفي نهاية المخطوط « فرغت من تأليفها يوم النحر حجة ثماني عشر وثمانمائة هجرة » ثم يبتدىء في موضوع آخر حيث يقول :

« لما فرغت عند تحرير الرسالة المسماة بنزهة الحدائق في صفة الآلة التي استنبطناها ، وسميناها بطبق المناطق ومضى عليه زمان ، وردت على قريحتي أشياء أخرى أردت أن ألحقها على سبيل الذيل فأوردتها في عشرة إلحاقات .

الإلحاق الأول : وهو أن منطقة القمر يمكن أن نرسمها شبيها بالإهليلجي .

الإلحاق الثاني : في كيفية رسم إهليلجي القمر وعطارد .

ومن هذا يتضح أن جمشيد الكاشي هو أول من نادى بأن مدارات القمر وعطارد إهليلجية ، فبذلك سبق يوهان كبلر في هذا الصدد .

(٢) رسالة سلم السماء[١] وهذه تبحث في بعض المسائل المختلف عليها ، فيما يتعلق بأبعاد الأجرام .

(٣) الرسالة المحيطية ، وتبحث في كيفية تعيين نسبة محيط الدائرة إلى قطرها .

وقد أوجد تلك النسبة إلى درجة من التقريب لم يسبقه إليها أحد كما قال « سميث » وقيمة هذه كما حسبها الكاشي هي :

٣ر١٤١٥٩٢٦٥٣٥٨٩٨٧٣٢

(٤) كتاب مفتاح الحساب وهو موضوع التحقيق والشرح .

(٥) رسالة الجيب والوتر ذكرها في كتابه مفتاح الحساب قائلا « وذلك مما صعب على المتقدمين ، كما قال صاحب المجسطي فيه : أن ليس إلى تحصيله من سبيل » .

(٦) زيج التسهيلات .

---

(١) المخطوط محفوظ في مكتبات أكسفورد تحت رقم ـ ٤ر١٨٨١و وفي مكتبة ليدن تحت رقم ١٣٤١ ، وفي المكتب الهندي بلندن تحت رقم ٧٧٥ .

(٧) رسالة فى استخراج جيب درجة واحدة ، حيث انتهى فيها إلى الآتى :

« أقول فإذن إذا علم جيب قوس ، وأريد معرفة جيب ثلاثة أمثالها ، يضرب مكعب ذلك الجيب فى أربع ثوانٍ ، وينقص الحاصل من ثلاثة أمثاله ، فالباقى هو الجيب المطلوب .

وبالتعبير الحديث .

حا ٣ Θ = ٤ حا^{٣} Θ — ٣ حا Θ

وهذا المخطوط موجود بمكتبة تيمور (دار الكتب المصرية) ووردت فى مؤلف ميريم چلبى المسمى « قواعد العمل وتصحيح الجداول » .

كما وردت فى مخطوطة المتحف البريطانى من « مفتاح الحساب » البندة التالية :

ولهذا فقد اخترعت طريقة خاصة لتحديد وتر درجة واحدة بأدق تقريب :

انظر Weopdkc F., Passages relatifs à des Sommations des series dos Cubes extraits de deux manuscrits arabes - Annali di matem. pura ed applicata - 1864.

(٤) صفات جمشيد الكاشى من خلال رسالته لوالده

تسبب هذا الخطاب فى إثراء معلوماتنا عن آلات الرصد التى استخدمت فى الحضارة الإسلامية، وقد أعطانا بعضاً من المعلومات عن مرصد سمرقند الذى توصلت إليه أعمال الكشف فيما تخلف من آثاره فى المنطقة، وهو يمدنا بتفاصيل حياة رجل وطبيعته والصفة الغالبة عليه، وهى الاعتزاز بالنفس والغرور، كان جمشيد مرموقاً فى أيامه وأستاذاً للأصول الحسابية بأنماط خاصة.

وأخيراً — فى المنازع البشرية الشخصية — يرسم لنا الخطاب ملامح التقلب وصروف الحدثان فى عصر — كما هو الآن — تخضع فيه البحوث العلمية للاتجاه الملتزم لإرشادات الدولة.

والنص الفارسى الذى قام بترجمته إلى اللغة الإنجليزية المستشرق الأمريكى كنيدى، مأخوذ من المجلة التى تصدر فى إيران (آموزس وبرورش) أى التربية والتعليم المجلد العاشر (١٣١٩ قمرى شمسى) عدد ٣ من صفحة ٩—١٦، ٥٩—٦٢، والمدير المسئول هو محيط طبا طبائى نقلها من مخطوط، توجد منه نسخة بمكتبة مسجد سيبا هالار بطهران، والنسخة الأخرى فى مجموعة خاصة. ومن المحتمل وجود بعض الاختلافات القرائية فى كلتى النسختين.

وقد قام الأستاذ أحمد سعيد الدمرداش بنقل النص الفارسى والترجمة الإنجليزية إلى اللغة العربية فى مجلة رسالة العلم (سبتمبر سنة ١٩٦٣) وكذلك فى مجلة الجمعية المصرية لتاريخ العلوم (العدد الخامس) فى نفس التاريخ، وخطاب جمشيد لوالده هو:

« إن الاشتياق والالتياع اللذين أحس بهما نحو شرف تقبيل أياديكم، قد وصلتا إلى الغاية، بحيث إن معنى — لو كان البحر مداداً لكلمات ربى لنفذ البحر قبل أن تنفد كلمات ربى — أصبح حقاً.

ونرجوه سبحانه وتعالى أن يمنحنا اللطف، لنستمد منه إدراك ذلك النعيم، بمنه وجوده ».

وفى السابع من ذى القعدة(١) الحرام حظيت رسالة هذا العبد بشرف الإصدار (فى البلاط السلطانى) والحمد لله على جزيل آلائه، وبعد:

فان النصيحة التى أسديتموها لى، والتى تهدف إلى أنه طالما كان اشتغالى بالأرصاد الفلكية المباركة، وجب على ألا أندمج فى علم العروض وأضرابه، حتى لايضطرب معه العلم الذى أوليت به، ذلك لأن حصيلة العمل الثانى تمحو رسوخ العمل الأول، وكذلك سوف يحمل الناس على بقدر مايعرفون، إذ أن معرفة الناس

(١) يدعى الطباطبائى أن رسالة الكاشى كتبت عام ٨٣٧ هـ

محدودة ، وهذه النصيحة هى عين الصواب ، وسوف أجعلها موضع الطاعة ، بل سوف أنقاد إليها بحسب ماأصدرته إلى .

ومع ذلك ، ففيما يختص بالناس الذين أثقلتهم (المعرفة) فان هناك خطاباً طويلا مصحوباً مع بعض التجار يبلدة قم(١) ، ثانيا نهاك آخر قد سطر ، ومن المحتمل وصول أحدهما للتشرف بمطالعة السلطان (هما يون) . ولو فرض فى كاشان أو أحد نواحيها وجود شخص أو اثنين يشتهران ببعض الفنون ، فان بعض الأصدقاء على حسب الادعاء قد يظهر اقتناعاً ، حتى ولو لم يكن على علم بهذا الفن ، بينما البعض يبدو منكراً له حتى ولو كان يعلم ، فبذلك تصبح حقيقة الحال غير معلومة لأى شخص آخر .

أما الآن فى إقليم سمرقند (حرسها الله عن الآفات) فالحال ليس كذلك ، إذ أن باد شاه الإسلام خلد الله ملكه وسلطانه يمسك زمام الأمور بالأقاليم لسبعة ، وهو عالم مثقف (بحمد الله والمنة) ، ولا أقول هذا الكلام على سبيل المبالغة أو تأدباً ، إذ أن الحقيقة هى التى أسردها ، كيف لا وهو قد حفظ أكثر سور القرآن المجيد ، وله يد طولى فى التفاسير والأحاديث التى تفسر كل الآيات ، ويستطيع فى التو الاستشهاد بالآيات مع الاستنباط والاقتباس .

وهو يقرأ يومياً جزءين من القرآن على ملأ من الحفاظ دون لحن ، وهو يعرف النحو والصرف جيداً ، ويكتب بأسلوب رصين ، فضلا عن ذلك فهو ملم بأصول الفقه على المذاهب الأربعة ، وعلى علم بالمنطق والمعانى والبيان ، وخبير بعلم الأصول ، مع إلمام بأقسام الرياضيات ، وقد بلغ فى ذلك شوطاً بعيداً .

وذات مرة عندما كان يركب جواداً ، تراءى له أن يحقق يوماً تصور أنه يوم الإثنين من رجب بين الخامس والعاشر من ثمانمائة وثمانية عشر هجرية ، فسأل أى يوم ذلك من السنة بالتقويم القمرى الشمسى ؟ ومن هذه البيانات عن طريق الحدس(٢) الذهنى (حساب هوائى) وعلى صهوة جواده ، استخرج خط الطول الحقيقى للشمس صحيحاً لأقرب درجة ودقيقة .

ولما عاد سأل هذا العبد الخاشع عن ذلك ، وفى الواقع أن التقديرات الذهنية تمسكها الذاكرة ، ولكل مقدرته فى الاحتفاظ بها ، ولم أستطع استخراج النتيجة بالدرجة والدقيقة ، بل اكتفيت بالجواب لأقرب دقيقة ، وليس فى مكنة أى شخص آخر فى هذا الوجود ، أن يمارس هذه العملية لانعدام إمكانيتها (لديهم) .

وإنى أقرر فى شىء من الجرأة أن مهارته فى هذا الصدد قد بلغت شأواً كبيراً ، فهو يتمثل بالبراهين والعمليات الفلكية ، ويوضح بيانه بالقوانين العامة ، ويشرح كتابى التذكرة(٣) والتحفة بطريقة لا تقبل معها المزيد .

---

(١) بلدة قم قريبة من كاشان وتقع فى الطريق بينها وبين سمرقند .

(٢) هذه البراعة تستحق الانتباه ، ومعنى ذلك تقدير متوسط خط طول الشمس محسوباً عن لحظة معينة ، ثم يعقبه إيجاد بعد متوسط هذا المكان من الأوج ، ومن ثم تحسب معادلة هذه النتائج وأخيراً بالجبر والمقابلة هذه المعادلة مع المتوسط المشار إليه .

(٣) التذكرة لنصير الدين الطوسى فى الفلك . والتحفة لقطب الدين الشيرازى .

ثانياً :

اجتمع لفحول العلماء فى سمرقند مع مدرسى جميع العلوم ، والطلبة (من حولهم) منهمكون فى تحصيل فنون الرياضيات ، ومن جملتهم أربعة تخصصوا فى شرح « أشكال التأسيس[1] » وواحد فى تفسير « تجنيس الحساب »[2] وآخر كتب رسالة فى البرهان الهندسى للمسائل الخاطئة ، وكان أعلم الموجودين قاضى زادة الرومى ، وكان قد كتب تعليقا فى شرح « جغمينى » وشرح أشكال التأسيس ، وكان هناك جمع غفير من المنجمين والمستخرجين (الحساب) أما طلبة كل أرباب فن فقد كانوا مجتمعين حول أساتذتهم .

وبالاختصار لما جاء هذا العبد الخاشع لمثل هذا المكان ، تطلع إليه كل فرد ثم أنصت إليه لكى يعرف أى نوع من الرجال هذا ، (وقد اعتاد) المقام السلطانى الحضور إلى حلقة الدرس كل بضعة أيام ، وعندما يعلن حضوره تتقدم دروس الرياضيات فى الأولوية ، وقد حضر هذا العبد الخاشع حلقة الدرس .

ومثل من أمثلة امتحانات الطلبة أن يواجه كل من يشترك فى حلقة الدرس وهو غافل عن نوع المسألة التى تطرح ، وأصحاب المدرسة يقيمون البلاغة فى البحوث المطالعة ، وعندما يعلن البحث كل مرة بعناية الله تعالى وبتوفيق الهامكم (بقصد والده) فان هذا العبد الفقير يدخل دخولا كاملا (فى المواضيع) حيث يقوم بسرد أشياء كانت خافية بادىء ذى بدء ، داحضا الاعتراضات الموجهة ، ومبيناً نقاطا دقاقا أذهلت الجميع .

وقبل مجىء هذا العبد الفقير نشأت هناك جملة من العقبات كان يتناقلها الواحد تلو الآخر دون أن يتمكن أحد من التغلب عليها ، مثلا وجدت الرغبة فى تشييد اسطرلاب قطره ذراع على أن يخطط عليه هندسياً ألف ومائتان واثنان من النجوم الثوابت المرصودة ، وهى التى تحتاج إلى مطالع الممر عند انتقالها ، وقد قرر المستخرجون العمل جماعياً فى هذه العملية ، وكان هناك حوالى من مائة وخمسين من النجوم الثوابت رسمت هندسياً بطريقة مشروحة فى الزيج الإيلخانى .

غير أن هذه الطريقة [إذا ساروا عليها] قد أقنعتهم بعدم جدواها فى الوصول إلى حل فتحيروا ، وأشار علماء الرياضيات بأن القوانين الهندسية [المعروفة] ينبغى إعادة النظر فى تحقيقها وتصميمها ولم يجرؤ أحد منهم على تحقيقها ، وكلما حسبت النجوم فى مطالع الممر عند انتقالها طبقا لهذا الزيج ، ودونت النتائج فوق الكرة الأرضية أو الاسطرلاب ، فان أبراجها تفشل فى الوقوع محل صورة أفلاكها .

فمثلا أنور الفرقدين ظهر فى مكان بعيد عن فلك الدب الأصغر ، ورغم تكرار العملية بشتى الطرق وإعمال الفكر فيها ، لم تصل النتيجة إلى صواب ، ولما وصل هذا العبد المتواضع عرضت عليه هذه المسألة فى نفس اليوم أمام الحضرة السلطانية ، وفى التو قام هذا العبد الخاشع بتصحيح إحداها ، شارحا منشأ أغلاطهم ومطبقا كلام الزيج فى هذا الخصوص ، ومن ثم قام هذا العبد الخاشع بالتوضيح أمام المقام السلطانى ، وعلى ملأ من علماء الرياضيات ، وزيادة على ذلك فسرت طريقة أخرى .

---

(١) كتاب هندسى لشمس الدين السمرقندى (القرن العاشر الهجرى) (٢) كتاب فى الجبر والمقابلة لسراج السجاوندى

وعندما يخطط ألف من النجوم على الاسطرلاب ، فلا ضرورة لاستخراج مطالع الممر لكل واحد منها ، فهذا عمل مضنٍ يحتاج إلى جهد كبير ، بينما يمكن وضعها بطريقة أخرى كذلك ، ولهذا أناطوا لهذا العبد المتواضع مهمة وضعها ، وقام العبد الفقير بانجازها .

فضلا عن ذلك أبديت رغبة فى إقامة مقياس عمودى لمزولة فوق سطح جدار السراى الملوكية ، على أن ترسم الخطوط المتساوية الأبعاد للساعات فوقه [المقياس] ، ولما كان المقياس لا يقع فى خط الأوج ، ولا فى الخط [الواصل] بين الشرق والغرب ، لذلك تعذر قبلى على كل من يقوم بهذا العمل ، ولم يستطيعوا له إتيانا على الاطلاق .

وقال قائل منهم إن ذلك ممكن فى عام ، أى عندما تصل الشمس بأول البرج ، فعند ذلك اليوم دع الأرصاد تجرى كل ساعة ، ثم توضع علامة حتى ينتهى العمل كله ، ولما وصل هذا العبد الخاشع صدر الأمر بإسناد العملية إليه ، وأن يقوم العبد الفقير [بوضع الخطوط] وفعلا أتمه فى يوم واحد ، ولما فحصت بواسطة اسطرلاب كبير وجدت متوافقة ومتطابقة .

وبالمثل صدر الأمر بعمل فتحة ، حتى إذا ما وافى وقت العصر بمذهب أبى حنيفة ، دخل شعاع منها فى هذه اللحظة وليس كل الأوقات ، وقد أمكن حل هذا [الموضوع] فى نفس اليوم ، كما حدث لأمثلة أخرى كثيرة ، ومن جهة أخرى رؤى أنه إذا وقف شخص فوق سطح الأرض وهو الكروى حقا ، وكان ارتفاع الشخص ذرعه ثلاثة أذرع ونصف ، وخط الشعاع الصادر من العين مماس لسطح الأرض ، فالمطلوب إيجاد حقيقة درجة بعد الأفق ، ودرجة انحطاط الفلك الأعلى ، والواقع أن الفكر فى هذا [الموضوع] قد استغرق بعض الوقت ، ولم يتمكن أحد من الوصول إلى حل رغم سهولته ، وقد عرضت المسألة فى نفس اليوم ، وقام هذا العبد الخاشع بالحل ، وتحقق الطلب من ذلك واحداً تلو الآخر ، ثم قمنا بجولة لمناقشة الأرصاد .

وقد سبق لحضرة السلطان — خلد الله ملكه وسلطانه — أن شاهد عمارة الرصد[1] بمراغة أثناء طفولته ، وقرر أنه « لم يستطع أن يراها بعين الإدراك » .

وقبل قدوم هذا العبد الخاشع ، قرر الأصحاب [فى المرصد] أنها كرة ذات حلق مغلق ، والناس جالسون بداخلها ، وقد صدر الأمر بعمل حلقتين من الشبه بقطر ستة أذرع لرصد الميل ، ورصد الشمس طبقا لطريقة بطليموس ، غافلين عن الحقيقة بأن كل رصد بعد بطليموس قد استنبطت منه اختراعات أخرى متعددة ، ولذلك عدلوا عن استخدام حلقة بطليموس حيث [ظهر أنها] لم تكن خالية من عيوب .

ولم يكن أحد يعرف كيف كان المنبر الهندسى الموجود فى عمارة الرصد بمراغة ولا الغرض منه ، وعرض

---

(١) يقول طباطبائى إن أولوغ بك ولد عام ٧٩٦ هجرية فى السلطانية ، على بعد مائة وخمسين ميلا جنوبى شرق مراغة ، وقضى شبابه فى العراق الفارسى ، وفى عام ٨٠٥ ﻫ أخذ مع بعض الأمراء الآخرين إلى أرز روم لزيارة الجد الأكبر تيمور لنك وأكبر الظن أنه مر بمرصد المراغة أثناء هذه الرحلة .

هذا الخادم المتواضع صورة الحال لانتباه السلطان ، مع الاختلاف الذى اتضح بسبب الحلقة ، رغم أنه فى زمان عضد الدولة أنشئت حلقة بقطر عشرة أذرع عرفت بآلة السدس الفخرى ، وهذه [حلقة سمرقند] أصغر منها ، وفى مرصد مراغة أنشىء بدلا منها منبر هندسى ذرع نصف قطره ستة أذرع ، ولقد تقرر تكسير هذه الحلقة لتستخدم فى إنشاء آلة أخرى [سبق] أن تكلم عنها هذا العبد الفقير ، وفعلا صدر الأمر السامى ببناء عمارة الرصد طبقا للخطة التى شرحها هذا الخادم الخاشع .

جميع هذه الحالات وأمثالها أصبحت معلومة لأعيان المماكة ، وفى كل يوم بل كل أسبوع يستجد شىء ما ، ويقوم هذا الخادم المتواضع بحله بتوفيق الله ، وبصولجان [جوكان] الالهام فى ميدان الإشكالات دون قيد شعرة .

ويوما من الأيام جلس نفر من العلماء فى الحضرة السلطانية — خلد الله ملكه وسلطانه — وهم مشغولون بالمطالعة والدرس ، وكان قاضى زاده الرومى حاضراً فى الجمع ، وهو منهمك فى شرح برهان فى القانون[1] المسعودى ، وقد صدر الأمر فى هذا الجمع أن تكون نسخة من هذا القانون فى متناول اليد ، وبحث عن الدليل فلم يتبين له ، فاستعار قاضى زاده الكتاب واستصحبه فى خلوة ليدرسه ، وبعد يومين رجع قائلا إن بالكتاب خرقا ، ومن ثم لا يمكن استخراج المسألة ، وطلب نسخة أخرى لمقابلتها بالأولى .

غير أن هذا الخادم الخاشع بسبب الحمى اليومية لم يخرج من بيته هذين اليومين ، وبهذه الحالة ذهب إلى مكان الاجتماع ولا يزال قاضى زاده فى المجلس ، فاذا بحضرة السلطان يستقر نظره على هذا العبد الفقير : وصاح قائلا مولانا (غياث الدين) يستطيع حل هذه المسألة ، ثم ناول القانون المسعودى لهذا الخادم المتواضع ، وما قرأ هذا العبد الفقير حتى السطر الخامس أو السادس من هذه المسألة حتى نهض لشرحها بالتطويل ، ولم يكن بالكتاب شق عن هذه المسألة .

فى هذه المدة وقعت حوادث مشابهة كثيرة يطول شرح تفاصيلها ، وعلى كل حال فى مثل هذا الاجتماع المكانى بعد إظهار كل هذه الحقائق ، لم يستطع أى شخص أن يحتفظ بالتهريج أو التفاهة فى الحديث أو التفاخر بهذا الشخص .

وبادئ ذى بدء لما وصل هذا الخادم الخاشع ، كانت هناك عدة مسائل تناقش فى التحفة ، ونهاية الإدراك ، وتعليقات عن التذكرة للمولى نظام الدين النيسابورى ، وتعليقات عن التذكرة (أيضاً) لمير سيد شريف بيك ، ومع ذلك فوجهات النظر كانت خاطئة ، ولما عرض هذا الخادم الخاشع آراءه فى اجتماع كان السلطان فيه حاضراً ، وكان قد وصل إلى مسامع العلماء ما تناقلته الأفواه من تكاثر فى القذف ، عندما تقدم أحد الأشخاص بادعاء معترضا (وجهات النظر) شخصيات كثيرة متفقة آراؤهم ، فأرغم على تدعيم اعتراضه ببرهان ، وفى يوم كان الجمع كثيرا فى اجتماع ، وطرح مثل هذا البحث مستوفياً بطريقين أحدهما تخيلى والآخر ببرهان هندسى ، وكلاهما

---

(١) القانون المسعودى أكبر موسوعة فى الرياضيات والفلك ألفها أبو الريحان البيرونى فى القرن العاشر الميلادى .

متفقان ، ولما كان حضرة السلطان أستاذاً للفن ، ويمتاز بأقصى درجات المعرفة ، ولما كان أرباب الفن كثيرين ، لم يتمكن أى شخص أن يتحقق من المسألة عندما تكلم الكثيرون ، وهم منهمكون فى الإنكار أو الموافقة ، وصاحب الفن حاضر ومقتنع بما يشاع .

واحدة من هذه المسائل كالآتى : معادلة غاية تعديل القمر خارج المنطقة هى عندما يكون الخط الواصل منها المنطقة المقابلة عموديا على القطر الذى يمر بالأوج ، وفى جميع نسخ فن (الفلك) التى ألفت حتى يومنا هذا كتبت هذه المسألة كذلك ، وهذا خطأ لماذا ؟ لأن بمحاذاة سبع درجات وخمسون دقيقة تحت النقطة المقابلة يكون عموديا ، وبغير ذلك لا يحدث التعامد .

وفى حالة الكواكب حدث نفس القياس فى الخطأ ، ومنشأ الخطأ فى كل هذا ان غاية التعديل فى حالة الشمس تكون عندما يرسم الخط الخارج منها إلى مركز الكون يصبح عموديا على القطر السابق ذكره ، وفى كتاب المجسطى لبطليموس يوجد برهان لذلك ، غير أن القمر وسائر الكواكب السيارة قد حمات (براهينها) قياسا ضار بين صفحا عن الحقيقة أن مثل هذا الحمل القياسى لا يجوز .

وزيادة على ذلك ، ذات يوم كان سطح الأرض موضعاً للتسوية لاستخراج خط نصف النهار فى مكان الرصد ، وتفاخر البناءون بها ، ولما جئت ذهبنا لوضع خط نصف النهار ، وأردنا أولا اختبار السطح لمعرفة ما إذا كان مستويا أم لا ، وحضرة السلطان — خلد الله ملكه وسلطانه — كان حاضراً مع جميع أكابر وأعيان وعلماء وأرباب الفن ، وكان البناءون يقومون بتسوية السطح باستخدام الميزان ، وذلك فى منطقة الرصد فوق مثلث صنعوه ، وكل ضلع فيه طوله أربع أذرع هاشمية .

وقال كبير البنائين وهو المسئول عن بقيتهم ، إنه يجب أولا ضبط المثلث لمعرفة ما إذا كان ساقاه متساويين ، وبادره هذا الخادم المتواضع قائلا إنه حتى ولو كانا غير متساويين فان السطح ممكن تسويته ، غير أن قاضى زاده وسائر موالى الفن قالوا كرجل واحد « كيف يحدث هذا ؟ » إن مثل هذه الحالة لا تكون لهذه الحالة ، ولكن هذا الخادم الخاشع قال إن الهواء لا يزال بارداً والشمس لم تصعد عالية بعد ، فدعونا نختبر التسوية ولننظر بعد ذلك ما يكون .

ولما تحققت عملية التسوية لم يغفلوا ماسبق أن قالوه وطالبوا بالدليل ، وجلس الكل ، وابتدرهم هذا العبد الفقير قائلا : إذا افترضنا أن أحد ضلعى المثلث اللذين تلزمون تساويهما أقصر من الآخر بمقدار ذراع ، فمعنى ذلك أن يميل المثلث نحو مكان معين ، ولذلك شرح البرهان الهندسى أمامهم ، واستغرق ساعة نجومية بما فى ذلك المقدمات والبراهين بشتى الطرق حتى إستبان ذلك واضحاً لعقولهم فوافقوا عليه ، وكانت الغالبية على علم أكبر والبعض الآخر على علم أقل ، وبعد أن سلموا بذلك لم يقصر هذا الخادم الخاشع (فى شروحه) للحاضرين الذين بلغ عددهم نيفا وخمسماية من الأشخاص ، وقالوا إنك تتخيل سهولة المسألة ، ولكننى فى مدة ساعتين نجوميتين أدليت لهم بجميع الحقائق .

(وعلى العكس) إنها قريحة الرجل العاقل حتى أن مثل هذه الأشياء أصبحت معروفة بالضرورة ، وفى هذا الموقف قال الأستاذ إسماعيل دعونا نتحقق أولا مساواة الضلعين ، وتساءل هذا الخادم الخاضع ما هو جدوى كل هذا النقاش والانصات ، وكل الحاق الخاص منهم والعام كانوا منصتين لكى ينظروا معنى هذه المسألة ، وكيف تخرج محلولة ، لأنها كانت أول مسألة تخرج من المرصد هم فيها على خلاف .

ولما ظفر هذا الخادم الخاضع أصبح مرموقا ذا شهرة تامة ، وكل من أراد رؤية حقيقة الموقف بعين اليقين ، فليشاهد الفرس والراكب ، وليشاهد ميدان (النضال) ليحضر وينظر :

« لقد نسجنا قصة طويلة وهكذا أخرجت » .

وهكذا انتهينا من ذلك وكتبناه ، وقال شمس الدين بأنى أرسلت من طرف مولانا بدر الدين ذات الحاق من جهة نمودار ، وفى الواقع عندما تحدث هكذا إنما تحدث بكذب مختلق ، فأولا لا يوجد فى هذه الناحية من يدعى شمس الدين ليكون مقربا ، فتحول عليه مثل هذه المهمة الخطيرة ، فضلا عن ذلك لايوجد شخص هنا يحتاج لكرة نمودار ذات الحلق .

وهنا الأستاذ إبراهيم سباك النحاس وقد أمر للحضور فى منزل هذا العبد الخاشع ، وفعلا أتم [صناعة] الكرة ذات الحاق فى حضور هذا العبد الفقير ، وفى صناعة الكرة ذات الحاق صعوبة ناتجة من سباكة النحاس ، وليست من النظرية التى بنيت بموجبها الآلة ، وهذا يناقض [الوضع] عند صناعة الاسطرلاب التى تظهر فيها كانتا المشكلتين ، ولما كان الأستاذ يحذق سباكة النحاس فقد أشار هذا الخادم المتواضع إلى نقطتين ، إحداها فى تقصير الحلقة والثانية فى التحديب هناك من جهة القطب ، ولكل واحدة رسمت دائرة صغيرة ، ووضع المثقاب فى جهة واحدة وجعله ينفذ للجهة الأخرى صانعاً ثقبا .

وقد ثقبت جميع الحلقات بهذه الطريقة ، حتى أنه لم يحدث لأحدها غلطة واحدة ، ولكن ماذا بقى ليقال عن هذه الحلقات حقيقة ؟ بخلاف ذلك لا وجود لأى خبر آخر صادق أو مزيف ، ولكن هل جاء مولانا بدر الدين ذات الحاق ليحصل على واحدة من مكان ما ، أو يقوم بتصنيعها ؟ [فى الأمثال يقولون] المسافرون هم كبار الكاذبين .

فضلا عن ذلك ، فان [قدوة المحققين وزبدة السالكين] مولانا إبراهيم [أدام الله بر أنفاسه الشريفة] قد أحصى مايردده مولانا بدر الدين فى هذه النواحى ، قائلا بأنى تتلمذت بمرصد مراغة ، ومع هذا توجد أماكن كثيرة شاغرة فى الزيج الايلخانى .

ولكن الآن فيما يختص بقولهم إن بالزيج الايلخانى توجد عدة أماكن ناقصة ، فان هذا النقصان ناتج من نقص فى علمهم وفكرهم وذهنهم ، حتى ولو كان هناك تشويه فى بعض المواضع فإن أمثال مولانا بدر الدين

لا يستطيع أن يتنبه له ، بل إنه عندما يقول بوجود خطأ فان مايوجد [على العكس] يكون صحيحا .

والتفاوت الذى أصبح الآن واضحاً فيه [الزيج] ناتج عن تفاوت السنين ، التى كانت سبباً منذ ذلك الوقت فى هذا الخاف حتى الآن ، أما فيما يقال إن تلك الأرصاد قد اشترك فيها خلق كثير ، فاننا هنا الآن فى غير حاجة إلى هذا العدد من الناس ، ذلك لأن الملوك السابقين الذين أمروا بالأرصاد لم يكونوا على علم [بالفلك] ، وكرهاً كان الاحتياج إلى هذا العدد من الناس ، حتى إذا حدث الاجماع منهم على موافقة ، كان الاجماع حجة يصح الاعتماد عليها .

أما هنا فان بادشاه — خلد الله ملكه وسلطانه — يدير بنفسه المرصد ، ويساهم بنفسه فى العمليات ، لذلك كان عدم وجود جمع من الناس لا يضر .

لقد كان بطليموس[1] نفسه ملكا وراصداً ، وكذلك كان أحد أبنائه ، وقد يستشير شخصاً واحداً أو اثنين ، وهكذا يكون الحال عندما يدفع شخص واحد الأشياء أمامه ، وليس هكذا عندما يوجد ألف منّ من الحجارة فلا يستطيع امرؤ واحد أن يحملها ، ولكنها هكذا عندما توجد ألف حبة من القمح ، فان شخصاً واحداً يستطيع نقلها إلى بعض الأماكن الأخرى .

لقد ثبت أن مولانا بدر الدين يعرف الرياضيات جيداً ، أجل لقد حفظ كثيراً من فروض إقليدس ، ولكنه لا يستطيع تطبيقها إيجابياً ، وهذا نفس الشىء عندما يتعلم امرؤ بعضا من قواعد النحو ولكنه لايستطيع تركيب اللغة العربية ، ونفس الحالة عند مولوى الذى يعرف ذلك الشعر الباطنى وحقائق الشعر ، نظراً لأنه يقضى معظم الأوقات فى العلوم الكلامية ، وذهنه خال من الفلك أو الرياضيات وهى التى تحوى الحقيقة الداخلية فى طبيعتها .

وبسبب أن مولانا بدرالدين عمل بعض الحديث عن اقليدس ، فهو يعتقد أنه يعرف الرياضيات ، وهذا العبد الخاشع قد رأى الكثير منه ، وينظر إليه الجميع بعين التقدير ، وقد يتباهى الخلق وهم لا يفقهون بعض قواعد علم النجوم لبعض السنين ، والآن هم يسمعون فى سمرقند عن الأرصاد التى تجرى دون أن يلتفت إليها أحد ودون أن ينالها الاعتبار ، ولقد تحقق أنهم يجهلون الأرصاد ، وفى كل مرة يحصل هذا لا يجدون ما يناسبهم سوى الادعاء بالنفى أو الانكار ، وبالإضافة إلى مولانا بدر الدين يوجد كثيرون يعتقدون نفس الشىء ، ولو حدث أن حضر هؤلاء القوم إلى سمرقند ، وقدموا أنفسهم إلى جدل المباحث الرياضية ، فسوف يتضح للعيان الخواص منهم والعوام أن ما يتباهون فيه هباء .

وهذه الأيام فى سمرقند — حرسها الله عن الحدثان — يوجد حوالى ستين أو سبعين من أمثال هؤلاء

---

(١) يخلط الكاشى بين بطليموس أحد حكام عصر البطالسة وبين العالم الفلكى الكبير بطليموس القلوذى بجامعة إسكندرية القديمة .

القوم ، وهم غافلون عن الحسابات الرياضية ، ومنذ عشر أو اثنتى عشرة سنة فقط قد انشغل القوم بهذه المواضيع بالجد والعمل ، لأن المقام السلطانى مشغول بهذا الفن بنفسه .

ويرحم الله مولانا بدر الدين حيث اكتفى بقدر منها ، ومن ثم لم يعد يلفق الأكاذيب ، أما عن ثناء جلالته فهو بدرجة بحيث لا يمر أسبوع حتى يروى أحد الأصدقاء لهذا العبد الفقير أن المقام السلطانى قد تفوه بملاحظات الليلة أو اليوم ، أمثالها كالآتى :

إنه غزير الاطلاع ، إنه يعلم جيداً ، بلى إنه أعلم من أى شخص آخر ، إنه أكثر مقدرة من قاضى زاده ، وأكثر تعمقاً ، وفى هذا الفن ذهنه أكثر توقدا : وما يستغرق عشرة أيام يكتشفه مولانا غياث الدين توا فى يوم واحد ، وهو عليم بجميع فروع هذا الفن ، فاضل طيب القلب .

وقد يحضر لنا شخص من جنس الموالى أو غير ذلك ، ولما يحصل على قدر من العلم ضئيل تعذر عليه ضبط نفسه على الإطلاق ، فينازع القوم ويضع أقدام الفضول ، أما مولانا غياث الدين فبالرغم مما يمتاز به من شتى الفضائل والتربية ، التى أكسبناه إياها لأنه يحظى دائماً بشرف القرب منا ، فانه طول هذا الوقت لم يشغل نفسه بمنازعات مع أحد ، ولم يتأفف أحد منه أو يشكو هو من أحد ، ولم يطارح الكلام مع القوم أو يقدم التماسا مغبة فى الطمع ، ولكنه يعيش عيشة فاضلة .

وكثيراً ما تلفظ بأشباه ذلك أكثر الأوقات ، والحمد لله على ذلك — ذلك فضل الله يؤتيه من يشاء — ولقد سعى القوم منذ سنين ليقدموا حياتهم وشخصياتهم تحت الأضواء أمام الجماهير ، وقليل منهم قدم فضائل الأعمال فى نظر الرجال ، وبحمد الله والمنة هو الذى أدين له بعد أن قضيت وقتاً طويلا فى الكنج خانة (بيت المال) عند وصولى أخيراً لهذه المدينة العظيمة ، لمثل هذا الرجل الفاضل .

وفى حضرة البادشاه [ملك الملوك] العاقل والعالم الذى يدرك أحوال الرجال ، ويستفسر عن مواضع الخلائق : بيمن العناية الأزلية ، وببركة همتكم [والده] العالية ، أعيش حائز الاستحسان ، ذلك لأن حضرة البادشاه لو لم يلتفت إلى أمور القوم ، فان العمل الطيب قد يحمل محمل السوء ، والوزارة تصبح حسنة ، ولكن السلطان يسلك مع الرجال الذين يلازمون الأعتاب السلطانية (مسلكا حسنا) ، فيبسط حمايته عليهم ، فاحصاً أحوال كل واحد منهم ، حتى أنه لا يوجد من المواضيع ما لا يعرفه جلالته ، ما هو وكيف هو لجميع الناس الذين يلازمونه ليل نهار .

وشىء آخر جمع من الناس يتساءل لماذا لا تكتمل الأرصاد فى عام واحد ، ويقولون عشر سنوات أو خمس عشرة سنة حيث تستكمل شروط عدة لتعيين الكواكب حتى تجرى الأرصاد تحت هذه الظروف التى تنطبق فيها الشروط ، فمثلا يحتاج الأمر إلى خسوفين للقمر يشترط فى كل منهما مقدار من الخسوف هو بعينه وفى نفس الاتجاه وقريب من عقدة واحدة ، وبالمثل تحتاج أيضاً إلى خسوفين آخرين لهما نفس الاشتراطات وهكذا ، ويلزم رصد عطارد تحت ظروف وجوده فى غاية البعد المصباحى وكذلك عندما يصل إلى غاية البعد المسائى مع اشتراطات أخرى عديدة ، وبالمثل مع الكواكب الأخرى .

وكل هذه الحالات لا يمكن إتيانها في عام واحد ، حتى يستطيع الشخص الواحد أن يرصدها فى عام ، ينبغى الانتظار حتى يتبين واقع الحال هذا ، وإذا تصادف حدوث ضباب وتحققت هذه الاشتراطات ، فان الدورة تصبح مفقودة لعام أو عامين آخرين حتى تتحقق ثانياً : الكل مجمع على أن ذلك يحتاج إلى أعوام عشرة أو خمسة عشر .

والناس الذين يجهلون هذه العمليات ، ولم يروها عملت بمعرفة شخص ما ، يعجبون كيف يتولاها شخص بمفرده .

غير أن أحداً يعرف عملا كهذا يجد السهولة فى هذا الميدان ، إن شاء الله تعالى حق سبحانه وتعالى أن يهبنا العمر والتوفيق ، وكذلك بيمن دولة بادشاه الإسلام خلد الله ملكه وسلطانه ، سوف تتم هذه الأرصاد كاملة مباركة .

والآن فان أكثر العمارة قد انتهى العمل فيه ، واحتوت على أكثر من خمسماية تومان من طوب الأفران المحروق وكذلك المون ، وجهزت واحدة من ذات الحلق وأخرى هى تحت التشغيل مع بعض آلات أخرى منها ذات السمت وذات الهدقد الستارة ، وغيرها قد أصبحت فى متناول اليد .

ومن جهة اخرى فانكم تستفسرون عما إذا كانت أعمال الرصد قد عهد بها إلى هذا العبد الفقير أم أن هناك شريكا آخر ، عجب هذا السؤال بعد أن طبقت شهرتى (الآفاق) : والوضع أنه رغم وجود أناس كثيرين يشتغلون بالرياضيات ، فانه لا يوجد من يكون على علم حقيقى بالنظريات العلمية والعملية فى الرصد ، كذلك ليس من بينهم من يعرف المجسطى .

رجل واحد هو قاضى زاده يعرف علم المجسطى ، ولكنه ليس رجلا عملياً ، ولم يتناول أية تطبيقات رغم كونه أعلم القوم ، وفى المباحث العلمية التى يشترك فيها فان كل مناقشة تنهض هذا العبد الخاشع تجد من الحضرة السلطانية الرأس المدبر لها ، تماما كما شرحت من قبل فى القانون المسعودى ، وأشباه ذلك من الأعمال التى تفوقت فيها :

والأعمال تنقسم إلى ما هو علمى وما هو عملى ، وأما الجانب العملى فهو على غرار ما يتمثل فى هذا المثال : كوكبان وصلا معاً بدائرة أول السموت وارتفاع كل منهما أمكن الحصول عليه ، وخطا طول وعرض أحدهما معروف ، والمطلوب تعيين خطى طول وعرض الكوكب الثانى من هذه المعلومات .

إن معرفة كيفية تقدير ذلك يعتبر فنا ، والعمليات المطلقة لهذه المسألة هى بحيث أن الضرب والقسمة ينبغى وصولها إلى نتيجة البرج والدرجة والدقيقة ، لتقويم خطى طول وعرض الكوكب كما هو حاصل فعلا ، ولكن قاضى زاده غير متمكن فى الناحية العملية والناحية المطلقة سوى ما يخص شبكة الضرب والقسمة وليس إلا ، وحتى هذه فهى بدرجة يستحيل عليه تطبيق الشبكة دون مطالعة الكتاب الميسر سطراً بسطر ، وخانة بخانة تماما : ولكن ما الذى يتطلعون إليه ؟ إنه يعطى مغنما وفيراً وهم لا يتباهون بذلك ، ومولاى [والده] يعرف

بعناية إلهى كيف يرى بنفسه قوة فى استحضار فن العلم والعمل وقدرة فى العلوم المطلقة ، حتى إذا تصادف وجوده فى دار الرصد بدون كتاب منذ أول الوقت حتى آخره ، فإنه يستطيع إجراء جميع العمليات وإنتاج الزيج ، وفى كل مسألة لا يرجع إلى كتاب سوى عند تقدير حاصل أوساط يوم معلوم من أرصاد سابقة ، وكذلك عند تعيين تاريخ ذلك اليوم ، وفى عمليات الرصد يحتاج الأمر لهذا ، لأن تفاوت حاصل أوساط الرصد عن حاصل أوساط الحركة يمكن الحصول عليه ، وبقسمة ما بين الرصدين على طول الزمن الناتج بين الرصدين يصبح مقدار الحركة معلوما .

كل هذا يمكن تدوينه على ورقتين ، وتكلفون خاطركم المبارك بالتأكد من أن مطالعة الكتب لاستحضار مثل تلك الأخطاء المتعددة أمر لا يمكن تنفيذه ، ذلك لأن مباحث الآخرين ليست مكررة الآن ، ومن مقدار حكاية قاضى زاده التى سبق أن سردناها لا ينبغى أن يتصور القوم أن هناك خلافا محتملا .

بين هذا العبد الخاشع وبينه اتصال وثيق وصداقة وطيدة ، وهو يعتمد على هذا العبد الفقير فى ذلك ، وهو ليس من النوع المتغطرس غير المعقول ، وقد سبق لهذا العبد المتواضع التنويه بذلك من قبل ، والرجل يقول ما يعرفه ، أما ما ليس له به علم فانه يعلنه دون أن يتحاشاه ، والجزء الذى تم من أشغال الرصد فى ذلك الوقت هو مما قاله هذا العبد المتواضع والذى بلغ لجلالته ، أيد الله ملكه وسلطانه ، فمثلا ما يختص بعمارة الرصد وآلاته فان تلطف جلالته بالحضور مع توقد ذهنه وبصيرته النافذة قد جعلته يتأمل ملياً فيها ، وبعض المشاريع التى أقرها أشار بتنسيقها ، وبعض الكشوف والاختراعات يأمر باجرائها بطرق مختلفة ، ثم يطالب فى هذه الحالة بضرورة ترتيبها ، وفى الواقع كان يتابع تدبيرها دون حدوث شائبة فيها .

ولو فرض وجود بعض الخلل فى إحدى النقاط التى لا تستوى مع وجهة نظر هذا العبد المتواضع ، فالمناقشة تنعقد لها ، وإذا تراءى خطأ من هذا الجانب أو ذاك فانه يتولى إعلانه فورا دون غطرسة طالما أن الهدف هو الوصول إلى الحقيقة فى بحث المسائل حتى تتم أعمال الرصد بأحسن الوسائل ، وبالنظر إلى ذلك يشعر المرء فى حضوره بمنتهى الكرم ودماثة الخلق ، فهو يود إظهار عطفه وكرمه النبيل فى التلطف لدرجة أنه فى كثير من الأحيان وفى المدرسة بحضوره قد يتراءى لأحد الطلاب أن يستفهم عن مسألة فى علم ما ، فيحدث بينهما جدل متبادل فى مقارعة الحجة بالحجة بدرجة لا توصف .

ذلك لأنه قد سبق أن أصدر أمراً سامياً قائلا أن أية مسألة علمية لا تدخل ذهنه تصبح غير راسخة المعالم وأما التملق الخانع فهو أمر محظور ، ولو فرض أن وافق شخص ما موافقة عمياء فانه يتعمد إرباكه قائلا انك جعلتنا كالجهلاء ، وإذا تراءى له امتحان مسألة ما تعمد أن يشيبها بخطأ عند صميم (الجدل) ، وفى الحال قد يوافق شخص عليها فيؤنبه بل ويخجله .

ولما تم العمل فى هذه الآلة وأعطيت للمرصد ، أو إذا احتاج الأمر لتقدير الأوج فى المرصد فى بعض الأحيان

يحضر قاضى زاده هناك أيضاً ، ولو فرض وجود نقاش لاشترك ، فيه ، وقد يوافق أو يناقض الدعوى كما سبق تبيان ذلك عند استهجانه موضوع تسوية السطح ، ولما بانت له الأمور على حقيقتها اقتنع .

والمدرسون الآخرون يحضرون بأنفسهم إلى المرصد ويأخذون فى التجول والنظر ، رغم أن العمل عسير الجديةلم يحن بعد نظراً لأن عمارة الرصد لم ينته العمل منها ، وعندما تتم وتركب فيها الآلات بعد تصنيعها ، سوف تجرى الأرصاد المتعددة بما فيها من مشاهدة الكواكب خلال فتحات المرصد ، وعندما تقيد النتائج ومن بينها الأبعاد بين الشمس والأفلاك ، وأنصاف أقطار الدوائر التى تقع مراكزها فى محيط دائرة أخرى ، ثم انحراف أقطار هذه الدوائر التى تمر بالأوج والحضيض ، وكذلك عند تقرير متوسط الحركة ومراكز الكواكب بالنسبة لمركز الفلك وهكذا فان العمل الجدى يكون هنا .

أنا لا أريد أن أطيل عليك أو أضايقك .

أرجو أن يتحمل طيفكم المبجل هذا العبد الفقير أخشع الخدم ؟

غياث



(٥) مخطوط مفتاح الحساب

منذ القرن الحادى عشر الميلادى حتى القرن السادس عشر ، تعرضت الحضارة الاسلامية لغزوات شتى من القوميات الناهضة النامية ، مغول وتتار وترك وصليبيين ، فخشى العلماء على هذا العرفان المتراكم أن يضيع فى زحمة الهجمات الوحشية ، لذلك نرى أن تلك الحقبة شاهدت عصر الموسوعات فى الفلسفة والطب والشعر والأدب والتاريخ والتراجم والعلوم .

وفى سمرقند ظهر جمشيد الكاشى بموسوعته العلمية فى الحساب والهندسة والجبر والمقابلة والوصايا والمساحة كان ذلك عام ١٤٣٦م وقبله بقرن من الزمان ظهرت موسوعة الجلدكى فى القاهرة فى الكيميا والنبات والحكمة وهكذا فى بقية العلوم الأخرى مما يضيق عن الحصر .

ومفتاح الحساب لغته فيها شيء من الجفاف والخشونة التى يمتاز بهما العنصر الإيرانى والتركى ، بخلاف اللغة التى كتبت بها مؤلفات ابن الهائم المصرى (١٣٥٢ — ١٤١٢م) فى الرياضيات ففيها شيء من السهولة والبساطة أو اللغة التى كتبت بها مؤلفات أبو محمد عبد الله بن حجاج (١٢٠٤م) المعروف بابن الياسمين الذى خدم أحد خلفاء الموحدين ، فنجده يؤلف الجبر والمقابلة فى أرجوزة تنم عن أدب رائع وسيطرة عجيبة على فنون الكلام والشعر اللذين اشتهرت بهما حضارة الأندلس .

وتوجد سبعة مخطوطات لمفتاح الحساب هى :

١ — نسخة مكتبة سالتيكوف — شدرين بلينجراد (مجموعة دورن رقم ١٣١) .

٢ — نسخة مكتبة جامعة ليدن (Cod. or 185) وهى أقدم المخطوطات المعروفة حالياً .

٣ — نسخة مكتبة بروسيا العلمية (Spr ١٨٢٤ bis.) ببرلين .

٤ — نسخة موجودة فى مكتبة برلين العلميه العامة (Sp. ١٨٢٤) ، وهذه المخطوطة مكتوبة فى مائتى صفحة من القطع الصغير ، فى حين أن نسخة ليدن تقع فى ثمان وسبعين صفحة من القطع الكبير .

٥ — نسخة موجودة فى معهد برلين لتاريخ الطب والعلوم (No 1,2) .

٦ — نسخة موجودة فى مكتبة باريس الأهليه تحت رقم ٥٠٢٠ .

٧ — نسخة موجودة بالمتحف البريطانى بلندن تحت رقم ٤١٩ .

٨ — نسخة مطبوعة على الحجر بطهران موجودة بالخزانة التيمورية رقم ٢٥٥ رياضيات تبتدىء المقدمة فيها هكذا : « هذا كتاب مفتاح الحساب تأليف الفاضل العلامة والحبر الفهامة أفضل المهندسين ، غياث الدين جمشيد القاشانى ، وقد الفه حين استخراج زيج سمرقند من ملك العادل ألغ بيك كوركان لخزانة كتبه » .

وخاتمة الكتاب كالآتى :

لقد وفقه الله السيد السند والكهف المستند ، بطبعه ابن المرحوم المغفور له السعيد الصالح الحاجير أبو القاسم ، برد الله مضجعه ، والحاجير محمد صادق الحسينى الخوانسارى ، فى شهر رمضان المبارك فى عام ١٣٠٦ من الهجرة »

ولقد قام پول لوكى المتوفى عام ١٩٤٩ م بتحقيق جزءى نسختى معهد برلين لتاريخ العلوم والطب ونسخة باريس .

Paul Luckey:
Die Rechen kun t bei Gamsid b. Mas,ùd al-kasi mit
Rüchblicktan auf bie àltre , Geschichte pes Rechnens — فسبادن ١٩٥٠
Die Ausziehvng den n. ten Wurzel und der — وكذلك فى مقالة
binomishe Lehrsatz in der islamischen Mathematik
— Math. Ann. 120 pp. 217—274. — سنة ١٩٤٨

أما نسختا لينينجراد وليدن فقد حققهما روزينفلد ويوسكيفتش الاكاديميان ، وأصدرا ترجمة وافية لمفتاح الحساب باللغة الروسية ، بالإضافة إلى كتاب الرسالة المحيطية لجمشيد غياث الدين الكاشى .

دار الطبع والنشر للأدب الفنى والعلمى للدولة — موسكو ١٩٥٦ .

ونشير هنا إلى أن هذه الترجمة العلمية هى أول ترجمة كاملة لهذا المخطوط القيم تظهر بأية لغة أوروبية أوغير أوروبية .

Rowkelws Posefopellg

أما نسختا باريس ولندن فقد حققا جزئيا فى مقالة ڤوبكه .

W. epcke F., Passages relatifs â de sommations des Séries des cubes extraits de deux manuscrits arabes - Annali di matem - pura ed applicata - 1864

أما نسخة مكتبة برلين العلمية العامة فقد حققت جزئيا فى كتاب .

Ahlwardt W., Verzeichnis der Arabischen handschriften der
kgl. bibliothek Zu Berlin — برلين ١٨٩٣ الجزء الخامس

وقد اعتمدنا فى تحقيقنا لهذا المتن على مخطوطة ليدن وقد رمزنا لها بالرمز ل وهى غير منقوطة . وهى منشورة مع الترجمة الروسية والشرح بهذه اللغة ، وخاتمة الكتاب كالآتى : —

تمت الكتابة بعون الملك الوهاب فى ثانى شهر شعبان المعظم سنة خمس وستين وتسعمائة على يدى العبدالفقير المحتاج إلى رحمة الله الولى سعد الله بن أمان الله بن على فى بلدة قزوين ، عفا الله عنهم بحق محمد وآله المعصومين أجمعين » .

والنص الثانى الذى اعتمدنا عليه هو الموجود بالخزانة التيمورية وقد رمزنا له بالرمز « ت » وهناك جمل ناقصة فيه وجمل زائدة بالهامش ، وعند المقارنة بين النصين استطعنا تحقيق المتن تحقيقا يكاد يكون أقرب ما يكون إلى التسلسل العلمى الصحيح ، وقد استعنا بالشروح الروسية وكذا بالدراسة القيمة التى قام بها المستشرقون روزينفلد ويوشكيفتش وبول لوكيه وبالنصوص العربية الأخرى فى هذا العلم .

وقد رأينا الاكتفاء بكتابة الرقوم المعتادة بدلا من الرقوم الهندية التى نسخ بها المخطوط جميعه ، نظراً لصعوبة وجود الأرقام الهندية بالمطابع المحلية ، ولسهولة فهمها لذلك لزم التنويه ورأينا أيضاً انتخاب نوعين من الأقواس ، فالقوس ( ) مشروح موضوعه بأسفل الصفحة أما القوس [ ] والقوس « » فمشروحان فى آخر الكتاب .

ونرجو أن يكون التحقيق والشرح حافزاً لأبناء الضاد للتوسع فى تحقيق التراث العربى الدفين بين مكتبات العالم ، وأن يشعر أبناء الأمة العربية بأنهم هم أصل العرفان والينابيع التى سببت الحضارة الأوربية الحديثة .

القاهرة فى ٢٠ مايو سنة ١٩٦٧ — أحمد سعيد الدمرداش — حمدى الشيخ



مفتاح الحساب

تأليف

جمشيد غياث الدين الكاشي

بسم الله الرحمن الرحيم ، وبتوفيقك نعتصم يا كريم . «٣»

الحمد لله الذى توحد بابداع الآحاد ، وتفرد بتأليف صنوف الأعداد ، والصلاة على خير خلقه ، أشفع الشافعين يوم التناد ، وعلى آله وأولاده الهادين سبيل النجاة الرشاد ، أما بعد :

فان أحوج خلق الله معه إلى غفرانه جمشيد بن مسعود بن محمود الطبيب الكاشى الملقب بغياث ، أحسن الله أحواله ، يقول :[١]

لما مارست الأعمال الحسابية ، والقوانين الهندسية ، حتى بلغت إلى حقائقها ، وبالغت فى دقائقها ، وكشفت غوامضها ومعضلاتها ، وحللت مشكلاتها ، واستنبطت كثيرا من القوانين والضوابط ، واستخرجت ما صعب استخراجه على كثير من مباشريها ، كما استأنفت استخراج جميع جداول الزيج الأيلخانى[٢] بأدق عمل ، ووضعت الزيج المسمى بالخاقانى[٢] فى تكميل الزيج الأيلخانى ، وجمعت فيه جميع ما استنبطت من أعمال المنجمين ، مما لا يأتى فى زيج آخر مع [البراهين] الهندسية ، ووضعت أيضا زيج التسهيلات ، جداول شتى .

وصنعت رسائل أخرى مثل الرسالة المسماة بسلم السماء[٤] فى حل إشكال(١) وقع للمتقدمين فى الأبعاد والأجرام ، والرسالة المحيطية نسبة القطر إلى المحيط ، ورسالة الوتر والجيب فى استخراجها لثلث القوس المعلومة الوتر والجيب ، وذلك مما صعب على المتقدمين ، كما قال صاحب المجسطى[٥] من أن ليس إلى تحصيله [من](٢) سبيل ، واخترعت الآلة المسماة بطبق المناطق ، وحررت فى كيفية صنعتها ومعرفتها كتاب نزهة الحدائق[٦] ، وهى آلة يحصل بها تقاويم الكواكب وعروضها وأبعادها عن الأرض ، ورجوعها والخسوف والكسوف وما يتعلق بها .

«٤» واستخرجت أجوبة مسائل كثيرة سألنى عنها مهرة المحاسبين امتحانا أو تعلما ، وإن لم يحصل بعضها بالست(٣)[٧] الجبرية ظفرت فى أثناء هذه الأعمال على ضوابط كثيرة ، تتأتى بها أعمال المقدمات الحسابية ،

---

(١) يقصد المشاكل التى وقعت لمن سبقه (٢) (من) ناقصة فى المخطوط (٣) يقصد المسائل الجبرية الست

بأسهل وجه ، وأيسر طريق ، وأقل عمل ، وأكثر نفع ، وأبين وضع ، فرأيت أن أدونها ، وأردت أن أبينها ، لتكون تذكرة للأحباب ، وتبصرة لأولى الألباب ، فحررت هذا الكتاب ، وجمعت فيه جميع ما يحتاج إليه المحاسب ، متحرزا(١) عن إشباع ممل ، واختصار مخل ، ووضعت لأكثر الأعمال دستورا فى الجدول ليسهل ضبطه على المهندسين ، وجميع الجداول الموضوعة فى هذا الكتاب ضبطها ، بخاطرى أبو عذره ، ومقتضب حلوه ومره ، إلا سبعة جداول :

(ا) من حواصل ضروب ما دون العشرة .

(ب) الشبكة فى الضرب .

(ح) من أصول المنازل .

(ى) مثال اتحاد المخارج .

(هـ) معرفة مراتب حاصل الضرب وخارج القسمة ، جدول الجيب .

(ز) معرفة حسبة حاصل الضرب والقسمة .

وجعلته برسم لخزانة كتب السلطان الأعظم الأعدل الأعلم الأكرم ، مالك رقاب الأمم ، مولى سلاطين العرب والعجم ، سلطان المشرقين ، خاقان الخافقين ، ملاذ أعاظم السلاطين ، ظل الله فى الأرضين ، قهرمان الماء والطين ، آية الله فى العالمين ، باسط بساط الأمن والأمان ، ناشر العدل والإحسان ، هادم مبانى الجور والطغيان ، حافظ بلاد الله برا وبحرا ، ناصر عباد الله شرقا وغربا ، الذى يدار الفلك الدوار على مرامه ، وتنشق الأرض فى الهيجاء عن سهم حسابه ، المؤيد بالتأييدات السبحانية ، الموفق بالتوفيقات الربانية ، الملهم بالإلهامات الإلهية ، المظفر على الأعداء بالعنايات الأحدية ، صاحب النفس القدسية ، والكمالات الأنسية ، الأخلاق الملكية ، والشمم المحمدية ، ذى العدل والشوكة والشهامة ، والشجاعة والعز والتمكين ، المنصور بنصرة خير الناصرين ، السلطان ابن السلطان ابن السلطان ، مغيث الحق والدنيا والدين والسلطنة ، ألغبيك كوركان[٨] ، خلد الله معه فى الربع المسكون خلافته وسلطانه ، وأوضح «ه» على العالمين [صدقه] وإحسانه .

اللهم اجعل عين الكمال عن ساحة رفعته محجوبة مكفوفة ، ويد الحوادث عن بساط سلطنته مبعودة معصورة ، مأمولا من حضرته أن يجعله مقبولا ، ويصحح ما كان معلولا ، ويعفو [عن(٢)] زلله ، ويسد خلله ، فاذا أتممته سميته مفتاح الحساب ، وأسأل الله أن يوفقنى للسداد ، ويهدينى سبيل الرشاد ، ملتمسا

---

(١) فى المخطوط محرزا .

(٢) ليست موجودة فى الأصل .

ممن نظر فيه أن يعذرني إن ضعفت العبارة ، ولا يعيبني إن وقعت العثارة ، فاني مقر بالعجز والتقصير ، ومعترف بالإخلال فى التقرير والتحرير ، وجعلته مشتملا على مقدمة وخمس مقالات :

المقدمة فى تعريف الحساب والعدد وأقسامه .

المقالة الأولى :

فى حساب الصحاح بالأرقام الهندية ، وهى تشتمل على ستة أبواب :

(ا) فى « ٤ » صور الأعداد .

(ب) ومراتبها فى التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق .

(ح) فى الضرب .

(ء) فى القسمة .

(هـ) فى استخراج الضلع الأول من المضلعات كالجذر والكعب وغيرهما فى ميزان الأعمال .

المقالة الثانية :

(ا) فى تعريف الكسور وأقسامها .

(ب) فى كيفية وضع أرقام الكسور .

(ح) فى معرفة التداخل والتشارك والتباين .

(ء) فى التجنيس والرفع .

(هـ) فى أخذ الكسور المختلفة من مخرج واحد وفى أفراد الكسور المركبة .

(ز) فى التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق .

(ح) فى الضرب .

(ط) فى القسمة .

(ى) فى استخراج الضلع الأول من المضلعات .

(يا) فى تحويل كسر من مخرج إلى مخرج(١)

(يب) فى كيفية ضرب الدوانيق والطساسيج والشعيرات بعضها مع بعض .

المقالة الثالثة :

فى طريقة حساب المنجمين ، وتشتمل على ستة أبواب :

(ا) فى معرفة أرقامهم ، وأرقام الجمل وكيفية وضعها .

---

(١) يقصد من مقام إلى مقام .

(ب) فى التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق .

(حـ) فى الضرب .

(ء) فى القسمة .

(هـ) فى استخراج الضلع الأول من المضلعات(١) ، وفى تحويل الأرقام الستينية إلى الهندية ، وبالعكس صحاحا وكسورا .

المقالة الرابعة :

فى المساحة ، وتشتمل على مقدمة وتسعة أبواب : المقدمة فى تعريف المساحة .

الباب الأول

فى مساحة المثلث وما يتعلق بها ، وهو يشتمل على ثلاثة فصول .

(ا) فى «٦» تعريف المثلث وأقسامه .

(ب) فى مساحة المثلث تعميماً واستخراج أبعاده .

(حـ) فى مساحة المثلث المتساوى الأضلاع تخصيصاً واستخراج أبعاده .

الباب الثانى

فى مساحة ذوات الأربعة الأضلاع ، وما يتعلق بها ، وهو مشتمل على خمسة فصول :

(ا) فى التعريفات .

(ب) فى مساحة المربع والمستطيل واستخراج أبعادها .

(حـ) فى المعين وذوات اليمينين .

(ء) فى الشبيه بالمعين وذوات الزنقة .

(هـ) فى ذى الرجلين والمنحرف .

الباب الثالث

فى مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة وما يتعلق بها : وهو مشتمل على خمسة فصول .

(ا) فى التعريفات .

(ب) فى مساحتها عموما واستخراج الأبعاد .

---

(١) يقصد بها الأس .

(ح) فى ما يختص بتساوى الأضلاع والزوايا واستخراج أبعاده.

(ى) فيما يختص بالمسدس المتساوى الأضلاع والزوايا .

(هـ) فيما يختص بالمثمن .

الباب الرابع

فى مساحة الدائرة وانقاصها ، أعنى القطاع والقطعة والحلقة ، وغير ذلك وما يتعلق بها : وهو مشتمل على خمسة فصول .

(ا) فى التعريفات .

(ب) فى مساحة الدائرة ، واستخراج المحيط عن القطر وبالعكس .

(ح) فى مساحة القطاع والقطعة واستخراج الأبعاد .

(ى) فى مساحة سائر السطوح التى تحيط بها الخطوط المستديرة .

(هـ) فى إيراد جدول الجيب وكيفية العمل به .

الباب الخامس

فى مساحة سائر السطوح المستوية إلى غير ما ذكرناه ، كشبه الدائرة ، والمطبل والمدرج وذوات الشرفات وذوات الأضلاع المستديرة وغيرها .

الباب السادس

فى مساحة السطوح المستديرة كسطوح الأسطوانات والمخروطات والأكر[1] وما يتعلق بها وهو مشتمل على ستة فصول .

(ا) فى التعريفات .

(ب) فى مساحة سطح الأسطوانة .

(ح) فى مساحة سطح المخروط .

(ى) فى مساحة سطح الكرة واستخراج قطرها .

(هـ) فى مساحة السطح المستدير[2] لقطعة الكرة واستخراج أبعادها .

(و) فى مساحة ضلع الكرة .

---

(١) يقصد الكرة .

(٢) يقصد السطح المنحنى .

الباب السابع

فى مساحة الأجسام يشتمل على ثمانية فصول :

(ا) فى مساحة الأسطوانة «٧» .

(ب) فى مساحة المخروط .

(ح) فى مساحة المخروط الناقص .

(ى) فى مساحة فضل المخروط ، ومساحة فضل المعين المجسم .

(ﻫ) فى مساحة الكرة .

(و) فى مساحة قطاع الكرة وقطعتها .

(ز) فى مساحة الأجسام المتساويات وأضلاع القواعد .

(ع) فى مساحة سائر الأجسام .

الباب الثامن

فى مساحة بعض الأجسام عن وزنه وبالعكس[١] .

الباب التاسع

فى مساحة الأبنية والعمارات ، وهو مشتمل على ثلاثة فصول :

(ا) فى مساحة الطاق والأزج .

(ب) فى مساحة القبة المجوفة .

(ح) فى مساحة مسطوح القرنسات .

المقالة الخامسة :

فى استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة والخطأين ، وغيرهما من القواعد الحسابية : ويشتمل على أربعة أبواب .

الباب الأول

فى الجبر والمقابلة وهو مشتمل على عشرة فصول .

(ا) فى التعريفات .

---

(١) عن طريق وزنها .

(ب) فى جمع الأجناس كالعدد والشىء[1] والمال والكعب .

(حـ) فى تعريف هذه الأجناس .

(ى) فى ضرب هذه الأجناس .

(هـ) فى قسمة هذه الأجناس .

(و) فى جذر هذه الأجناس .

(ز) فى ذكر المسائل الجبرية .

(ح) فى كيفية استخراج المجهول بالمسائل الست المشهورة .

(ط) فى كيفية استخراج المجهول ، إذا انتهى العمل إلى التعادل بين أجناس تكون المناسبة بينها ، كالمناسبة بين أجناس المسائل الست المذكورة .

(ى) فيما وعدنا إيراده من المسائل التى استنبطناها .

الباب الثانى

فى استخراج المجهول بالخطأين .

الباب الثالث

فى إيراد بعض القواعد الحسابية التى يكون الاحتياج اليه[2] فى استخراج المجهولات كثيرا ، وهى خمسون قاعدة .

الباب الرابع

فى الأمثلة وهى أربعون مثالا .

أما المقدمة فى تعريف الحساب والعدد وأقسامه .

وشأن الموضوع ، الحساب علم لقوانين استخراج مجهولات عددية ، من معلومات مخصوصة فموضوعه العدد ، وهو ما يقع فى العد ، ويشتمل على الواحد وعلى ما يتألف منه ، فهو باعتبار كميته الذاتية ، والمراد بالكمية ما يقع فى جواب كم ، أو الكم الاصطلاحى لا يصدق على الواحد ، أى بكونه غير مضاف «٨» إلى جملة يسمى صحيحا كالواحد والاثنين والعشرة والخمسة عشر والماية .

وباعتبار كميته الإضافية ، أى يكون مضافا إلى جملة يسمى كسراً ، والجملة المنسوبة إليها تسمى مخرجاً ، كالواحد من الاثنين وهو النصف ، وكالثلاثة من الخمسة وهو ثلاثة أخماس الواحد .

---

(١) الشىء هو المجهول س . المال هو $س^2$ والكعب هو $س^3$.

(٢) صحتها الاحتياج إليها .

والعدد أيضاً إما مفرد وإما مركب .

فالمفرد ما وقع فى مرتبة واحدة ، كالواحد والاثنين والعشرة ، والتسعين ، وثلاثين ألفاً ، وقد يسمى الواحد فى أى مرتبة كان بالمجرد ، كالواحد والعشرة والألف .

والمركب ما وقع فى مرتبتين أو أزيد ؛ كأحد عشر ، وكمائة وثلاثة وثلاثين .

والعدد أيضاً إما زوج ، وهو ما ينقسم لمتساويين صحيحين ، وإما فرد فهو ما لا ينقسم بهما . والزوج ثلاثة أقسام :

زوج الزوج ، وهو ما يقبل التنصيف إلى الواحد كالثمانية وستة عشر .

وزوج الزوج والفرد ، وهو مالم يقبل ذلك ، لكنه ينتصف أكثر من مرة واحدة ، كاثنى عشر وعشرين .

وزوج الفرد وهو ما ينتصف مرة واحدة فقط كالعشرة والثلاثين [٩] .



المقالة الأولى

فى حساب الصحاح وتشتمل على ستة أبواب

الباب الأول

فى صور الأعداد ومراتبها

اعلم أن حكماء الهند وضعوا تسعة أرقام للعقود التسعة المشهورة على هذه الصورة [١٠] :

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

وأما المراتب فهى مواضع الأرقام المتوالية من اليمين إلى اليسار فى الصف ، وقد سموا الموضوع[1] الأول مرتبة الآحاد ، والموضع الذى عن يساره مرتبة العشرات ، فالذى عن يساره مرتبة المئات ، ثم بعد ذلك سموا ثلاثة مواضع ، تجىء بعد الثلاثة الأولى آحاد الألوف ، وعشراتها ، ومئاتها ، ثم آحاد ألوف الألوف ، وعشرات ألوف الألوف ، ومئات ألوف الألوف ، وهكذا يتزايد لفظ الألوف بتزايد الأدوار ، أعنى المواضع الثلاثة الآتية عقب الأخرى بالغاً ما بلغ .

فاعلم أن كل صورة من الصور التسع إذا وقعت فى أولى المراتب ، كانت علامة «٩» أحد الأعداد من الواحد إلى التسعة المذكورة ، وإن وقعت فى المرتبة الثانية ، كانت علامة أحد العقود التسعة للعشرات التى هى من العشرة إلى التسعين ، وإن وقعت فى تالية المراتب كانت علامة أحد العقود التسعة للمئات ، وعلى هذا القياس .

وكل مرتبة لا يكون هناك فيها عدد ، يجب أن يوضع فيها صفر على صورة دائرة صغير ، لئلا يقع خلل فى المراتب ، مصورة العشرة هكذا ١٠ ، وصورة المساية هكذا ١٠٠ ، صورة ثلاثمائة وخمسة وستين ٣٦٥

وصورة ثلاثة وأربعين ألف ألف ألف وثمانماية وثلاثة و شرين ألف ألف وأربعة آلاف وخمسة وستين هكذا :

٤٣٨٢٣٠٠٤٠٦٥

(١) صحتها الموضع وهى خطأ من الناسخ .

وإذا عرفت ذلك ، فاعلم أن من الأعمال الحسابية ، مثل التضعيف[١١] والتنصيف ، والجمع والتفريق ، الضرب والقسمة ، وغيرها فيما دون العشرة من الآحاد ، على المحاسب أن يجعلها ملكة فى الذهن ، حتى تمكن له العمل فيما زاد عليها .

الباب الثانى

فى التضعيف والتنصيف والجمع التفريق

أما التضعيف فهو زيادة عدد على عدد يساويه ، والعمل فيه أن نكتب أرقام العدد الذى نريد أن نضعفه فى سطر ، ونبدأ من جانب اليمين ، ونضعف ما فى كل مرتبة بصورته ، أى على تقدير وقوعه فى مرتبة الآحاد ، ونضع الحاصل تحته محاذياً له ، أو فوقه إن كان أقل من العشرة .

وإلا ما زاد على العشرة ، فنزيد للعشرة واحداً على حاصل تضعيف ما فى المرتبة التى ن يساره ، بأن نحفظ للعشرة واحداً فى الذهن ، حتى إذا ضعفنا ما فى يساره نزيد الواحد على الحاصل إن كان فى يساره عدد ، وإلا نضع الواحد فى يساره ، وإن كان الحاصل عشرة بلا زيادة ونقصان ، فنضع صفراً تحت تلك المرتبة ، ونحفظ للعشرة واحداً فى الذهن للرفع .

مثاله :

أردنا أن نضعف هذا العدد ٦٥٢٠٧٨ [١] ، بدأنا بالثمانية «١٠» وضعفناها ، فصارت ستة عشر ، وضعنا الستة تحت الثمانية ، وحفظنا للعشرة واحداً فى الذهن للرفع ، ثم ضعفنا السبعة فصارت أربعة عشر ، زدنا عليها الواحد المحفوظ فى الذهن ، فصارت خمسة عشر ، وضفنا الخمسة تحت السبعة ، ووضعنا للعشرة واحداً تحت الصفر الموضوع فى يسارها ، ثم ضعفنا الاثنين فصار[٢] أربعة ، وضعناها تحت الإثنين ؛ ثم ضعفنا الخمسة فصارت عشرة ، وضعنا صفراً تحت الخمسة ، وحفظنا للعشرة واحداً فى الذهن للرفع ، ثم ضعفنا الستة فصارت اثنى عشرة ، زدنا عليها الواحد المحفوظ فصارت ثلاثة عشر ، وضعنا الثلاثة تحت الستة ، وواحداً على يساره للعشرة ، فما حصل تحت صفر العدد فهو [المط[٣]]

٦٥٢٠٧٨

١٣٠٤١٥٦

---

(١) الأعداد فى المخطوط مكتوبة بالأرقام الهندية ، وقد كتبناها بالأرقام العربية لعدم وجود الأرقام الهندية في الطباعة .

(٢) صحتها فصارت .   (٣) المط هنا يقصد به المطلوب اختصاراً .

وأما التنصيف فهو تحصيل نصف العدد .

فالعمل فيه أن نضع أرقام العدد الذى نريد أن ننصفه فى سطر ، ونبدأ من الجانب الأيسر ، وننصف ما فى كل مرتبة بصورته ، فان كان زوجا فنضع نصفه تحته ، وإن كان فردا فنضع الصحيح من نصفه تحته ، ونحفظ لكسر النصف الذى مع الصحيح خمسة فى الذهن حتى إذا نصفنا (١) ما فى المرتبة التى تتقدمه من جانب اليمين ، نزيد على نصفه الخمسة المحفوظة للنصف [إن (٢) كان هناك عدد ، وإن كان هناك صفر فنضع الخمسة المحفوظة للنصف تحته] وإن لم يتقدمه شىء ، فنضع علامة النصف تحت هذا الصحيح على هذه الصورة .

مثـاله :

١/٢

أردنا أن ننصف هذا العدد ٤٠٩٠٥٢٧

بدأنا بالأربعة ونصفناها فصارت اثنين ، وضعناها تحت الأربعة ، ولأنه (٣) ليس للصفر نصف ، وضعنا تحته صفرا ، ثم نصفنا التسعة فصارت أربعة ونصفا ، وضعنا الأربعة تحت التسعة ، ووضعنا للنصف خمسة تحت الصفر الذى يتقدم «١١» التسعة ، ثم نصفنا الخمسة فصارت اثنين ونصفا ، وضعنا الاثنين تحت الخمسة ، وحفظنا للنصف خمسة فى الذهن ، ثم أخذنا نصف الاثنين وهو الواحد ، وزدنا عليه الخمسة المحفوظة فى الذهن حصلت ستة ، وضعناها تحت الاثنين ، ثم نصفنا السبعة فصارت ثلاثة ونصفا وضعنا الثلاثة تحت السبعة ، ووضعنا تحت الثلاثة هذه الصورة ١/٢ للنصف فما حصل تحت صف (٤) العدد فهو المطلوب

٤٠٩٠٥٢٧

٢٠٤٥٢٦٣ ١/٢

وأما الجمع وهو زيادة عدد على عدد آخر ، فالعمل فيه أن نضعهما متحاذيين فى سطرين :

الآحاد حذاء الآحاد والعشرات حذاء العشرات ، وكذلك فى سائر المراتب ، ثم نبدأ من الجانب الأيمن ، ونزيد ما فى كل مرتبة بصورته على ما يحاذيه ، ونضع الحاصل تحتهما ، فان كان الحاصل عشرة أو أزيد نضع صفرا أو ما زاد عليها ، ونزيد للعشرة واحدا على ما فى يساره كما ذكرنا فى التضعيف ، وإن كان لاحدهما مراتب لا يكون لها نظائر فى الآخر ، نقلناها بعينها إلى سطر الحاصل ، ونخط بينهما وبين الحاصل خطا للتمييز

---

(١) فى ت ننصف

(٢) هذا السطر غير موجود فى ت وموجود فى ل (٣) فى ت ولأن

(٤) غيرموجود فى ت

مثـاله :

أردنا أن نزيد هذا العدد ٦٧٠٢٤ على هذا العدد ٥٢٩٤٨٥٣ ، وضعناهما كما قلنا ، وبعد الفراغ عن العمل تكون صورته هكذا

العددان(١) المراد جمعهما	٦٧٠٢٤ ٥٢٩٤٨٥٣
حاصل الضرب	٥٣٦١٨٧٧

ولو أردنا أن نجمع ثلاثة أعداد أو أزيد ، نضعها صفا بعد صف ، بحيث تكون الآحاد كلها متحاذية ، وهكذا سائر المراتب ، ثم نبدأ بمرتبة الآحاد ، ونجمع ما فيها ، ونضع آحاد الحاصل تحتها ونزيد للعشرات لكل عشرة واحدا على حاصل جمع ما فى يسارها ، وهكذا نعمل بسائر المراتب ، مثاله هكذا :

الأعداد(٢) التى نريد أن نجمعها	٩٨٤٥ ١٤٢٣ ٧٩٠٦
المجموع	١٩١٧٤

وأما التفريق ، وهو نقصان عدد عن عدد ليس أقل منه ، فالعمل فيه أن نضعهما كما ذكرنا فى الجمع بعينه ، ونبدأ من الجانب«١٢» الأيمن ، وننقص ما فى كل مرتبة بصورته من المنقوص عما يحاذيه من المنقوص منه ، ونضع الباقى تحته إن بقى شىء ، وإن لم يبق شىء فنضع هناك صفرا ، وإن لم يكن نقصان ما فى مرتبة عما يحاذيه بأخذ واحد من عشراته ، أى مما يليه من الأيسر ، فيكون بالنسبة إلى تلك المرتبة عشرة ، فننقصه منها ، ونزيد الباقى على المحاذى من المنقوص منه ، وإن لم يكن فى عشراته عدد نأخذ من مئاته واحداً ، وهو عشرة

---

(١) فى ت العددان اللذان نريد أن نجمعهما

(٢) فى ل العددان بدلا من الأعداد ، وناقص بقية الكلام

(٣) فى ت أو بالذهن

بالنسبة إلى عشراته ، ووضعنا تسعة منها فى عشراته بالكتابه أو فى[1] الذهن ليبقى واحد ، و نعمل به ما قلنا ، وعلى ذلك القياس

مثـاله :

أردنا أن ننقص هذا العدد ٧٠٣٦ من هذا العدد ٩٨٥٧٩٢ ، وضعناها كما قلنا ، و بعد الفراغ عن العمل يكون على هذه الصورة

المنقوص	٧ ٠ ٣ ٦
المنقوص منه	٩ ٨ ٥ ٧ ٩ ٢
الباقى	٩ ٧ ٨ ٧ ٥ ٦

الباب الثالث

فى الضرب

وهو فى الصحاح طلب أمثال أحد العددين بعدة الآخر ، ويسمى مضروبا فيه ، والتعريف الجامع هو تحصيل عدد تـكون نسبته إلى أحد المضروبين كنسبة المضروب الآخر إلى الواحد[١٢] ، أما ضرب ما دون العشرة بعضها فى بعض فقـد أوردناه فى جدول ووضعنا أحد المضروبين فى طول الجدول والآخر فى عرضه ، وحاصل الضرب فى الموضع المحاذى لهما إلى ملتقاها ، فعلى المحاسب أن يحفظه [ويمكنه[2]] فى الذهن ليسهل عليه العمل بما زاد عليه والجدول هذا

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
٤	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦

---

(١) فى ت أو بالذهن

(٢) موجودة فى ت فقط

٥	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥
٦	٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤
٧	٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣
٨	٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢
٩	٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١

وأما ضرب ما فوق العشرة فان كان أحد المضروبين مفردا يضرب العدد المفرد بصورته إن كان أكثر من الواحد فى كل واحد مما فى مراتب المضروب فيه، ونضع آحاد الحاصل تحت تلك المرتبة«١٣» محاذية لها بعد أن تخط بينهما بفاصلة، وعشراته على يساره إن كان مع الحاصل عشرات.

ويكون آحاد كل حاصل محاذية لعشرات ما يتقدمه، فيحصل[1] تحت الخط الفاصل فى أكثر الحال سطران، نجمعهما كما ذكرنا فى عمل الجمع، ونضع للحاصل سطراً آخر، ونقلنا إليه أصفار المضروب فيه إن كانت معه، ثم نضع على يمين سطر الحاصل صفراً أو أصفارا بعدة الأصفار التى كانت مع المفرد المضروب إن كانت معها.

مثاله :

أردنا أن نضرب أربعة فى هذا العدد ٥٦٧٨٠٠

ضربنا[2] الأربعة فى الثمانية حصل ٣٢ وضعنا ٢ تحت ٨ والثلاثة تحت السبعة فى جنبها، ثم ضربنا أيضا أعنى الأربعة فى السبعة حصل ٢٨، وضعنا الثمانية بحذاء السبعة تحت ٣، والاثنين على يسار الثمانية، ثم ضربناها فى الأربعة حصل ١٦، وضعنا الستة تحت الأربعة، والواحد فى يسارها، ثم ضربناها فى الخمسة حصل ٢٠ وضعنا الصفر حذاء الخمسة تحت الواحد والاثنين على يساره، فوقع تحت الخط الفاصل سطران، جمعناهما كما ذكرنا فى عمل الجمع، ونقلنا الصفرين اللذين مع المضروب فيه إلى سطر الحاصل، حصل هذا العدد ٢١٩١٢٠٠

أربعة فى هذا العدد	٥٤٧٨٠٠
سطر العمل	١٦٣٢
	٢٠٢٨
حاصل الضرب	٢١٩١٢٠٠

(٤)

٤ × ٥٤٧٨٠٠[3]
١٦٣٢
٢٠٢٨
٢١٩١٢٠٠

(١) فى ت فحصل (٢) فى ت نضرب (٣) مخطوط ل (٤) مخطوط ت

وإن لم يكن[1] المفرد المضروب من الآحاد كأربعة آلاف مثلا ، نضع على يمين الحاصل الأصفار الثلاثة التى مع المفرد المضروب ، الذى هو أربعة آلاف ليصير الحاصل هكذا ٢١٩١٢٠٠٠٠٠ ، وإن كان المفرد المضروب مجردا أعنى يكون واحدا فى أى مرتبة كان ، نقلنا الأصفار التى معه إلى يمين المضروب فيه فحسب ، وإن لم يكن أحد المضروبين مفردا ، فنرسم شكلا ذا أربعة أضلاع ، ونقسم طوله بعدة مراتب أحد المضروبين ، وعرضه بعدة الآخر بخطوط طولية وعرضية ، لنقسم الشكل بمربعات صغار ، ثم نقسم كل مربع بمثلثين فوقانى وتحتانى بخطوط موربة متوازية ، بحيث تنقسم من كل مربع الزاوية الفوقانية «١٤» اليمنى والتحتانية اليسرى ، ويسمى هذا الشكل بالشبكة .

ثم نضع أحد المضروبين فوق الشكل بحيث تقع كل مرتبة منه فوق مربع على الولاء[2] ، والآخر على يساره بحيث تكون العشرات فوق الآحاد ، والمئات فوق العشرات ، وهكذا متصاعدة ، ونضرب كل واحد من مفردات المضروب بصورته فى كل واحد من مفردات المضروب فيه بصورته ، ونضع الحاصل فى المربع المحاذى لكل واحد من المضروبين .

الآحاد فى المثلث التحتانى والعشرات فى المثلث الفوقانى ، وكل مرتبة يكون فيها صفر ، تترك[3] المربعات التى تحاذيها خالية ، أو نضع فى مثلثاتها[4] التحتانية صفراً ، لأن ضرب الصفر فى أى عدد يكون صفراً ، ثم نضع تحت المثلث التحتانى من المربع الواقع على ملتقى مرتبتى الآحاد من المضروبين ما فيه بعينه ، وهو أول سطر الحاصل .

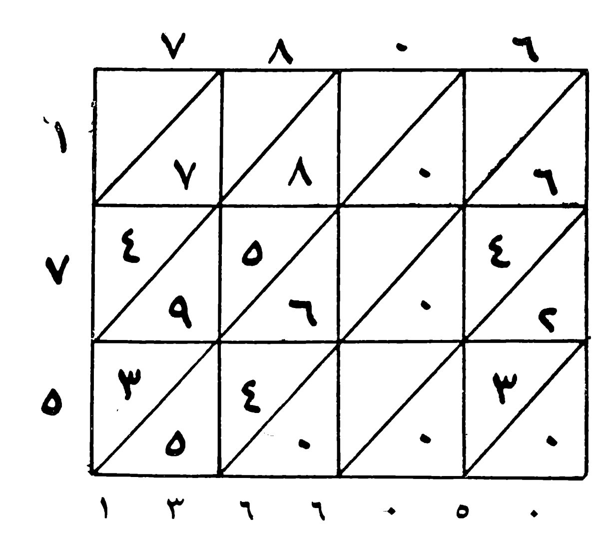
ثم يجمع ما بين الخطين الموربين اللذين كان بعده ، ونضع الحاصل على يسار ما وضعنا أولا ، فى السطر الحاصل إن كان أقل من العشرة ، وإلا نضع آحاده ، ونزيد لكل عشرة واحداً على حاصل الضرب[5] المورب الذى كان بعده ، وهكذا نجمع ما فى كل سطر مورب إلى أن يتم العمل[6] وإن لم يكن فى أحد السطور الموربة عدد وضعنا لأجله صفراً فى السطر الحاصل .

مثاله :

أردنا أن نضرب هذا العدد ٨٧٠٦ فى هذا العدد ١٧٥ فرسمنا الشكل كما قلنا ، ووضعنا المضروبين فوقه ويساره ، ثم ضربنا السبعة التى وقعت فى مرتبة الألوف بصورته فى الواحد ، فكان الحاصل أيضا سبعة ، وضعناها فى المثلث التحتانى من المربع الواقع فى ملتقاها ، ثم ضربنا السبعة أيضاً فى السبعة حصلت تسعة وأربعون وضعناها فى ملتقاها : الآحاد «١٥» فى المثلث التحتانى والعشرات فى الفوقانى ، ثم ضربناها فى الخمسة ووضعنا الحاصل كذلك فى ملتقاها ، وهكذا عملنا بالثمانية التى وقعت فى مرتبة المئات ، وبالستة التى وقعت فى مرتبة الآحاد ، وتركنا السطر المحاذى للصفر خالياً ، ثم جمعنا ما فى كل سطر من السطور الموربة كما ذكرنا فى الموامرة ، إلى أن يحصل[7] تحت الشكل سطر الحاصل والشبكة .

---

(١) ولو كان للمفرد المضروب ليس من الآحاد (ت)
(٢) يقصد على التوالى
(٣) فى ت فتترك
(٤) فى ل مثلثها
(٥) فى ل السطر
(٦) ليست هذه الكلمة فى ت
(٧) فى ل حصل



وإن كان فى مرتبة الآحاد من أحد المضروبين أو كليهما صفر ، [وكان فى الآحاد[1] والعشرات معاً] ، أو فى الآحاد والعشرات والمئات وهكذا فى المراتب المتوالية من الجانب الأيمن ، لم نحتج إلى أن نرسم الشبكة بقدر جميع مراتب المضروب والمضروب فيه ، كما ذهب اليه[2] بعض أصحاب هذا الفن ، بل نرسم الشبكة بقدر باقى المراتب بعد حذف الأصفار المتوالية ، حتى إذا حصل سطر الحاصل ، نضع الأصفار[3] على يمينه بعدة مجموع الأصفار المتوالية التى حذفناها من المضروبين أو من أحدهما .

نوع آخر :

لنا أن نرسم الشبكة موربة ، ونقسم كل مربع منها بمثلثين بخطوط طولية ، بحيث تنقسم من كل مربع الزاويتان المتقابلتان ، أعنى الفوقانية والتحتانية ، ثم نضع أحد المضروبين على خارج الضلع الأيمن الفوقانى ، والآخر على الأيسر الفوقانى على الولاء من اليمين إلى اليسار ، ونضرب كل واحد من مفردات المضروب فى كل واحد من مفردات المضروب فيه .

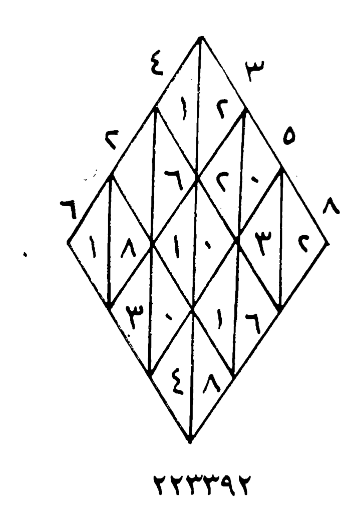
ونضع الحاصل فى المربع الذى وقع فى ملتقاهما ، الآحاد فى المثلث الأيمن والعشرات فى المثلث الأيسر إلى أن يتم ، ثم نخط تحت الشبكة خطاً ، ونضع ما فى المثلث الأيمن الذى وقع فى الزاوية اليمنى من الشبكة تحت الخط بعينه ، ثم نجمع ما كان فيما بين الخطين الطوليين اللذين عن يساره ، ونضع الحاصل «١٦» على يسار ما وضعناه[4] أولا ، ثم ما فى السطر الذى عن يساره وهكذا إلى أن يتم .

مثاله :

أردنا أن نضرب هذا العدد ٣٥٨ فى هذا العدد ٦٢٤ ، رسمنا الشبكة الموربة كما ذكرنا وتممنا العمل على هذه الصورة .

---

(١) غير موجودة فى ت
(٢) فى ت عليه
(٣) فى ت نضع على يمينه صفراً أو أصفاراً بعدة مجموع الأصفار المتوالية .
(٤) فى ت ما وضعنا



٢٢٣٣٩٢

نوع آخر :

لا يحتاج فيه إلى رسم الشبكة مستنبط عن النوع المتقدم .

والعمل فيه أن نضرب مافى أول مراتب المضروب ، أعنى من جانب اليمين بصورته فى كل واحد مما فى مراتب المضروب فيه بصورته أخذا من اليمين إلى اليسار ، ونضع الحاصل الأول . وإن لم يكن مع الحاصل عشرات نضع موضعها صفراً ، وهكذا نعمل فى كل ضرب لئلا يتخلل ، ونضع آحاد الحاصل الثانى تحت عشرات الحاصل الأول وآحاد الثالث تحت عشرات الثانى .

وهكذا نضع آحاد كل حاصل تحت عشرات حاصل كل ضربه فى المرتبة المتقدمة منه بالغاً ما بلغ ، ثم نبدأ بضرب ما فى باقى مراتب المضروب بصورته فى كل واحد مما فى مراتب المضروب فيه بصورته ، أخذا من اليمين إلى اليسار أيضاً ، ونضع آحاد الحاصل الأول فوق عشرات حاصل ضرب أول[1] مراتب المضروب فى أول مراتب المضروب فيه . وآحاد الثانى تحت عشرات الأول . وهكذا[2] إلى أن يتم .

ثم نبدأ بضرب ثالث مراتب المضروب بصورته فى كل واحد مما فى مراتب المضروب فيه بصورته كما ذكرنا ونضع آحاد الحاصل الأول فوق عشرات حاصل ضرب المرتبة المتقدمة من المضروب فى المرتبة الأولى من المضروب فيه . وهكذا إلى أن يتم العمل« ١٧ » فحصل أعداد بعضها فوق بعض . نجمعها كما هو رسم الجمع . فما حصل فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نضرب أحد العددين المذكورين فى الآخر : وهما ٣٥٨ ، ٦٢٤ .

بدأنا بضرب الثمانية فى الأربعة أولا حصل ٣٢ وضعناه . ثم ضربنا الثمانية أيضاً فى الاثنين حصل ١٦ . وضعناه بحيث وقعت الستة تحت الثلاثة . ثم ضربنا الثمانية أيضاً فى الستة حصل ٤٨ وضعناه بحيث وقعت الثمانية تحت الواحد . ثم بدأنا بالخمسة وضربناها فى الأربعة أولا حصل ٢٠ وضعناه بحيث وقع الصفر فوق الثلاثة .

---

(١) فى ت حاصل أول ضرب (٢) فى ت هكذا

ثم ضربنا الخمسة المذكورة فى الاثنين حصل ١٠ وضعناه بحيث وقع الصفر تحت الاثنين(١) . [ثم ضربنا الخمسة فى الستة حصل ٣٠ وضعناه بحيث وقع الصفر تحت الواحد] .(٢)

ثم بدأنا بالثلاثة وضربناها فى الأربعة أولا حصل ١٢ وضعناه بحيث وقع الاثنان فوق الاثنين . ثم ضربنا الثلاثة فى الإثنين حصل ٦ وضعناها تحت الواحد . ووضعنا على يسار الستة صفراً لئلا يتخلل . ثم ضربنا الثلاثة فى الستة حصل ١٨ وضعناه بحيث وقعت الثمانية تحت الصفر . فحصل أعداد بعضها فوق بعض جمعناها كما ذكرنا فى عمل الجمع هكذا .

١٢
٠٦٢٠
١٨١٠٣٢
٣٠١٦
٤٨
———
٢٢٣٣٩٢ الحاصل

نوع آخر :

يضرب كل واحد من مفردات المضروب بصورته على الولاء فى المضروب فيه بطريق ما كان أحد المضروبين مفردا كما ذكرنا ، حتى يحصل من كل ضرب فى أكثر الحال سطران ، نخط تحتهما خطا عرضيا ، ونضع كل السطرين(٣) اللذين حصلا من ضرب تحت آخرين على الولاء ، بحيث يقع آحاد كل السطرين محاذية لعشرات السطرين المتقدمين عليهما ، فتحصل أعداد بعضها فوق بعض نجمعها كما هو رسم الجمع .

مثاله :

أردنا أن نضرب هذا العدد ٤٥٦ فى «١٨» هذا العدد ٢٧٨٣ عملنا هكذا :

	الشرح		(٤)
٤٢١٨		يضرب ٦ × ٢٧٨٣ هكذا :	٤٢١٨
١٢٤٨			١٢٤٨
٣٥١٥		ثم ٥ ×	٣٥١٥
١٠٤٠			١٠٤٠
٢٨١٢		ثم ٤ ×	٢٨١٢
٨٣٢			٨٣٢
١٢٦٩٠٤٨	الحاصل	ثم يجمع	١٢٦٩٠٤٨

(١) فى ل تحت الواحد وهو خطأ (٢) فى ں ، ت هذه الجملة غير مذكورة وهى ناقصة أضفناها لتستقيم عملية الضرب
(٣) فى ل سطرين وفى ت السطرين (٤) هذا الشرح من عندنا

ولا يخفى ذلك على الذكى إذا تأمل فيه ، وهذا النوع أسهل من سائر الأنواع ، إلا أن الشبكة اقرب إلى فهم المبتدئين ، وإن كانت مراتب المضروب والمضروب فيه كثيرة ، فالأولى أن نزيد أحدهما على نفسه ثم على المجموع ، ثم على المجموع هكذا ، ثمانى مرات أو تسعا .

ونضع كل حاصل تحت الحاصل المقدم فى جدول ، بحيث تكون الآحاد كلها متحاذية ، وكذلك كل مرتبة ، فهى حواصل ضربه فى الأرقام التسعة ، ونضع على يمينها الأرقام التسعة فى جدول آخر ، بحيث يكون كل حاصل بازاء المضروب فيه من الأرقام التسعة ، نسميه بجدول تضاعيف ذلك العدد ، ثم ندخل فيه ونأخذ بإزاء آحاد المضروب الآخر ، ثم بإزاء عشراته ثم بمئاته وهكذا إلى آخره .

ونضع المأخوذ الثانى تحت الأول بحيث يكون آحاده محاذية لعشرات الأول ، والمأخوذ الثالث تحت الثانى بحيث يكون آحاده تحت عشرات الثانى وهلم جرا ، ثم نجمع الجميع والحاصل هو المطلوب ، وجدول تضاعيف أحد المضروبين المذكور فى العمل المتقدم هكذا ، وعمل الضرب المذكور عنه هكذا ، وجميع مافى هذا الباب مما استنبطته سوى الشبكة الأولى[١٣] .

١	٢٧٨٣
٢	٥٥٦٦
٣	٨٣٤٩
٤	١١١٣٢
٥	١٣٩١٥
٦	١٦٦٩٨
٧	١٩٤٨١
٨	٢٢٢٦٤
٩	٢٥٠٤٧
١٠	٢٧٨٣٠

أخذنا بازاء الستة	١٦٦٩٨
« « الخمسة	١٣٩١٥
« « الأربعة	١١١٣٢
الحاصل	١٢٦٩٠٤٨

الباب الرابع

فى القسمة :

«١٩» وهى فى الصحاح تجزئة المقسوم بآحاد المقسوم عليه تجزئة متساوية العدة ، ليتعين حصة الواحد من المقسوم عليه ، ويسمى تلك الحصة خارج القسمة .

وتعريفها الجامع أنها تحصيل عدد نسبته إلى الواحد كنسبة المقسوم إلى المقسوم عليه ، والعمل فيها أن نضع

أرقام العدد المقسوم ، ونخط على فوقه خطا فى العرض ، ثم نخط بين كل مرتبتين خطا طوليا ، مبتدئا من الخط العرضى إلى حد ما ، ثم نضع المقسوم عليه تحت المقسوم بمسافة بحيث يحاذى آخر مراتب المقسوم عليه آخر مراتب المقسوم ، إن كان المقسوم عليه أقل مما يحاذيه من المقسوم بغير اعتبار جنسية المراتب[1] ، أى غير مالا يحاذيه ، وألا نضعه بحيث يحاذى ما فى يمين آخر مراتب المقسوم آخر مراتبه ، وكذا يحاذى مما يحاذى[2] كل مرتبة تتقدمه لما يتقدم من الآخر .

ثم نطلب أكثر عدد من الآحاد يمكن أن نضربه فى واحد واحد من مفردات المقسوم عليه بصورته ، وننقص الحاصل مما يحاذيه من المقسوم ، ومما فى يساره إن كان فى يساره شىء ، فاذا وجد مثل هذا العدد نضعه[3] خارج الجدول على فوق الخط العرضى محاذيا لأول[4] مراتب المقسوم عليه ، ونضربه فى كل واحد من مفردات المقسوم عليه ، وننقص الحاصل مما يحاذيه أو منه ، ومما عن يساره إما فى الذهن أو بالكتابة ، ونضع الباقى تحته إن بقى شىء بعد أن نخط بينهما خطا عرضيا[5] ، ليدل على محو ما فوقه وإثبات ما تحته .

وينبغى أن يكون الباقى بعد نقصان حاصل كل ضرب فى سطر واحد ، ولا يكون فى ذلك السطر شىء من الأرقام التى فى حكم المحو ليسهل على المحاسب استئناف العمل ، بخلاف ما ذهب إليه[6] المتقدمون ، ويجب أن يكون ما يحاذى المقسوم عليه مما يبقى من المقسوم أقل منه بصورته .

ثم ننقل أرقام المقسوم عليه إلى جانب اليمين بمرتبة واحدة ، بعد أن نخط على فوق ما كان أولا خطاً عرضياً[7] ، ليدل على محو ما تحته وإثبات « ٢٠ » ما فوقه ، لأن وجه المقسوم عليه فى العمل إلى فوق ، ووجه المقسوم فيه إلى تحت ، أو ينقل أرقام ما تبقى من المقسوم إلى جانب اليسار بمرتبة واحدة ، بعد أن نخط تحت ما كان أولا خطاً عرضياً ، ليدل على محو ما فوقه وإثبات ما تحته[8] .

ثم نطلب أكثر عدد بالصفة المذكورة ونضعه على يمين ما وضعناه أولا ليكون محاذيا لأولى مراتب المقسوم عليه ، ونعمل به ما عملنا بالأولى ، وإن لم يوجد نضع صفراً فى ذلك المكان ، ثم ننقل أرقام المقسوم عليه إلى اليمين أو أرقام ما يبقى من المقسوم إلى اليسار بمرتبة أخرى .

وهكذا نعمل إلى أن تصير المرتبة الأولى من المقسوم محاذيا للمرتبة الأولى من المقسوم عليه ، وتم العمل [وح][9] يكون ما وضع فى السطر الأعلى الذى فوق الخط العرضى خارج القسمة ، ونسميه سطر الخارج ، وهو عدد صحيح محسوب باعتبار المراتب ؛ وإن بقى من المقسوم شىء فهو كسر ؛ مخرجه عدد المقسوم عليه .

---

(١) فى ت الراتب

(٢) غير موجود فى ت

(٣) فى ت نضع

(٤) فى ت لأولى

(٥) فى ت خطة عرضية

(٦) فى ت عليه

(٧) في ت خطة عرضية

(٨) غير موجود فى ت

(٩) يقصد وحينئذ

مثـاله :

أردنا أن نقسم هذا العدد ٣٥٦٥٩٠٨ على هذا العدد ٤٧٥

رسمنا الجدول ووضعنا المقسوم والمقسوم عليه كما ذكرنا وطلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة فوجدناه[١] سبعة ؛ وضعناها فوق الخط العرضى الذى فوق المقسوم محاذية لأولى مراتب المقسوم عليه ؛ وضربناها أولا فى الأربعة حصل ٢٨ نقصناه مما يحاذى الأربعة ؛ ومما عن يسارها أعنى عن ٣٥ إما فى الذهن أو بعد وضع الحاصل أعنى ٢٨ تحت ٣٥ فبقيت سبعة وضعناها تحت الخمسة بعد أن خططنا بينها وبين ٣٥ خطاً عرضياً ؛ ثم ضربنا السبعة أيضاً فى السبعة التى عن يمين الأربعة حصل ٤٩ نقصناه مما يحاذى السبعة ؛ ومما عن يسارها أعنى ٧٦ بقى ٢٧

وضعنا السبعة فى جدول الستة تحتها ؛ وللعشرين اثنين تحت السبعة ؛ بعد أن خططنا فوق ٢٧ الخط الفاصل ؛« ٢١ »ثم ضربنا السبعة فى الخمسة حصل ٣٥نقصناه مما يحاذى الخمسة؛ومما عن يسارها أعنى٢٧٥ ووضعنا الباقى كما ذكرنا .

وقد حان أن تنقل المقسوم عليه إلى جانب اليمين أو الباقى من المقسوم إلى جانب اليسار ؛ ففى الصورة الأولى خططنا فوق المقسوم عليه خطاً عرضياً ؛ ونقلناه بمرتبة واحدة إلى اليمين ، وفى الصورة الثانية خططنا تحت ما بقى من المقسوم خطاً عرضياً ، ونقلناه بمرتبة إلى اليسار ؛ ثم طلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة فوجدناه خمسة ؛ وضعناها على يمين السبعة محاذية لأولى مراتب المقسوم عليه المنقول ؛ وعملنا بها ماذكرنا ؛ ثم نقلنا المقسوم عليه إلى اليمين كما فى الصورة الأولى ؛ أو الباقى من المقسوم إلى اليسار كما فى الصورة الثانية مرة أخرى كما وضعنا .

ثم طلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة ؛ فلم نجد لأن المقسوم عليه [ح ء[٢]] أكثر مما يحاذيه من المقسوم ؛ فوضعنا صفرا على يمين ما وضع فى سطر الخارج ؛ ونقلنا المقسوم عليه إلى اليمين بمرتبته فى الصورة الأولى ؛ والمقسوم إلى اليسار فى الصورة[٣] الثانية ؛ وطلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة فوجدناه سبعة ؛ فعملنا بها ما ذكرنا ؛ فانتهى العمل وبقى من المقسوم تحت الخط الفاصل ثلاثة وثمانون ؛ وذلك على ما يجب ؛ أقل من المقسوم عليه والخارج من القسمة سبعة آلاف وخمسمائة وسبعة من الصحاح وثلاثة وثمانون جزءاً من أربعمائة وخمسة وسبعين إذا فرض واحدا .

واعلم أن ماذكرنا كان على تقدير أن ينقص حاصل كل ضرب[٤] من المقسوم فى الذهن ؛ لكننا أوردنا مثالا

---

(١) في ل فوجدنا

(٢) يقصد حينئذ

(٣) غير موجود فى ت

(٤) في ل عن

آخر في كل واحد من الصورتين ، وضعنا فيه حاصل كل ضرب تحت المقسوم ليسهل فهمه على المبتدئين هكذا :

مانقص فيه حاصل الضرب عن العدد في الذهن						
الصورة الأولى						
			٧	٥	٠	٧
٣	٥	٦	٥	٩	٠	٨
	٧					
	٢	٧				
		٤				
			٥			
			٣	٤		
				٦		
				١	١	
					٨	٣
				٤	٧	٥
			٤	٧	٥	
		٤	٧	٥		
	٤	٧	٥			

ما وضع فيه حاصل الضرب تحت العدد ونقص منه						
الصورة الأولى						
			٧	٥	٠	٧
٣	٥	٦	٥	٩	٠	٨
٢	٨					
	٧					
	٤	٩				
	٢	٧				
		٣	٥			
	٢	٤	٠			
	٢	٣	٥			
			٥			
			٢	٥		
			٣	٤		
			٢	٨		
				٦		
				٤	٩	
				١	١	
					٣	٥
					٨	٣
				٤	٧	٥
			٤	٧	٥	
		٤	٧	٥		
	٤	٧	٥			

الصورة الثانية

			٧	٥	٠	٧
٣	٥	٦	٥	٩	٠	٨
	٧					
	٢	٧				
		٤	٠			
٣	٦	٥	٩	٠	٨	
		٥				
		٣	٤			
	٣	٤	٠	٨		
٣	٤	٠	٨			
	٦					
	١	١				
		٨	٣			
	٤	٧	٥			

الصورة الثانية

			٧	٥	٠	٧
٣ ٢	٥ ٨	٦	٥	٩	٠	٨
	٧ ٤	٩				
	٢	٧ ٣	٥			
		٤	٠			
٢ ٢	٤ ٣	٠ ٥	٩	٠	٨	
		٥ ٢	٥			
		٣	٤			
٣ ٢	٣ ٤ ٨	٤	٨	٨		
	٦ ٤	٩				
	١	١ ٣	٥			
	٤	٨ ٧	٣ ٥			

ولو رسمت(١) الجداول الطولية للصورة الثانية بعدة مراتب المقسوم عليه لكفى .

نوع آخر :

وهو أن نضرب العدد الذى طلبناه بالصفة المذكورة ، ووضعناه فوق الخط العرضى فى المقسوم عليه بطريق ما كان أحد المضروبين مفرداً بصورته كما ذكرنا ، ونضع الحاصل تحت العدد المقسوم بحيث يكون أولى مراتبه محاذية لأولى مراتب المقسوم عليه ، وننقصه من المقسوم ليحصل المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نقسم ٢٢٧٤١٢٦ على ٥٦٥ وضعناها ، ورسمنا الجدول كما ذكرنا ، وطلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة وجدناه أربعة ، ضربناها فى المقسوم عليه حصل ٢٢٦٠ وضعناه تحت المقسوم بحيث

(١) فى ل ولو رسم الجدول الطولية .

يكون(١) آحاده حذاء آحاد المقسوم عليه و نقصناه من المقسوم ، و نضع الباقى تحته بعد أن خططنا بينهما خطاً عرضياً ، ثم نقلنا المقسوم عليه إلى اليمين كما فى الصورة الأولى .

أو نقلنا المقسوم إلى اليسار كما فى الصورة الثانية ، ثم طلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة ، فلم نجد ، وضعنا على يمين الأربعة صفراً و نقلنا ثانيا ، ثم طلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة فوجدناه اثنين ، وضعناها على يمين الصفر وضربناها فى المقسوم عليه حصل ١١٣٠ ، وضعناه تحت المقسوم على قياس مامر ، و نقصناه منه ، و نقلنا المقسوم عليه بمرتبة إلى اليسار كما فى الصورة الأولى أو المقسوم إلى اليمين كما فى الصورة الثانية إلى اليمين كما فى الصورة الأولى ، أو إلى اليسار كما فى الصورة الثانية .

ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة فوجدناه خمسة ، عملنا بها كما ذكرنا وتممنا العمل هكذا .

الصورة الأولى

٥	٢	٠	٤			
٦	٢	١	٤ ٠	٧ ٦	٢ ٢	٢ ٢
			٤	١		
	٠	٣	١	١		
٥	٢ ٢	٨ ٨	٢ ٢			
١ ٥	٦	٥				
	٥	٦	٥			
		٥	٦	٥		

(٢)

الصورة الثانية

٥	٢	٠	٤			
٦	٢	١	٤ ٠	٧ ٦	٢ ٢	٢ ٢
			٤	١		
	٦	٢	١	٤	١	
		٦	٢ ٠	١ ٣	٤ ١	١ ١
			٢	٨	٢	
			٦ ٥	٢ ٢	٨ ٨	٢ ٢
			١ ٥	٦	٥	

وفى هذا النوع لو نضع مفردات سطر الخارج على الحاشية أيضاً ، بإزاء حواصل الضروب ، كلا لنظيره ، لكان أولى .

نوع آخر :

إذا كانت مراتب المقسوم عليه كثيرة أو كان فضل مراتب المقسوم على مراتب المقسوم عليه كثيرة ، فالأولى أن نزيد المقسوم عليه على نفسه ، ثم على المجموع ، ثم على المجموع هكذا ثمانى مرات ، ليحصل مضروبه

---

(١) فى ث يحاذى آحاده آحاد .

(٢) فى ل ٢٧٢٥ وهو خطأ .

فى الأرقام التسعة ، نضعها فى جدول بإزاء الأرقام التسعة ، بحيث يكون آحادها متحاذية ، وكذا سائر المراتب فهو جدول تضاعيف ذلك العدد ، وقد سبق ذكره فى الفصل المتقدم ، ثم نطلب فيه أكبر عدد يمكن نقصانه عما يحاذى المقسوم عليه من المقسوم فاذا وجد نصفه تحت المقسوم «٢٤» و تنقصه منه و نضع الرقم الذى كان فى حاشية الجدول محاذياً له بين الأرقام التسعة على سطر الخارج محاذياً لأولى مراتب المقسوم عليه والباقى على قياس ما تقدم فى النوع التقدم .

والمثال كمثاله ، وإن لم نرسم الجداول الطولية فى هذا النوع يحصل المطلوب أيضاً ، وهذان النوعان مما استنبطناه ، ، وما تركنا الأول خالياً عن تصرف ما ، واعلم أنه إذا ضرب خارج القسمة فى المقسوم عليه عاد المقسوم ، وإذا قسم حاصل الضرب على أحد المضروبين عاد المضروب الآخر .

الباب الخامس

فى استخراج الضلع الأول من المضلعات

كل عدد يضرب فى نفسه ، ثم يضرب(١) فى الحاصل ، ثم يضرب فى الحاصل الثانى ، ثم يضرب فى الحاصل الثالث وهكذا إلى مالا نهاية له ، فذلك العدد الأول يسمى ضلعاً أولا بالقياس إلى كل واحد من تلك الحواصل ، وجذراً بالقياس إلى الحاصل الأول أعنى حاصل ضرب العدد فى نفسه ، وكعباً بالقياس إلى الحاصل الثانى ، وتلك الحواصل تسمى مضلعات بالاسم العام .

ولكل مضلع اسم خاص ، كما أن الحاصل الأول يسمى مجذوراً ومالا ومربعاً ، والحاصل الثانى مكعباً وكعباً أيضاً باسم الضلع كما قيل .

والأولى أن نقول إن الكعب اسم المضلع ، وقد يطلقونه على الضلع مجازاً ، والحاصل الثالث مال مال ، والرابع مال كعب والخامس كعب كعب ، ثم مال مال كعب ، ثم مال كعب كعب ، ثم كعب كعب كعب :

تبدل لفظ كعب بمالين ، ثم تبدل أحد المالين بكعب ثم تبدل المال الآخر بكعب أيضاً ، وهكذا إلى ما لانهاية له ، ويكون الواحد وتلك الحواصل متناسبة على نسبة واحدة ، أى يكون نسبة الواحد إلى الجذر كنسبة الجذر إلى المال ، وكنسبة المال إلى الكعب ، وكنسبة الكعب إلى مال المال وهكذا يكون جميعها متناسبة إلى ما لانهاية له .

وهذا من جانب الصعود ، ومثل ذلك ينبغى أن «٢٥» يتصور من جانب النزول ، أعنى جزء الجذر ، وجزء المال وجزء الكعب ، وجزء مال المال إلى غير النهاية .

---

(١) فى ت ضرب .

وهى أيضاً متناسبة على الولاء . ونسبة كل واحد منها إلى الواحد كنسبة الواحد إلى سميه من جانب الصعود ، وظاهر أن الجذر[١٤]فى أول المنازل والمال فى ثانيها والكعب فى ثالثها ، وهكذا إلى مالا نهاية له ، وإذا أردنا معرفة عددمنزلة مضلع نأخذ لكل مال اثنين ، ولكل كعب ثلاثة ونجمع جميعها نحصل عدد منزلته .

وإن أردنا اسم المضلع من عدد منزلته ، ننظر إن كان له ثلث صحيح نأخذ بعدة ثلثه كعباً ، ونضيف بعضها إلى بعض يكون اسم ذلك المضلع ، وإن لم يكن له ثلث صحيح نأخذ منه اثنين ونجعلهما مالا ، وبعدة ثلث الباقى كعاباً إن كان له ثلث صحيح ، وإلا نأخذ اثنين آخرين ، ونجعلهما مالا آخر ، وبقدر(١) ثلث الباقى تكرر الكعاب ، ونقدم لفظ المال على الكعب نحصل اسم المضلع ، فاعلم أن كل مضلع يوجد له ضلع يتولد ذلك المضلع منه بالحقيقة ، ويقال له إنه منطق ، ومالا يوجد له ضلع كذلك يقال له إنه أصم[١٥] .

والمضلعات المنطقة تقع جميعها فى مرتبة الآحاد ، والأموال المنطقة لاتقع فى العشرات ، وتقع فى المئات ولا تقع فى الألوف ، وتقع فى عشراتها ، وأما المكعب فيقع فى الألوف ثم فى ألوف الألوف ، وطريق معرفة ذلك أن نبتدىء من مرتبة الآحاد ونأخذ مراتب بعدة(٢) مرات بعده أى مضلع شئنا ، ونسميها دور المنطق والأصم ، ثم نأخذ دوراً آخر بتلك العدة أيضا ، وهكذا بالغاً مابلغ ، فيكون ذلك المضلع منطقا فى أول كل دور ، وأصم(٣) فى البواقى ، ونعلم منها أن الجذور يقع فى مرتبة ، ولا يقع فى مرتبة ، والمكعب يقع فى مرتبة ، ولا يقع فى مرتبتين ، ومال المال يقع فى مرتبة ولا يقع فى ثلاث مراتب ، وعلى هذا القياس .

أما استخراج الجذر :

فطريقه أن نضع العدد المطلوب جذره ، ونخط فوقه خطا عرضياً ، وبين كل مرتبتين خطوطا طولية كما وضعنا فى القسمة ، ونعلم على فوق كل مرتبة من المراتب الأفراد علامة لتميز المراتب المنطقة ، أو نثنى الخطوط التى كان كل واحد منها فاصلة بين الأدوار ، ثم نطلب أكثر عدد من الآحاد ، [وعشراته إن كانت محاذية(٤)لذلك المنطق نفسه] إذا ضربناه فى نفسه ،ونقص الحاصل «٢٦» من المنطق الأخير بصورته ، ومما عن يساره إن كان فى يساره شىء [حيث(٥)] لا يبقى شىء او يبقى أقل مما ننقص منه .

فاذا وجد عدد بهذه الصفة نضعه فوق المنطق الأخير ، وتحته بمسافة يقتضيها العمل كما فى القسمة محاذياً له ، ونضرب الفوقانى فى التحتانى أى فى نفسه ، وننقص الحاصل مما يحاذيه ، ومما عن يساره فى الذهن ، أو يوضع الحاصل ، ونضع الباقى تحته بعد أن نخط بينهما بفاصلة ، ثم نزيد الفوقانى على التحتانى ، وننقل المجموع إلى جانب اليمين بمرتبة واحدة ، بعد أن نخط على فوق ما كان أولا خطا عرضيا ليدل على محوه ، ويصير حينئذ آحاده محاذية لأصم كان فى يمين المنطق الأخير .

ثم نطلب أكثر عدد من الآحاد ، نضعه فوق المنطق المتقدم على المنطق الأخير ، وتحته على يمين ما ننقله ،

---

(١) فى ل بعدة . (٢) فى ت بعدة منزلة . (٣) صحتها أصم .
(٤) هذه الجملة غير موجودة فى ل وموجودة فى ت (٥) غير موجودة فى ت

ويمكن أن نضرب ذلك المفرد الفوقانى فى مرتبة مرتبته من التحتانى ، وننقص الحاصل بصورته مما يحاذيه ، ومما عن يساره ، فاذا وجد نعمل به ما ذكرنا .

نزيد ذلك العدد المفرد الفوقانى على التحتانى ، وننقل ما فى السطر التحتانى إلى اليمين بمرتبة ، وإن لم يوجد فنضع فوق العلامة وتحته على يمين ما ننقله صفرا ، وننقل ، وهكذا نعمل إلى أن ننتهى إلى المنطق الأول ، ونعمل به ما عملنا بغيره فما حصل فوق الجدول فى السطر الخارج فهو الجذر لذلك العدد ، إن لم يبق فى صف العدد تحت الخط الفاصل شيء ، فنعلم أن ذلك العدد منطق ، وإن بقى شيء فنعلم أنه أصم[١٦] ، وحينئذ ينبغى أن نزيد ما كان فوق المنطق الأول على التحتانى ، فما حصل يساوى ضعف الحاصل فى سطر الخارج ، ونزيد على ذلك المبلغ واحداً ليحصل ما بين مربع العدد الذى خرج بالعمل والمربع الذى زاد عليه بواحد ، فاذا جعلناه مخرجا والباقى من العدد كسرا فما حصل فوق العلامات مع هذا الكسر يكون جذر ذلك العدد بالتقريب الاصطلاحى[١٧].

مثاله :

أردنا أن نستخرج جذر هذا العدد **٣٣١٧٨١**(١) وضعناه ورسمنا الجدول ، وأعلمنا « **٢٧** » العلامات كما ذكر ، ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة فوجدناه خمسة ، وضعناها فوق المنطق الأخير وتحته بمسافة ، وضربناها فى نفسها فحصل **٢٥** نقصناه مما يحاذى الخمسة ، ومما عن يسارها بالصورة وذلك **٣٣** بقيت ثمانية ، وضعناها تحت الثلاثة بعد أن خططنا بينهما وبين المنقوص منه بفاصلة .

وزدنا الفوقانى على التحتانى فصار **١٠** نقلناه بمرتبته بعد أن خططنا فوق الخمسة التحتانية خطا ليدل على محوها ، ثم طلبنا أكثر عدد مفرد آخر بالصفة المذكورة ، فوجدنا سبعة ، وضعناها فوق المنطق المتقدم على المنطق الآخر ، وتحتها على يمين آحاد المنقول ، وضربناها أولا فى الواحد التحتانى فحصلت أيضاً سبعة ، نقصناها من الثمانية التى تحاذيها بقى واحد ، وضعناه تحت الثمانية بعد الفاصلة .

وتركنا ضربها فى الصفر لأن الحاصل أيضاً صفر ، ثم ضربناها فى السبعة التى على يمين الصفر حصل **٤٩** نقصناه مما يحاذيها ، ومما على يسارها اعنى **١١٧** فبقى **٦٨** وضعناه تحت ذلك بعد الخط الفاصل الذى يعم(٢) ثلاثة جداول التى فيها **١١٧** ثم زدنا السبعة الفوقانية على التحتانية فحصل فى السطر التحتانى **١١٤** نقلناه بمرتبته إلى اليمين بعد التخطيط فوق ما كان .

ثم طلبنا أكثر عدد آخر بالصفة المذكورة فوجدناه ستة ، وضعناها فوق المنطق الأول وتحته يمين ما نقلناه وضربنا ا أولا فى الواحد الأخير ثم فى الواحد المتقدم ، ثم فى الأربعة ثم فى الستة ونقصنا الحواصل مما يحاذى كلا منها ، أو من المحاذى له ، ومما على يساره فبقيت من العدد خمسة .

ثم زدنا الفوقانى أعنى الستة على التحتانى أعنى **١١٤٦** ، وزدنا عليه واحداً فصار **١١٥٣** فهو المخرج للكسر

---

(١) فى ت ٣٣.٧٧٨

(٢) فى ت تعم ثلاثة جداول التى يمينها .

الذى هو الخمسة الباقية ، وما حصل فوق الجدول وهو الصحاح ، فالجذر والخارج من العمل .

٥٧٦
٥
١١٥٣

وجدول العمل ، وسنورد عملا يستخرج به الجذر الأصم أدق من ذلك .

٥		٧		٦	
٣ ٢	٣ ٥	١	٧	٨	١
	٨ ٧	٤	٩		
		٦ ٦	٨ ٨	٧	٦
		٦	١	٤	٥ ٦
	١	٠	٧		
	٥				

ما نقص حاصل الضرب فيه فى الذهن

٥		٧		٦	
٣	٣	١	٧	٨	١
	٨				
	١				
		٦	٨		
			٢	٤	
		١	١	٤	٥ ٦
	١	٠	٧		
	٥				

ما وضع حاصل الضرب فيه بالكتابة ثم نقص منه العدد

٥		٧		٦	
٣ ٢	٣ ٥	١	٧	٨	١
	٨ ٧				
	١	٤	٩		
		٦ ٦	٨ ٦		
			٢ ٢	٤	
				٤ ٣	٦
					٥
		١	١	٤	٦
	١	٠	٧		
	٥				

وإن أردنا نضرب كل مفردمن سطر الخارج إذا وجد فيها فى التحتانى «٢٨»فى حكم الثبات بطريق ما كان أحد المضروبين مفردا ، ونضع الحاصل تحت العدد ، وننقصه منه ، وهو أسهل إذا كانت الأرقام كثيرة ، وذلك ما استنبطناه ، وأما الطريقة الأولى فنحن نقحناها [هكذا](١).

أما استخراج الضلع الأول لساير المضلعات :

فالعمل فيه أن نضع العدد المضلع المفروض الذى نريد أن نستخرج ضلعه الأول ، ونرسم الجدول كما ذكرنا فى عمل الجذر ، ونبدأ من مرتبة الآحاد ، ونعد دورا دورا بحيث يكون عدد مراتب كل دور بعدة المنزلة التى تكون للمضلع المفروض كما ذكرنا ، ونجعل الخطوط الطولية التى وقعت بين كل دورين مثناة لتمييز الأدوار ، فيكون أوائل الأدوار هى المراتب المنطقة بالمضلع المفروض ، والبواقى هى الأصمة به ، ثم نقسم طول الجدول أقساما عدتها مساوية لعدد منزلة ذلك المضلع ، ونخط بين كل قسمين خطا عرضيا .

وينبغى أن يكون طول كل قسم مقدارا صالحا على ما يقتضى العمل ، ويسمى القسم الأعلى صف العدد والقسم الأسفل صف الضلع ، والذى فوق الأسفل صف المال ، والذى «٢٩» فوقه صف الكعب ، وهكذا إلى أن ينتهى إلى صف العدد ، وما فوق صف العدد على ما فوق الجدول سطر الخارج ، ويسمى أيضا القسم الذى تحت صف العدد ثانى العدد ، والذى تحته ثالثه .

وهكذا إلى صف الضلع ، ونبدأ بالدور الأخير ، ونطلب أكثر مفرد من الآحاد يمكن أن ننقص مضلعه ، أى المضلع المفروض المتولد من ذلك المفرد عما وقع فى الدور الأخير من العدد أى الأيسر ، وقد وضعنا المضلعات المتوالية من المال إلى مال كعب الكعب لكل واحد من مفردات الآحاد فى جدول ليسهل طلب المفرد المذكور[١٨] .

فاذا وجد نضعه فوق المرتبة المنطقة الأخيرة فى سطر الخارج ، وتحتها فى أسفل صف الضلع محاذيا له ، ونضرب المفرد الفوقانى فى التحتانى ، ونضع الحاصل أى مربعه فى أسفل صف المال ، بحيث يكون آحاده محاذية لما وضع فى صف الضلع ، أى فى جدول المنطق الأخير ، وعشراته عن يساره فى جدول آخر .

ثم نضرب المفرد الفوقانى فيما وضع فى أسفل صف المال ، ونضع الحاصل أى مكعبه فى أسفل صف الكعب بالشرط المذكور ، وهكذا إلى أن ينتهى إلى الصف الذى نسميه ثانى العدد ، فحينئذ تكون جميع الأعداد الحاصلة فى الصفوف هى المضلعات المتوالية لذلك المفرد .

فنضرب المفرد الفوقانى فيما وضع فى صف ثانى العدد ، فما حصل فهو المضلع المطلوب لذلك المفرد ، ننقصه عما يحاذيه من صف العدد ، ثم نزيد المفرد الفوقانى على التحتانى الموضوع فى صف الضلع مرة لصف ثانى العدد ، ونضرب الفوقانى أيضا فيما حصل فى صف الضلع ، ونزيد الحاصل على إلى ما فى صف المال ، ونضرب الفوقانى أيضا فيما هو فى صف المال ، ونزيد الحاصل على ما [تحته(٢)] فى صف المال(٣) ،

(١) غير موجودة فى ل (٢) لا يوجد فى ت (٣) فى ت صف الكعب

ونضرب الفوقانى أيضا فيما هو فى صف المال ، ونزيد الحاصل على ما فى صف الكعب .

وهكذا إلى أن نزيد على صف ثانى العدد ، ثم نزيد الفوقانى على التحتانى الذى فى صف الضلع مرة ثانية لصف ثالث العدد ، ونضرب المفرد الفوقانى فيما حصل حينئذ فى صف الضلع ، ونزيد على ما فوقه ، وهكذا إلى أن ينتهى إلى صف ثالث العدد .

ثم نزيد «٣٠» الفوقانى على التحتانى الذى فى صف الضلع مرة ثالثة لصف رابع العدد ، وهكذا إلى أن ينتهى ، أى إلى صف الضلع نزيد الفوقانى على ما فى صف الضلع لأجله ، وننقل ما هو فى ثانى العدد إلى اليمين بمرتبته ، وما فى صف ثالث العدد بمرتبتين ، وما تحت ذلك بثلاث مراتب ، وهكذا إلى أن ينتهى إلى صف الضلع ، فننقله بعدة الصفوف التى(١) إلى تحت صف العدد ، فيقع آحاده بحذاء مرتبة تتقدمها المرتبة المنطقة التى تتقدم المنطقة الأخيرة .

واعلم أن طريقة ضرب المفرد الفوقانى فيما وضع فى كل صف ، وزيادة الحاصل على ما فوقه أو نقصان الحاصل مما فى صف العدد ، أى نضربه فيما وضع فى أى صف على ما ذكرنا فيما كان أحد المضروبين مفردا ، ونضع الحاصل على الصف الذى فوق ذلك الصف ، بحيث يكون آحاده محاذية للمفرد الفوقانى المضروب أى واقعة فى جدول أول الدور فوق ما كان فيه ، بعد أن نخط بينهما خطا عرضيا ليدل على محو ما تحته فى ذلك الصف إلا فى صف العدد ، لأن فى ذلك الصف ينبغى أن نضع حاصل الضرب تحت العدد ، وننقصه منه بصورته ، ونضع الباقى تحته بعد أن نخط بينهما بخط عرضى ليدل على محو ما فوقه فى ذلك الصف .

فلا يزال يكون ما هو فى حكم الثبات فى صف العدد تحت الخط الفاصل ، وفى سائر الصفوف فوقه ، لأن وجه عمل صف العدد إلى ما تحته ، ووجه عمل سائر الصفوف إلى ما فوقه ، ثم نطلب أكثر مفرد من الآحاد إذا وضع فوق الجدول المنطق الذى يتقدم المنطق الأخير فى سطر الخارج وتحتها فى صف الضلع على أيسر ما وضع فيه فوق الخط الفاصل ، وضرب فى جميع ما فى صف الضلع أى فيما هو فى حكم الثبات ، وزيد الحاصل على ما فى صف المال ثم ضرب المفرد الفوقانى أيضا فى جميع «٣١» ما فى صف المال فى حكم الثبات ، وزيد الحاصل على ما فى صف الكعب .

وهكذا إلى أن ينتهى إلى صف ثانى العدد ، نضرب المفرد الفوقانى فى جميع ما فى ذلك الصف يمكن أن ينقص الحاصل مما يحاذيه من صف العدد ، فاذا وجد نعمل به ما قلنا ، وبعد الفراغ من النقصان من العدد نزيد المفرد الفوقانى على ما فى صف الضلع فوق الخط الفاصل ، ونعمل به كما تقدم لأجل صف صف ، ثم ننقل ما فى الصفوف على الترتيب المذكور ، فان لم نجد مثله نضع فوق الجدول المنطق المذكور صفرا ، وننقل مرة أخرى ما فى الصفوف على الترتيب ، [ثم ننقل(٢) ما فى الصفوف على الترتيب المذكور] ، فان لم نجد مثله نضع فوق جدول المنطق المذكور صفرا ، وننقل مرة أخرى ما فى الصفوف على الترتيب ،

---

(١) فى ل أى

(٢) لا يوجد فى ت

ثم نعمل بالمنطق الذى ينتهى إليه كما ذكرنا ، إلى أن ننتهى إلى المنطق **الأول** ، فنعمل به كما سبق حتى ينقص الحاصل عن العدد فان لم يبق فى صف العدد تحت الخط الفاصل شىء كان العدد المفروض منطقا ، وما حصل فى سطر الخارج فهو ضلعه الأول[١٩] ، وإن بقى شىء فالعدد أصم والباقى هو كسر .

ومخرجه حسب التقريب الاصطلاحى هو ما بين مضلع الخارج ، وبين مضلع يزيد ضلعه على الخارج بواحد ، ونعمل بالمفرد الموضوع فوق المنطق الأول ما عملنا إلى وقت النقل ، وحينئذ نجمع ما فى جميع الصفوف التى تحت صف العدد فوق الخط الفاصل ، ونزيد على المجموع واحداً ، والحاصل هو ما بين المضلعين المطلوب ، أعنى مخرج الكسر الاصطلاحى ، ويتدرج فى هذه المؤامرة عمل استخراج الجذر[٢٠] أيضا ، لكننا ذكرناه اولا على الانفراد ليسهل فهمه على المبتدىء .

مثـاله :

أردنا أن نستخرج الضلع **الأول** لهذا العدد **٤٤٢٤٠٨٩٩٥٠٦١٩٧** على أنه مال كعب ، وهو فى المنزلة الخامسة ، فرسمنا الجدول كما ذكرنا «٣٢» ، ووضعنا العدد المذكور فيه ، وهو أربعة وأربعون ألف ألف ألف ألف ، ومايتان وأربعون ألف ألف ألف ، وثمانية وتسعة وتسعون ألف ألف ، وخمسماية وستة آلاف ، ومائة وسبعة وتسعون .

وفصلنا دوراً دوراً عـدة مراتب كل دور بعدد[١] منزلة مال الكعب الذى هو خمسة بالخطوط المثناة ، ثم طلبنا أكثر مفرد يمكن أن ينقص مال كعبه عن العـدد المذكور وجدناه خمسة ، وضعناها فوق المنطق الأخير فى سطر الخارج ، وتحته فى أسفل صف الضلع ، ووضعنا مضلعاتها فى أسافل صفوفها ، أعنى مربعها وهو **٢٥** فى صف المـال ، ومكعبها وهو **١٢٥** فى صف الكعب ، ومال مالها وهو **٦٢٥** فى صف مال المـال ، ومال كعبها هو **٣١٢٥** فى صف العدد تحت العدد ، بحيث يكون آحاد كل واحد منها فى جدول المنطق الأخير .

ثم نقصنا ما وضعناه تحت العدد منه ، ووضعنا الباقى تحته بعد أن خططنا بينهما خطاً ليدل على محو ما فوقه ، ثم زدنا الخمسة الفوقانية على التحتانية ، ووضعنا المجموع وهو عشرة فوقها فى صف الضلع بعد أن خططنا فوقه خطاً ليدل على محو ما تحته ، وضربنا الخمسة المذكورة فى المجموع ، ووضعنا الحاصل فوق ما وضع فى صف المـال بحيث يكون آحاده فى جدول المنطق الأخير ، وزدناه عليه ووضعنا المجموع فوقه بعد أن خططنا بينهما وضربنا الخمسة فيه .

وزدنا الحاصل على ما فى صف الكعب وضربناها فى الحاصل ، وزدناه على ما فى صف مال المـال ، ثم زدنا الخمسة الفوقانية على التحتانية مرة ثانية لصف الكعب ، وضربناها فيه ، وزدنا الحاصل على ما فى صف المـال ، وضربناها فيه ، وزدنا الحاصل على ما فى صف «٣٣» الكعب ، ثم زدنا الخمسة المذكورة

---

(١) فى ل بعدة

السطر الخارج	٦					٣					٥			
صف العدد على أنه مال كعب	٧	٩	١	٦	٠	٥	٩	٩	٨	٠	٤ ٥	٢ ٢	٤ ١	٤ ٣
						 ٣	 ٩	 ٤	 ٥	 ٩	٩ ٦	٩ ٥	٢ ٠	١ ١
	٦	٧	١	٦	٠	٢ ٢	٠ ٠	٥ ٥	٣ ٣	١ ١	٢ ٢	٤ ٤	٢ ٢	
	١	٢												
ثاني العدد وهو صف مال المال	٠	٨	٠	٨	٥	٩	٤	٩	٦	٢	١	٤		
	٤ ٦	٨ ٩	٣ ٦	٠ ٧	٩ ٦	٥ ٣	٦ ٨	٣ ٥	١ ٥	٩ ٣	٠	٤		
	٦	٩	٦	٧	١	٣	٤	٣	٠	٩				
					٥	٠	٤	٢	٥	٤	٩	٣		
						٥	٠	٤	٢	٥	٤	٩	٣	
						٤ ١	٧ ٣	٥ ٨	٠ ١	٢ ٣	٢ ٢	٤ ٥	 ٣	
						١	٣	٨	١	٨ ٥	٩ ٢	٣ ١	 ٣	
											٥	٢	١	٣
											٠ ٥	٠ ٢	٥ ٦	٢
ثالث العدد وهو صف الكعب	٠	٦	٥	٦	٠	٩	٩	٣	٥	١				
	٦ ٢	٩ ٦	٤ ٠	١ ٥	٤ ٦	١ ٧	٧ ٢	١ ٢	٥	١				
	٦	٤ ١	٤ ٦	٥ ٩	٤ ١	٠ ٧	٧ ٥	١ ٥	٥	١				
	٦	١	٦	٩ ٠	٤ ٧	٩ ٧	٦ ٨	١ ٨	٤	١				
						٠	٧	٧	٨	٨	٤	١		
						٢ ٨	١ ٥	٩ ٨	١ ٦	٨ ٠	٤	١		
						١ ٧	٨ ٧	٥ ٢	٩ ٧	٧ ٢	٣	١		
						٧	٧	٢	٧ ٠	٧ ٥	٢	١		
											٠	٥	٢	١
											٠ ٠	٥ ٠	٧ ٥	
											٥ ٥	٧ ٢	٣ ١	
رابع العدد وهو صف المال						٠	٩	٠	٨	٢				
						٦ ٤	٨ ٠	٧ ٣	٧	٢				
						٧ ٧	٧ ٢	٧ ٥	٦	٢				
						٨ ٩	٦ ٥	٧ ٧	٥	٢				
						٩	٥	٧ ٠	٥	٢				
	٠	٦	٩	٢	٧	٨	٢				٠	٥	٢	
	٤ ٦	٤ ١	٠ ٩	٦ ٦	٨ ٥	٨	٢				٠ ٠	٠ ٥	١ ١	
	٨ ٨	٠ ٠	٠ ٩	٦ ٠	١ ٤	٨	٢				٥ ٥	٧ ٧		
	٢ ٦	٧ ٣	٩ ٩	٥ ٤	١ ٢	٨	٢				٠ ٥	٥ ٢		
	٦	٣	٩ ٠	٥ ٩	١ ٠	٨	٢							

الفوقانية على التحتانية مرة ثالثة لصف المال ، وضربناها فيه وزدنا الحاصل على ما فى صف المال ثم زدنا الفوقانية على التحتانية مرة رابعة لصف الضلع ، فحصل الآن فى الصفوف فوق الخطوط الفواصل هكذا فى صف الضلع ٢٥ وفى صف المال ٢٥٠ وفى صف الكعب ١٢٥٠ وفى صف مال المال ٣١٢٥

وقد حان وقت النقل فنقلنا ما فى صف مال المال ، وهو صف ثانى العمل بمرتبة واحدة ، وما فى صف الكعب بمرتبتين ، وما فى صف المال بثلاث مراتب ، وما فى صف الضلع بأربع مراتب ، فوقعت مرتبة آحاد ما فى صف الضلع فى جدول ، يتقدمه جدول أول الدور المتقدم على الدور الأخير .

ثم طلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فى المؤامرة ، وجدناه ثلاثة وضعناها فوق المنطق المتقدم على المنطق الأخير ، وتحتها فى صف الضلع على يمين الخمسة فحصل فى صف الضلع ٢٥٣ وضربناها فى ذلك ، وزدنا الحاصل على ما فى صف المال .

وهكذا إلى أن انتهينا إلى صف مال المال ، فضربناها فيما حصل فيه ، ووضعنا الحاصل تحت العدد ونقصناه من العدد ، ثم زدنا الثلاثة الفوقانية على ما فى صف الضلع مرة لمال المال ، وضربناها فى المجموع ، وزدنا الحاصل على ما فوقه على القياس المذكور إلى أن انتهينا إلى صف مال المال ، ثم زدناها على ما فى صف الضلع مرة ثانية لصف الكعب .

وهكذا إلى أن زدناها على ما فى صف الضلع مرة رابعة لصف الضلع ، فحصل الآن فى الصفوف هكذا فوق الخطوط الفواصل ، فى صف الضلع ٢٦٥ ، وفى صف المال ٢٨٠٩٠ ، وفى صف الكعب ١٤٨٨٧٧٠ ، وفى صف مال المال ٣٩٤٥٢٤٠٥ «٣٤» .

		٢	٥					٥	ر	٢	٦	٨	٠	
		٢	٠			٢	٦	٢		٢	٦	٧	٤	
		١	٥					٩					٨	
		١	٠					٦				٦	٢	
			٥			٢	٥	٣		٢	٦	٥	٦	

وقد حان وقت النقل نقلنا على القياس المذكور ، ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة ، فوجدناه ستة ، وضعناها فوق المنطق الأول ، وتحتها فى صف الضلع على يمين الخمسة ، وضربناها فى المجموع ، وزدنا الحاصل على ما فوقه .

وهكذا إلى أن انتهينا إلى صف مال المال ، فضربناها فيما هو فيه ، ونقصنا الحاصل عن العدد ، فبقى فى صف العدد تحت الخط الفاصل ٢١ ، ولو لم يبق فيه ذلك لكان العدد الذى فرضناه مال الكعب منطقاً ،

وضلعه الأول ٥٣٦ ، وهذا هو الذى حصل فى سطر الخارج وتم العمل ، فلما بقى ٢١ علم أنه كان أصم ، فاحتجنا إلى ما بين مال كعب ٥٣٦ ومال كعب ٥٣٧ ليكون مخرجا لما بقى من العدد وهو ٢١ .

فزدنا الستة الفوقانية على ما فى صف الضلع مرة لصف مال المال ، وعملنا بها على القياس المذكور مرة ثانية لصف الكعب ، وعملنا بها على ذلك القياس ، وهكذا إلى أن زدناها عليه لأجله ، فتم العمل هكذا ، وما حصل فى الصفوف الأربعة وضعناه فى جدول آخر وجمعناها ، وزدنا على المجموع واحداً صار ما بين المضلعين المنطقين المتواليين ، أعنى ما بين مال كعب ٥٣٦ ومال كعب ٥٣٧ ، وهو المخرج الاصطلاحى .

والجدول هذا ، فصار الحاصل من العمل ، أعنى الضلع الأول للعدد المذكور على أنه مال كعب هذا العدد تقريباً «٣٥» .

٥٣٦
٢١
٤١٤٢٣٧٧٤٠٢٨١

ضعف مال المال	٠	٨	٠	٨	٥	٩	٤	٩	٦	٢	١	٤
صف الكعب	٠	٦	٥	٦	٠	٩	٩	٣	٥	١		
صف المال	٠	٦	٩	٢	٧	٨	٢					
صف الضلع	٠	٨	٦	٢								
مجموع ما فى الصفوف الأربعة بزيادة واحد	١	٨	٢	٠	٤	٧	٧	٣	٢	٤	١	٤

المفردات	مال مال كعب الكعب	كعب كعب الكعب	مال كعب الكعب	مال مال الكعب	كعب الكعب	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الجذر
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	
٢	١٠٢٤	٥١٢	٢٥٦	١٢٨	٦٤	٣٢	١٦	٨	٤	٢
٣	٥٩٠٤٩	١٩٦٨٣	٦٥٦١	٢١٨٧	٧٢٩	٢٤٣	٨١	٢٧	٩	٣
٤	١٠٤٨٥٧٦	٢٦٢١٤٤	٦٥٥٣٦	١٦٣٨٤	٤٠٩٦	١٠٢٤	٢٥٦	٦٤	١٦	٤
٥	٩٧٦٥٦٢٥	١٩٥٣١٢٥	٣٩٠٦٢٥	٧٨١٢٥	١٥٦٢٥	٣١٢٥	٦٢٥	١٢٥	٢٥	٥
٦	٦٠٤٦٦١٧٦	١٠٠٧٧٦٩٦	١٦٧٩٦١٦	٢٧٩٩٣٦	٤٦٦٥٦	٧٧٧٦	١٢٩٦	٢١٦	٣٦	٦
٧	٢٨٢٤٧٥٢٤٩	٤٠٣٥٣٦٠٧	٥٧٦٤٨٠١	٨٢٣٥٤٣	١١٧٦٤٩	١٦٨٠٧	٢٤٠١	٣٤٣	٤٩	٧
٨	١٠٧٣٧٤١٨٢٤	١٣٤٢١٧٧٢٨	١٦٧٧٧٢١٦	٢٠٩٧١٥٢	٢٦٢١٤٤	٣٢٧٦٨	٤٠٩٦	٥١٢	٦٤	٨
٩	٣٤٨٦٧٨٤٤٠١	٣٨٧٤٢٠٤٨٩	٤٣٠٤٦٧٢١	٤٧٨٢٩٦٩	٥٣١٤٤١	٥٩٠٤٩	٦٥٦١	٧٢٩	٨١	٩

«٣٧» وفى استخراج الضلع الأول من العدد الأصم طريق أدق منها ؛ سنورده فى المقالة الآتية : إذ هو موقوف على معرفة أعمال الكسور ؛ واستخراج الضلع الأول بهذا الدستور ؛ وعلى هذا الترتيب مما استنبطناه ؛ وأما ما ذهب إليه المتقدمون فمتعسر خصوصا إذا كثر عدد المنازل وعدد مراتب العدد

وقد استنبطنا طريقا آخر سنورده فى رسالة أخرى

وأما الجدول الموضوع فيه مضلعات المفردات للآحاد الذى وعدناه فهذا

طريق آخر :

فى استخراج ما بين المضلعين المنطقين يحتاج إلى معرفة أعداد سميت أصول تلك المنزلة [٢١] من المضلعات ؛ وهى الأرقام الحاصلة فى الصفوف حين النقل ؛ إذا كان المفرد الواقع فوق المنطق الأخير واحدا

مثاله :

أردنا أن نعرف أصول منزلة مال الكعب ؛ رسمنا الصفوف كما سبق ووضعنا فى سطر الخارج واحداً ؛ وفى صف الضلع أيضا ؛ وعملنا به كما ذكرنا فى استخراج الضلع الأول إلى أوان النقل هكذا ؛ فحصل فى صف الضلع خمسة وفى صف المال عشرة ؛ وفى صف الكعب عشرة ؛ وفى صف مال المال خمسة

فهذه الأعداد الأربعة هى أصول لمنزلة مال الكعب ؛ وكل عدد منها منسوب إلى صف وقع فيه ؛ والأعداد التى حصلت لنا فى استخراج الضلع الأول لمال الكعب حين النقل هى بعينها حواصل ضروب هذه الأصول فيما حصل فى سطر الخارج وفى مضلعاته عند كل نقل

سطر الخارج	١
صف مال المال	٥ ٤
صف الكعب	١٠ ٦ ٤ ٣ ١
صف المال	١٠ ٦ ٤ ٣ ٣ ٢ ١
صف الضلع	٥ ٤ ٣ ٢ ١

مثلا يكون حاصل ضرب ما فى سطر الخارج فى الخمسة موضوعا فى صف الضلع عند النقل ؛ ومربع مافى سطر الخارج فى العشرة فى صف المال ؛ ومكعبه فى العشرة فى صف «٣٨» الكعب ومال ماله فى الخمسة فى صف مال المال ؛ ومجموعها مع واحد هو ما بين مال الكعب باقى سطر الخارج ؛ ومال كعب ما يزيد عليه بواحد

واعلم أن أصل منزلة المال عدد واحد ؛ وهو اثنان ؛ وللكعب عددان وهما ثلاثة ثلاثة ؛ ولكل منزلة بعدة يزيد عدده بواحد لازدياد الصفوف .

وهكذا يتزايد عدد الأطراف ؛ فاذا جمعنا كل عددين متجاورين من أصول منزلة ؛ يحصل أحد أعداد الأوساط من المنزلة المتأخرة عنها [٢٢]

مثاله :

عدد منزلة الكعب ثلاثه ثلاثة ؛ مجموعها ستة ؛ فهو الوسط لمال المال ؛ وأعداد مال المال هى أربعة — ستة — أربعة ؛

فالأربعة مع الستة أحد وسطى عددى مال الكعب أعنى العشرة ؛ والستة مع الأربعة هو الوسط الآخر ؛ وعلى هذا القياس يتولد الأصول إلى مالا نهاية له كما فى هذا الجدول [٢٣]

منزلة المال	منزلة الكعب	منزلة مال المال	منزلة مال الكعب	منزلة كعب الكعب	منزلة مال مال الكعب	منزلة مال كعب الكعب	كعب كعب الكعب	الصفوف
							٩	صف مال كعب الكعب
						٨	٣٦	صف مال مال الكعب
					٧	٢٨	٨٤	صف كعب الكعب
				٦	٢١	٥٦	١٢٦	صف مال الكعب
			٥	١٥	٣٥	٧٠	١٢٦	صف مال المال
		٤	١٠	٢٠	٣٥	٥٦	٨٤	صف الكعب
	٣	٦	١٠	١٥	٢١	٢٨	٣٦	صف المال
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	صف الضلع

فاذا أردنا أن نستخرج مابين مضلعين منطقين متواليين نضرب الضلع الأقل فى أصل صف الضلع من ذاك المضلع ؛ ومربعه فى أصل صف ماله ومكعبه فى أصل صف كعبه ؛ وهكذا إلى أن نضرب جميع مضلعاته التى كانت تحت المضلع المفروض فى أصولها ؛ ونجمع الجميع ونزيد عليه واحداً يحصل ما بين المضلعين

مثـاله :

أردنا ما بين مال كعب أربعة ومال كعب خمسة

رسمنا الصفوف التي تحت مال الكعب ووضعنا فيها أصولها ؛ ووضعنا الضلع الأقل أعنى الأربعة فى صف الضلع ؛ ومربعها فى صف المال ؛ ومكعبها فى صف الكعب ؛ ومال مالها فى صف مال المال ؛ بعد أن نخط بينها وبين الأصول خطا طوليا ؛ ثم ضربنا ما فى كل صف من الأصول فيما فيه من المنازل ووضعنا الحواصل «٣٩» فى جدول آخر هكذا

الصفوف	أصول منزلة مال الكعب	مضلعات ضلع الأقل ضربناها فى الأصول	الحواصل من المضروب
صف مال المال	٥	٢٥٦	١٢٨٠
صف الكعب	١٠	٦٤	٦٤٠
صف المال	١٠	١٦	١٦٠
صف الضلع	٥	٤	٢٠

ثم جمعنا ما فى جدول الحواصل ، ونزيد عليه واحداً حصل **٢١٠١** وهو ما بين مال كعب أربعة ومال كعب خمسة .

وإن أردنا ما بين مضلعين منطقين غير متواليين : مثلا مال كعب أربعة ، ومال كعب سبعة نلحق به جدولا آخر ، ونضع فيه مضلعات التفاضل بين المضلعين[1] أعنى الثلاثة ، بحيث وقع التفاضل وهو الثلاثة فى صف مال المال ومربعه فى تحته ، ومال ماله فى صف الضلع هكذا [٢٤] :

(١) فى ت الضلعين

الصفوف	أصول منزلة مال الكعب	مضلعات ضلع الأقل ضربناها في الأصول	الحواصل من المضروب	مضلعات التفاضل ضربناها في الحواصل	الحواصل من الضروب الثانية
صف مال المال	٥	٢٥٦	١٢٨٠	٣	٣٨٤٠
صف الكعب	١٠	٦٤	٦٤٠	٩	٥٧٦٠
صف المال	١٠	١٦	١٦٠	٢٧	٤٣٢٠
صف الضلع	٥	٤	٢٠	٨١	١٦٢٠

ثم ضربنا ما فى كل صف من جدول الحواصل فيما فيه من جدول مضلعات التفاضل ، ووضعنا الحواصل الأخيرة فى جدول آخر ، ثم جمعنا ما فى الجدول الأخير ، وزدنا عليه مال كعب التفاضل ، وهو ٢٤٣ حصل ١٥٧٨٣ ، وهو ما بين المضلعين المذكورين .

الباب السادس

فى الميزان[1]

للحساب امتحان يعرف بالميزان إن صح الحساب صح الميزان ولم يطرد ، وطريقه أن نجمع مفردات العدد من غير اعتبار المراتب ، و نطرح منه تسعة تسعة إلى أن يبقى تسعة أو أقل منها ، فما بقى فهو ميزان ذلك العدد

مثـاله :

أردنا أن نأخذ ميزان هذا العدد ٦٤٥٧٨ جمعنا الثمانية والسبعة والخمسة والأربعة والستة ، وطرحنا من المجموع تسعة تسعة فتبقى ثلاثه ، وهى ميزان ذلك العدد

(١) فى ت الموازين

وطريق «٤٠» عمل ميزان الضرب أن نضرب ميزان المضروب فى ميزان المضروب فيه، ونطرح منه تسعة تسعة ، فما بقى إن خالف ميزان الحاصل تحقق خطأ العمل .

وأما ميزان القسمة ، فنضرب ميزان خارج القسمة من ميزان المقسوم عليه ، ونزيد عليه ميزان الباقى إن بقى شىء ، ونطرح منه تسعة تسعة فالباقى ينبغى أن يكون مساويا لميزان المقسوم .

أما ميزان الجذر وسائر المنازل ، فنضرب ميزان سطر الخارج فى نفسه للجذر ، ثم فى الحاصل للكعب ، ثم فى الحاصل لمال المال ، وعلى هذا القياس ، وكلما جاوز الحاصل التسعة نطرحها منه ، وإذا حصل ميزان المنزلة المفروضة ، نزيد عليه ميزان الباقى من العدد إن بقى شىء ، ونطرح منه تسعة إن جاوز عنها ، فالباقى إن خالف ميزان العدد المفروض[٢٥] تبين[1] خطأ العمل والله أعلم .

(١) فى ت تيقن

المقالة الثانية

فى حساب الكسور

وهى مشتملة على اثنى عشر باباً :

الباب الأول

فى تعريف الكسور وأقسامه

وهى كمية تنسب إلى جملة تفرض واحداً . والمنسوبة إليها يسمى مخرجاً . والكسر إما مفرد وإما مركب . فالمفرد ما نسب فيه عدد صحيح إلى عدد صحيح أكبر من الواحد . بفرض[1] واحد صحيح فقط .

وهو إما مجرد[٢٦] أو مكرر[٢٧] . فالمجرد هو ما يكون عدد كسره واحداً كواحد من اثنين . ويقال له النصف . أو من ثلاثة ويقال[2] له الثلث . أو من أربعة وهو الربع . وما زاد مخرجه على[3] العشرة كواحد من أحد عشر أو من عشرين . فليس له اسم خاص لا يخرجه . ويخرج[4] عن حد المفرد . والمكرر ما هو عدد الكسر فيه أزيد من الواحد كاثنين من ثلاثة . ويقال لهما الثلثان . وكخمسة أجزاء من أحد عشر .

واعلم أن كل نسبة بين الكسر ومخرجه يوجد فى أعداد غير متناهية . والمختار منها فى الاستعمال أقل عددين صحيحين على تلك النسبة . وإيراد ما سواها قبيح .

وأقل عددين على نسبة هما المتباينان . وسنورد معرفة «٤١» التباين والاشتراك والتداخل وهو إما معطوف أو مستثنى أو مضاف أو منكسر أو مركب من هذه الأربعة أو من بعضها . فالمعطوف[٢٨] ما يعطف كسرا على كسر آخر . وذلك إما بين إثنين أو أكثر . كنصف وربع[5] أو كثلاثة أخماس وربع وسبع .

والكسر المستثنى[٢٩] ما استثنى عن كسر كسر آخر . وهو أيضاً إما بين اثنين أو أكثر . كثلاثين إلا خمسا . وكنصف إلا خمسا إلا جزءين من أحد عشر أجزاء من عشرين . والكسر المضاف ما يفرض مخرج جزئه الأول كم كان واحداً أو أكثر . وينسب إلى مخرج آخر كنصف السدس أو كربع ثلاثة أخماس وربما يتكرر الإضافة مرات كنصف ثلاثة أخماس أربعة أتساع العشر . أعنى جزءاً واحداً من جزءين هما ثلاثة أجزاء من خمسة هى أربعة أجزاء من تسعة هى واحدة من عشرة . أعنى أن نقسم الواحد الصحيح إلى عشرة أجزاء . نأخذ منها جزءاً واحداً ونقسمه إلى تسعة أجزاء . ونأخذ منها أربعة أجزاء . ونقسمها إلى خمسة أجزاء . ونأخذ منها ثلاثة أجزاء ونقسمها إلى جزءين . ونأخذ منها جزءاً واحد فهو الكسر المضاف[٣٠] والأول فى المضاف . والمعطوف تقديم الأكثر فالأكثر .

---

(١) فى ت تفرض واحداً صحيحاً فقط — (٢) فى ل وهو الثلث — (٣) فى ت عن .

(٤) غير موجود فى ت — (٥) فى ت وثلث

والكسر المنكسر[٣١] هو ما يكون أحد المنسوبين أو كلاهما غير صحيح . كنصف واحد من ثلاثة هي واحد . أو كتسع من أربعة ونصف وهو واحد : أو كواحد من ثلاثة ونصف هو واحد ، أو كواحد ونصف عن خمسة هي واحد . أو كثلاثة وربع من خمسة وسدس هي واحد ; أو كربع من ثلاثة أخماس هي واحد[٣٢] .

والمركب[٣٣] من هذه الأربعة كثلث واحد من اثنين ونصف ، ونصف سدس إلا عشرا ، وربما كان الكسر أو المخرج أو كلاهما مركبا من هذه الأربعة أو من بعضها ، وكذا المعطوف والمعطوف عليه والمستثنى والمستثنى منه ، وقد يكون أنواعا أخر من التركيب ككسر مضروب فى كذا ، وكسر مقسوم على كذا ، وهو المنكسر ، وكسر هو جذر كذا .

واعلم أن المحاسبين الذين احترزوا عن «٤٢» إهمال الكسور فى الحساب إلا عند الاضطرار ، استعملوا الكسور المفردة ، ومن أراد أن يتلفظ بها احتاج إلى بعض المركبات كالمعطوف والمضاف والمستثنى .

والمنجمون استعملوا كسوراً معطوفة ، على أن مخارجها المتوالية هى ستون[٣٤] ، ومضلعاتها المتوالية إلى حيث شاءوا ، وتركوا ما بعدها ويسمونها على التوالى بالدقائق والثوانى والثوالث والروابع ، وقس عليه

ونحن أوردنا على قياس المنجمين كسوراً يكون مخارجها المتوالية عشرة ، ومضلعاتها المتوالية إلى حيث شئنا ، وتسمى على التوالى بالأعشار ، وثانى الأعشار وثالث الأعشار ورابعها وهلم جرا :[٣٥]

وأهل السباق[٣٦] وأرباب المعاملة بل أكثر العامة استعملوا الدوانيق والطسوجات والشعيرات[٣٧] ، على أن الواحد الصحيح ست دوانيق ، وكل دانق أربعة طسوجات ، وكل طسوج أربعة شعيرات ، ثم قسموا كل شعيرة بالدوانيق والطسوجات والشعيرات وقس عليه[٢٧] .

وكلها كسور معطوفة ، وربما وقع بعضها مفرداً[٣٨] .

الباب الثانى

فى كيفية وضع أرقام الكسور

يوضع الكسر المفرد فى الكتابة تحت الصحاح والمخرج تحته ، وإن لم يكن الصحاح ، يوضع صفر مكان العدد والكسر تحته على هذه الصورة

٠
١
٢

وهو النصف

ويوضع المعطوف فى جنب المعطوف عليه ، ويفصل بينهما بخط هكذا

٠	٠
١	١
٢	٣

وهو النصف والثلث[٣٩] والمستثنى هكذا

٠ إلا ٠
١   ١
٣   ٤

وهو ثلث إلا ربعاً .

ويوضع الكسر المضاف تحت الصحاح ، وتحته مخرجه ، وتحت مخرج المضاف كسر المضاف إليه ، وتحته

مخرجه ، والتمييز بين المضاف والمضاف إليه بخط ، وقس عليه إن يتكرر[1] على هذه الصورة

٠ ١ ٤ | ١ ٦ | ٣ ٥

وهو ربع سدس ثلاثة الأخماس .

والكسر المنكسر يوضع على هيئة الصحاح والكسور تحت الصحاح ، والمخرج المنكسر تحته ، وبفصل بينهما بخط هكذا ٢ ١ ٢ من ٤

وهو اثنان ونصف من أربعة

و [٤٣] خمسين ، وان نكتب بينهما ٢ ٥ بدل الخط لفظ من ، فهو أولى لئلا يشتبه فى بعض الأحيان بكسر المضاف ، وهكذا يكتب بين المعطوف والمعطوف عليه حرف الواو ، وبين المضاف والمضاف إليه حرف اللام طرداً[2] للباب ، وفى وضع المركب يفصل بين كل مركبين بخط مثناة ، فالمجتمع من الأربعة هكذا :

٠ ١ ٣ من ٢ ١ ٢ | و ٠ ١ ٢ | ١ ٦ | إلا ١ ١٠

وذلك الكسر الكبير المستثنى ، وفيه المستثنى منه كسر معطوف والمعطوف عليه كسر منكسر ، والمعطوف مضاف

وأما أمثلة ما كان أحد جزءيه مركبا فهكذا :

الكسور المعطوفة التى كان أحد جزئيها مركبا						
	مركب المعطوف عليه			مركب المعطوف		
باب الإضافة	نصف سدس وجزء من خمسة عشر	٠ ١ ٢ | ١ ٦	و ١ ١٥	ربع ونصف سدس	٠ ١ ٤	و ١ ٢ | ١ ٦
باب الانكسار	اثنان وربع من ثمانية وجزء من أربعة عشر	٠ ٢ ١ ٤ من ٨	و ١ ١٤	أربعة أتساع واثنان وربع من ستة	٠ ٤ ٩	و ٢ ١ ٤ من ٦

---

(١) فى ل تكرر

(٢) يقصد استكمالا للباب

الكسور المضافة التي كان أحد جزئيها مركبا ...				
	ماكان المضاف مركبا		ماكان المضاف إليه مركبا	
	مركب الكسر		مركب المخرج	
بالعطف	نصف وثلث المربع أعنى خمسة أسداس ربع	١ ٢ و ١ ٣ ـ ١ ٤	ربع لنصف وثلث	١ ٤ ـ ١ ٢ و ١ ٣
بالاستثناء	أربعة أخماس إلا سبعا بخمس	٤ ٥ إلا ١ ٧ ـ ١ ٥	سبعا أربعة أخماس إلا تسعا على أن الاستثناء من أربعة أخماس	٢ ٧ ـ ٤ ٥ إلا ١ ٩
بالانكسار	اثنان ونصف من خمسة وثلث يكون جملتها ربعا	١ ٢ ص ٢ ٥ ١ ٣ ـ ١ ٤	خمس اثنين وثلاثة أرباع أربعة	١ ٥ ـ ٣ ٤ ٢ ص ٤

	مركب الكسر		مركب المخرج	
المعطوف	اثنان ونصف وثلث من خمسة ونصف	٢ ١ ٢ و ١ ٣ ص ٥ ١ ٢	خمسة ونصف من ثمانية وجزئين من أحد عشر وأربعة أتساع	٥ ١ ٢ ص ٨ ٢ ١١ و ٤ ٩
المستثنى	اثنان وثلاثة أرباع إلا خمسة أسداس الخمسة	٢ ٣ ٤ إلا ٥ ٦ ص ٥	ربع من اثنين ونصف إلا خمسين على أن المستثنى من اثنين ونصف	١ ٤ ص ٢ ١ ٢ إلا ٢ ٥
المضاف	ثلث خمس من واحد ونصف	١ ٣ ـ ١ ٥ ص ١ ١ ٢	تسع من أربعة أخماس أربعة أخماس	١ ٩ ص ٤ ٥ ـ ٤ ٥

وإذا بدل حرف العطف بالاستثناء فى تلك الأمثلة صارت أمثلة الكسر المستثنى فلا نورده لذلك ولا يخفى على الفطن أمثلة ماكان جزءاه مركبين وأما ماكان تركيبه أكبر فلا نهاية له ، مثلا إذا جعلنا واحدا من المركبات المذكورة كسراً والآخر الذى هو أكثر منه مخرجا لذلك الكسر ثم جعلنا هذا الكسر والمخرج كسراً ونجعل له مخرجاً ما ثم جعلناها كسراً وهكذا إلى مالا نهاية له .

تنبـيه :

وينبغى أن يتعين فى الكسور التى تكون أجزاؤها مركبة أن العطف أو الاستثناء من أى شىء ، فان كان من المجموع نخط بازاء المجموع على أيسره خط المميز ، ونكتب حرف العطف أو الإستثناء على رأس الخط ، وإن كان من جزء منه فنكتب حرف العطف أو الإستثناء بازاء المستثنى منه وكذا خط المميز ، وأما كيفية وضع أرقام المنجمين وسنوردها فى المقالة الثالثة وكذا وضع أرقام الكسور الإعشارى .

الباب الثالث

فى معرفة التداخل والتشارك والتباين والتماثل

كل عددين غير الواحد لابد [محالة] إما أن يكونا متساويين أولا والأول يسمى متماثلين والثانى إما أن يعد أقلهما الأكبر أولا ، والأول يسمى متداخلين كالثلاثة والتسعة ، والثانى إما أن يوجد عدد ثالث غير الواحد يعدهما أولا ، والأول يسمى متشاركين ومتوافقين كالأربعة والعشرة فان الاثنين يعدان الأربعة والعشرة أيضا .

والعدد العاد يسمى المشترك فيه ، والكسر المسمى للعدد العاد يسمى الوفق ، ولا محالة يكون ذلك الكسر موجوداً فى كل واحد من المتشاركين ؛ ويسمى كل واحد منهما جزء الوفق ؛ أو الاشتراك لذلك العدد ؛ والثانى يسمى متباينين ؛ ولا يعدهما غير الواحد .

[حاشية(١): ١٥٠ كسر العدد العاد لهما ٣٠ ينقسم كل واحد منهما على العدد المشترك العاد لهما ؛ خرج من الأول ٥ ٢٤٠ مخرج ، ومن الثانى ٨ فهما أقل عددين على نسبتهما]

وإذا أردنا أن نعرف التداخل والتشارك «٤٧» والتباين بين العددين ؛ قسمنا أكثرها على أقلهما ؛ فان لم يبق شىء كانا متداخلين ؛ وإن بقى شىء قسمنا المقسوم عليه على الباقى وهكذا إلى أن لا يبقى شىء ، أو بقى واحد فان لم يبق شىء فالعددان متشاركان ؛ والمقسوم عليه الأخير هو المشترك فيه العاد لهما ؛ وإن بقى واحد فهما متباينان .

وإن كانت الأعداد كثيرة سلكنا هذا المسلك بين اثنين ، فان وجدناها متداخلين أو متشاركين فى عدد ، نظرنا بين ذلك العدد العاد وبين ثالث فان وجدناها متداخلين أو متشاركين فى عدد نظريا بين هذا العدد وبين رابع وهلم جرا إلى آخرها ، فان كان الكل مشتركا فالمشترك فيه الأخير هو العاد لجميع الأعداد .

وإن وقع بين اثنين منهما تباين كان الكل متباينا ، وكلما يوجد كسر مباين لمخرجه علم أنهما أقل عددين على نسبتهما ، وكل كسر يوجد مشاركا لمخرجه أو داخلا فيه ، ناخذ جزءيهما السميين للعدد العاد لهما بأن نقسم كل واحد منهما على العدد العاد لهما فانهما أقلا عددين على نسبتهما .

---

(١) الحاشية موجودة فى ت فقط .

الباب الرابع

فى التجنيس والرفع

أما التجنيس ويقال له البسيط أيضا فهو جعل الصحيح كسوراً معينة بأن نضرب الصحيح فى مخرج الكسر ، ونزيد عليه ذلك الكسر بصورته إن كان معه .

مثاله :

أردنا أن نجعل أربعة وثلاثة أخماس كلها أخماسا ، ضربنا الأربعة فى الخمسة حصل عشرون ، زدنا عليه الكسر وهو ثلاثة بلغ ثلاثة وعشرين خمسا وهو المطلوب .

وأما الرفع فهو أن يكون معنا كسر عدده أكثر من عدد مخرجه ، فنقسمه على مخرجه ، فما خرج من القسمة فهو صحيح والباقى كسر .

مثاله :

أردنا أن نرفع سبعة عشر ثلثا فقسمناه على الثلاثة التى هى مخرج الثلث ، خرجت خمسة وبقى اثنان وهما ثلثان .

الباب الخامس

فى توحيد المخارج

[ويقال[1] فى أخذ الكسور المختلفة من مخرج واحد] ، ويقال لهذا العمل ضرب التأريخ ، وهو طلب أقل عدد يصح منه الكسور المفروضة ، أى يعده كل واحد من المخارج المفروضة .

والعمل فيه أن نرسم جداول طولية ، ونضع كل كسر من الكسور التى نريد أن نوجد مخارجها فى أعلى طول كل جدول ، والمخرج فى أسفله بمسافة بحيث يكون المخارج متوالية فى التزايد والتناقص ، ثم ننظر إلى المخارج فما كان منهما داخلا فى بعضها أعنى عادا له ، نخط فوقه خطا كم كانت ، ونضع فوق الخط صفراً ، ثم ننظر إلى المخرج الأعظم ، ونعرف حاله مع كل واحد من المخارج الباقية ، فما كان مباينا نتركه بحاله ، وما كان مشاركا له نأخذ جزء وفقه ، أى نقسمه على العدد العاد لهما ونضعه فوقه بعد أن نخط بينهما بخطة .

وهكذا إلى آخر المخارج ، ثم نعرف حال مخرج آخر مع الباقى من المخارج ، أعنى ما كان فى حكم الثبات ونعمل ما ذكرنا ، وهكذا إلى أن نعرف حال جميع المخارج مع الباقية ، فنضرب ما بقى فوق الخطوط الفواصل بعضها فى بعض ، فحاصل الضرب الأخير هو المخرج المشترك الذى تصح منه تلك الكسور .

---

(١) غير موجودة هذه الجملة فى ت

فنضعه فى كل جدول بعد أن نخط بينهما و بين المخارج الأصلية خطا عرضيا ، يقطع جميع الطولية ، ثم نقسمه على كل واحد من المخارج الأصلية التى وضعت فى أسافل الجداول ، و نضع الخارج من القسمة فى ذلك الجدول تحت الكسر و نضربه فيه .

و نضع الحاصل فوق المخرج المشترك فهو ذلك الكسر المأخوذ من المخرج المشترك ، ونضع فوقه صفرا مكان الصحاح ، ونخط فوق الأصفار خطا عرضياً يقطع جميع الطولية للتمييز .

مثـاله :

أردنا أن نأخذ نصفا وثلثا وربعاً وخمسين وخمسة أسداس وثلاثة أسباع وسبعة أثمان وتسعين وثلاثة أعشار «٤٩» من مخرج واحد فرسمنا الجداول الطولية ووضعنا الكسور فيها كما ذكرنا هـكذا .

١ / ١٢٦٠	١ / ٨٤٠	١ / ٦٣٠	٢ / ٥٠٤	٥ / ٤٢٠	٣ / ٣٦٠	٧ / ٣١٥	٢ / ٢٨٠	٣ / ٢٥٢
١٢٦٠ / ٢٥٢٠	٨٤٠ / ٢٥٢٠	٦٣٠ / ٢٥٢٠	١٠٠٨ / ٢٥٢٠	٢١٠٠ / ٢٥٢٠	١٠٨٠ / ٢٥٢٠	٢٢٠٥ / ٢٥٢٠	٥٦٠ / ٢٥٢٠	٧٥٦ / ٢٥٢٠
٠ / ٢	٠ / ٣	٠ / ٤	٠ / ٥	٣ / ٦	٧	٤ / ٨	٩	١٠

فنظرنا إلى المخارج ، فوجدنا الاثنين والثلاثة والأربعة والخمسة[1] داخلة فى المخارج الباقية بعضها فى بعض فوضعنا فوق كل واحد منها صفرا بعد الفاصلة ، فبقيت الستة والسبعة والثمانية والتسعة والعشرة ، فعرفنا حال أعظم المخارج وهو العشرة مع التسعة ، فـكانت مباينة لها تركناها بحالها .

ثم مع الثمانية فـكانت مشاركة لها فى النصف ، فوضعنا نصفها وهو الأربعة فوقها بعدالفاصلة ، ثم مع السبعة فـكانت مباينة لها ، تركناه بحالها ثم مع الستة فـكانت مشاركة لها فى النصف ، فوضعنا نصفها وهو الثلاثة فوقها بعد الفاصلة ، وتم العمل بالعشرة .

ثم عرفنا حال التسعة مع الأربعة التى فى جنبها ، فـكانت مباينة لها ، تركناها بحالها ، ثم مع السبعة فـكانت كذلك ، ثم مع الثلاثة فـكانت داخلة فيها ، وضعنا فوقها صفرا بعد الفاصلة ، وتم العمل بالتسعة .

(١) والخمسة موجودة فى ت فقط .

ثم عرفنا حال الأربعة مع السبعة فكانت مباينة لها ؛ تركناها بحالها ؛ وتم العمل لأنا عرفنا حال كل مخرج مع الآخر ؛ فبقيت من المخارج سبعة وأربعة وتسعة وعشرة ضربنا السبعة فى الأربعة حصل ٢٨ ضربناه فى التسعة حصل ٢٥٢ ضربناه فى العشرة حصل ٢٥٢٠ وهو المخرج المشترك لتلك الكسور ؛ فخططنا فوق الخطوط الفواصل خطاً عرضياً بحيث قطع جميع الطولية[٤١] .

ووضعنا المخرج المشترك فوقه فى كل جدول وقسمناه على كل واحد من المخارج الأصلية ، ووضعنا الخارج من كل قسمة تحت الكسر وضربناه فيه ؛ ووضعنا الحاصل فوق المخرج المشترك فى ذلك الجدول ؛ فهو الكسور المذكورة المأخوذة من المخرج المشترك .

[حاشية(١) : المراد بالأزواج العدد الثانى والرابع والسادس والثامن وعلى هذا القياس ؛ والمراد بالأفراد العدد الأول والثالث والخامس والسابع وعلى هذا القياس] .

وإن(٢) ضربنا لكل كسر المخارج الباقية بعضها فى بعض غير المخرج ؛ ونضع الحاصل الأخير تحت ذلك الكسر ؛ ونضربه فيه لحصل أيضاً الكسر المأخوذ من المخرج المشترك .

والمراد بقولنا غير المخرج ، أن مخرج الكسر المطلوب إن وجد فى المخارج الباقية بعينه لم نضرب فيه شيئاً ؛ وإن لم يوجد فنقسم من المخارج الباقية مايداخله ؛ أو يشاركه مخرج الكسر المطلوب عليه ؛ فما خرج نضربه فى المخارج الباقية بعضها فى بعض .

مثلا :

أردنا أن نأخذ الكسر الخامس من المخرج المشترك فى المثال المذكور ؛ وهو خمسة أسداس ؛ ولما لم يوجد مخرجه ؛ وهو ستة فى المخارج الباقية بعينه ؛ قسمنا التسعة التى تشاركها عليها ؛ خرج واحد ونصف ضربناه فى العشرة حصل ١٥ ضربناه فى الأربعة حصل ٦٠ ضربناه فى السبعة حصل ٤٢٠ ؛ وضعناه تحت ذلك الكسر ؛ وضربناه فيه حصل ٢١٠٠ وضعناه فوق المخرج المشترك وهو المطلوب .

نوع آخر :

نضرب أحد المخارج فى الآخر إن كانتا متباينتين بعد حذف ماهو داخل فى الآخر ؛ وألا نضرب أحدهما فى جزء وفق الأخر ؛ ثم نضرب الحاصل فى مخرج آخر إن كان الحاصل مع ذلك المخرج متباينتين؛وإلا فى جزء وفقه وكذا الحاصل مع مخرج آخر إلى أن تتم .

مثاله :

فى العمل المذكور ضربنا الستة فى السبعة حصل ٤٢ ضربناه فى نصف الثمانية أعنى أربعة حصل ١٦٨ ضربناه فى ثلث التسعة أعنى ثلاثة حصل ٥٠٤ ؛ ضربناه فى نصف العشرة حصل ٢٥٢٠ وهو المطلوب والباقى كما سبق .

---

(١) هذه الحاشية موجودة فى ت فقط .

(٢) في ت ولو نضرب .

الباب السادس

فى أفراد الكسور[1] المركبة

أما أفراد الكسور المعطوف والمستثنى فيحصل بالجمع والتفريق ، وسنذكرها ، وإذا كان الاستثناء أكثر من مرة واحدة ، فننقص مجموع الأزواج من مجموع الأفراد ، وأما أفراد الكسر المضاف فيحصل بأن نضرب الكسر فى الكسر ، ونضع الحاصل مكان الكسر ، ونضرب المخرج فى المخرج ، ونضع الحاصل مكان المخرج ، ثم نردهما إلى أقل عددين على نسبتهما إن لم يكونا منه .

مثاله :

أردنا أفراد ثلاثة أرباع خمسة أسداس وضعناه هكذا

٣ ٥
ـــ ـــ
٤ ٦

ضربنا الثلاثة فى الخمسة حصل(٢) ١٥ وضعناها مكان الكسر .

ثم ضربنا الأربعة فى ستة حصل ٢٤ وضعناها مكان المخرج هكذا

١٥
٢٤

ولأنهما مشتركان فى الثلاث ، رددناها إليه فصار خمسة أثمان هكذا

٥
ـــ
٨

وإن زادت الإضافة عن اثنين ، فنضرب الكسور بعضها فى بعض ، ونضع الحاصل الأخير مكان الكسر ، ونضرب المخارج بعضها فى بعض ، ونضع الحاصل الأخير مكان المخرج .

وأما أفراد الكسر المنكسر ، فالانكسار يكون إما فى الكسر وحده ، والعمل فيه أن يجنس الكسر إن احتيج إليه ، ونضعه موضع الكسر ، ونضرب المخرج فى المخرج ونضعه موضع المخرج فنردهما إلى أقل عددين يكونان على تلك النسبة إن لم يكونا فيه .

مثاله :

ثلاثة وخمس من ستة هى واحد ، وضعناه على هذه الصورة

٣
١
٥
من
٦

وجنسنا الثلاثة والخمس حصل ستة عشر ، وضعناها مكان الكسر ،

---

(١) فى ت الكسر المركب .

(٢) فى ت حصلت خمسة عشر وكذا فى باقى الأرقام يكتبها بالحروف .

وضربنا المخرج الأصلى الذى هو ستة فى مخرج الكسر الذى هو خمسة ، حصل ثلاثون وضعناه مكان المخرج هكذا ١٦/٣٠

وبعد الرد إلى أقل عددين هكذا ٨/١٥ وهو المطلوب

وأما فى المخرج وحده ، فالعمل فيه أن نجنسه ونضعه مكان المخرج ، ثم نضرب الكسر فى مخرج المخرج ، ونضع الحاصل مكان الكسر ، ثم نردهما إلى أقل عددين على تلك النسبة إن لم يكونا منه .

مثاله :

أربعة من سبعة وربع ، هما واحد وصورتهما هكذا ٤ من ٧ ١/٤

فجنسنا السبعة والربع فصارت تسعة وعشرين ،

وضعنا مكان المخرج ، وضربنا الأربعة التى هى الكسر فى الأربعة التى هى المخرج حصل ستة عشر ، وضعنا

مكان الكسر هكذا ١٦/٢٩ وهو المطلوب

ولا يمكن فى هذا النوع مالم نحتج فيه إلى التجنيس ، وأما فى الكسر والمخرج كليهما فنجنس مانحتاج إليه ، ثم نضرب كسر الكسر فى مخرج المخرج ، ونضع الحاصل مكان الكسر ، ونضرب مخرج الكسر فى كسر المخرج ، ونضعه مكان المخرج .

مثاله :

ثلاثة ونصف من أربعة وثلثين وصورته هكذا ٣ ١/٢ / ٤ ٢/٣ ضربنا كسر الكسر الذى هو سبعة فى مخرج المخرج الذى هو ثلاثة ، ووضعنا الحاصل مكان الكسر .

وبعد التجنيس هكذا ٧/٢ / ١٤/٣

وضربنا مخرج الكسر وهو اثنان فى كسر المخرج ، وهو أربعة عشر ، ووضعنا الحاصل مكان المخرج

هكذا ٢١/٢٨ فهما مشتركان فى السبع ، فرددناهما إليه حصل ٣/٤ وهو المطلوب

مثال آخر :

نصف واحد من اثنين وثلث وضعنا هكذا ١/٢ من ٢ ١/٣ فجنسنا المخرج فصار هكذا ١/٢ / ٧/٣ ثم ضربنا

كسر الكسر فى مخرج المخرج .

ووضعنا الحاصل مكان الكسر .

وضربنا مخرج الكسر فى كسر المخرج ، ووضعنا الحاصل مكان المخرج حصل هكذا ٠ ٣ ١٤ وهو المطلوب

وإذا أردنا أفراد ما كان مركبا من أجزاء مركبة ، فنفرد كل واحد من أجزائه أولا ثم نفرد الحواصل .

مثاله :

أردنا افراد اثنين وربع من خمسة وأربعة أخماس هى اثنان ونصف من أربعة مستثنى من المجموع واحد وثلثان من ثمانية صورته هكذا :

٠ ٢ ١ ٤ من ٥ ٤ ٥ ا ٢ ١ ٢ ا ٤ إلا ٠ (١) ١ ٢ ٣ من ٨

فبدأنا بافراد المستثنى منه ، وهو مضاف ، فيكسر الجزءين أى المضاف والمضاف إليه ، وجزؤه الأول ، فيكسر الكسر .

والمخرج وجزء الثانى فيكسر الكسر فقط .

فأفردنا الجزء الأول ، ووضعناه موضع المضاف .

ثم أفردنا الجزء الثانى ، ووضعناه مكان المضاف إليه صار هكذا : ٠ ٤٥ ١١٦ا ٥ ٨

وهو كسر مضاف فأفردناه صار هكذا :

٠ ٢٢٥ ٩٢٨

ثم أفردنا المستثنى حصل هكذا : ٠ ٥ ٢٤ نقصناه من المستثنى منه ، وبعد توحيد المخرجين ، وبعد التفريق

رددناها إلى أقل عددين على نسبتهما فصار هكذا : ٠ ٩٥ ٢٧٨٤ وهو المطلوب

---

(١) توجد حاشية فى ت بفسر هذ العمليات بأسلوب مكرر لما هو موجود فلا داعى لذكره .

الباب السابع

فى التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق

أما التضعيف فننظر إلى المخرج إن كان فردا ، نضعف الكسر ونقسم الحاصل على المخرج أى تنظر إليه ، فإن زاد من المخرج نرفع منه مثل المخروج بواحد ، ونضعفه مكان الصحاح إن لم يكن معه ، وإلا نزيده على ضعف الصحاح ، وما بقى نضعه مكان الكسر ، وننسبه إلى المخرج ، وإن كان المخرج زوجا ننصفه ، ونقسم الكسر عليه على النصف كما يقتضى الحساب .

مثاله :

أردنا أن نضعف خمسة أسداس وضعناه هكذا (٠ / ٥ / ٦) ونصفنا المخرج فصار ثلاثة ، وقسمنا الكسر عليها فصار بعد الرفع هكذا : (١ / ٢ / ٣) وهو المطلوب .

مثال آخر :

فى تضعيف ثمانية وأربعة أسباع ، وضعناه هكذا (٨ / ٤ / ٧) ضعفناه صار هكذا (١٧ / ١ / ٧)

وأما التنصيف فننظر إلى الكسر فإن كان زوجا تنصفه ، وإلا نضعف المخرج ، وأما إن كان معه صحاح ، فإن كانت زوجا ننصفها وننصف الكسر كما ذكرنا ، وإن كانت فردا ننصفها ونضع ما صح فى موضعه ، ونزيد للواحد الباقى المخرج على الكسر ، ثم ننصف المجموع أو نضعف المخرج كما ذكرنا .

مثـاله :

أردنا أن ننصف ثلاثة أرباع وصورتها هكذا : (٠ / ٣ / ٤) ضعفنا مخرجها فصار (٠ / ٣ / ٨)

مثال آخر:

تسعة وثلاثة أخماس وهى (٩ / ٣ / ٥) فنصفنا التسعة ، وقد خرج أربعة صحاح وضعناها مكان الصحاح ، وزدنا للواحد الباقى .

من الصحصاح مقدار المخرج على الكسر فبلغ ثمانية ، نصفناها فصارت أربعة ، وضعناها مكان الكسر

والمخرج كما كان هكذا
٤
٤
٥

وأما الجمع فهو إما أن يكون بين اثنين أو أكثر ، فنوحد المخارج بضرب التأريخ إن اختلفت ، ونجمع الكسور المتحدة من المخرج المشترك ، ونقسم المجموع على المخرج المشترك ، ونضع الخارج مكان الصحاح ، وإن بقي شيء يكون كسرا من المخرج المشترك .

فإن لم يكونا متباينين فنردهما إلى أقل عددين على نسبتهما .

مثاله :

أردنا أن نجمع بين ثلاثة أرباع وستة أسباع وضعناها هكذا

٠	٠
٦	٣
٧	٤

وبعد إيجاد المخرجين صار هكذا :

٠	٠
٢٤	٢١
٢٨	٢٨

ثم جمعنا الكسرين، وقسمنا المجموع على المخرج المشترك صار هكذا

١
١٧
٢٨

وهو المطلوب .

مثال آخر :

نريد أن نجمع بين هذه الأعداد الأربعة

٥	٣	٠	٢
٠	٥	٣	١
٠	٦	٤	٢

وبعد ضرب التأريخ لتوحيد المخارج صار

٥	٣	٠	٢
٠	١٠	٩	٦
٠	١٢	١٢	١٢

ثم جمعنا الصحاح حصلت عشرة ، وجمعنا الكسور الثلاثة حصلت خمسة وعشرون ، قسمناها على المخرج المشترك خرج اثنان زدناها على العشرة بلغ اثنى عشر صحاحا ، وبقي واحد نسبناه إلى المخرج المشترك فكان

١٢
١
١٢

وهو المطلوب

وأما التفريق فنوحد المخرجين إن كانا مختلفين ، ثم تنقص الكسر من الكسر ، أعنى المأخوذين من المخرج المشترك ، فإن بقي شيء فهو كسر من المخرج المشترك .

مثـاله :

أردنا أن تنقص ثلاثة أرباع من خمسة أسداس وضعناها هكذا

٠	٠
٣	٥
٤	٦

ثم جعلناها بضرب التأريخ هكذا

٠	٠
٩	١٠
١٢	١٢

ثم نقصنا التسعة من العشرة بقى ٠
١
١٢ وهو المطلوب

وإن كان مع المنقوص منه صحاح أو مع كليهما ، وبعد اتحاد المخرجين يكون كسر المنقوص أكثر من كسر المنقوص منه ، ننقص من صحاح المنقوص منه واحدا ، ونجعله كسورا ، ونضمها مع الكسر أى يزيد مخرجه على كسره ، ثم ننقص الكسر من ذلك الكسر .

مثـاله :

أردنا أن ننقص ثلاثة ونصفا من ستة وثلاثة أثمان ، صورتها هكذا

٣	٦
١	٣
٢	٨

وبعد اتحاد المخرجين

٣	٦
٤	٣
٨	٨

ولما كان كسر المنقوص أكبر من كسر المنقوص منه ، نقصنا من صحاح المنقوص منه واحداً ، فبقيت هناك خمسة ، وجعلنا الواحد كسورا ، حصلت ثمانية ، زدناها على الثلاثة بلغ أحد عشر ، نقصنا منه كسر المنقوص الذى هو أربعة بقى سبعة ، وضعناها مكان الكسر هكذا

٢
٧
٨ وهو المطلوب (١)

الباب الثامن

فى الضرب

فى الضرب . إما الكسور فى الكسور ، فيضرب الكسر فى الكسر ، والمخرج فى المخرج ، ونرد الحاصلين إلى أقل عددين إن لم يكونا منه .

---

(٢) صحتها ٢ / ٧ / ٨

مثـاله :

أردنا أن نضرب ثلثين فى ثلاثة أخماس وصورتهما هكذا

٠	٠
٢	٣
٣	٥

فضربنا الكسر فى الكسر والمخرج فى المخرج حصل هكذا .

٠
٦
١٥

رددناها إلى أقل عددين على نسبتهما فصار .

٢
٥ وهو المطلوب

وأما الصحاح فى الكسور فنضرب الصحاح فى الكسر ، ونقسم الحاصل على المخرج

مثـاله :

أردنا أن نضرب العشرة فى ثلاثة أسباع ، وضعناه هكذا

١٠	٠
٠	٣
٠	٧

فضربنا العشرة فى ثلاثة ، حصل ثلاثون فقسمناه على السبعة صار هكذا .[1]

٣٠
٧ وهو المطلوب

وإذا عرفنا هذين النوعين ، وأردنا أن نضرب الصحاح مع الكسور فى الكسور ، فنضرب الصحاح أولا فى الكسور ، ثم الكسور فى الكسور ، ونجمعهما ليحصل المطلوب .

وإن أردنا ضرب الصحاح فى الصحاح ، والكسور ، فنضرب الصحاح فى الصحاح أولا ، ثم الصحاح فى الكسور ، ونجمعهما ليحصل المطلوب .

وإن أردنا أن نضرب الصحاح مع الكسور فى الصحاح مع الكسور ، فنضرب الصحاح فى الصحاح ، ثم الكسور فى الكسور ، ثم صحاح المضروب فى كسور المضروب فيه ، ثم صحاح المضروب فيه فى كسور المضروب ، ونجمع حواصل المضروب الأربعة ليحصل المطلوب .

مثـاله :

أردنا أن نضرب ثلاثة وثلثين فى عشرة وأربعة أخماس ، وضعناها هكذا :

٣	١٠
٢	٤
٣	٥

---

(١) فى ت ٤
٢
٧

فضربنا الضروب الأربعة ، ووضعنا الحاصل فى الصفوف هكذا :

٦	٢	٠	٣٠
٣	٢	٨	٠
٣	٥	١٥	٠

ثم أخذنا الكسور من مخرج مشترك فصار هكذا :

٦	٢	٠	٣٠
١٠	٦	٨	٠
١٥	١٥	١٥	٠

فجمعنا الصحاح حصل **٣٨** ، ثم الكسور حصل **٢٤** قسمناه على المخرج المشترك خرج واحد ، وبقيت تسعة ، فزدنا خارج القسمة على الصحاح للرفع ، وما بقى نسبناه إلى المخرج المشترك .

ثم رددنا المخرج والكسر إلى أقل عددين على تلك النسبة فصار هكذا :

٣٩
٣
٥

وهو تسعة وثلاثون وثلاثة أخماس ، وهو المطلوب .

ولو تجنس الصحاح مع الكسور ليصير المجموع كسوراً ، ثم نضرب الكسر فى الكسر والمخرج فى المخرج ، وتقسيم حاصل الكسر على حاصل المخرج كما ذكرنا لحصل المطلوب .

وإن كان كل واحد من مخرج المضروبين عدداً مجرداً كعشرة ، أو مائة أو ألف فالأسهل أن نضع كليهما الصحاح على يسار الكسر فى سطر واحد ليكون الكسر كسر الإعشارى ، ويصير المجموع كعدد صحيح ، ثم نضرب المضروب فى المضروب فيه بطريق ضرب الصحاح ، فما حصل ؛ فإن اردنا نقرر عن يمينه أرقاماً بعدة مجموع الأصفار التى تكون مع المخرجين ، وذلك هو كسر حاصل الضرب من مخرج هو عدد مجرد يكون أصفاره بعدة مجموع الأصفار المذكورة ، والأرقام الباقية من الحاصل هى الصحاح الحاصل .

وإن أردنا أن نعبر عن ذلك الكسر أنه كذا إعشاراً ، وكذا ثانى الأعشار وثالثه على قياس حساب المنجمين .

مثـاله :

أردنا أن نضرب أربعة عشر وثلاثة أعشار فى خمسة وعشرين وسبعة أجزاء من مائة ، وضعناها فى الشبكة ، وميزنا بين الأعداد(١) والصحاح والكسور باللون هكذا :

٢	٥	٠	٧	
٢	٥		٧	١
٢ / ٨	٢ / ٠	٠ / ٠	٢ / ٨	٤
٦	١ / ٥	٠	٢ / ١	٣

٣ ٥ ٨ ٥ ٠ ١

(١) الأعداد غير موجودة فى ت .

ولما كانت الأصفار التى مع المخرجين ثلاثة اخذنا من يمين الحاصل ثلاثة أرقام للكسر والأرقام الباقية هى الصحاح ، فإن شئنا وضعناها مع مخرج مجرد يكون معه ثلاثة اصفار هكذا : ٣٥٨

٥٠١

١٠٠٠

وإن أردنا وضعناه كما وضع تحت الشبكة فى سطر واحد .

وعبرنا عنه بأنه **٣٥٨** صحاحا ، **٥٠١** ثالث الأعشار (٤٢) .

الباب التاســع

فى القســـمة

نوحد المخرجين إن اختلفا ، ونجنس الصحاح إن كانت معها ، وكذا الحكم فيما كان أحد المقسومين صحاحا فقط ، ثم نقسم كسر المقسوم على كسر المقسوم عليه ، ونطرح المخرج .

مثـاله :

أردنا أن نقسم اثنين وخمسة أسداس على ثلاثة أرباع صورتهما :

٢	٠
٥	٣
٦	٤

وبعد التجنيس واتحاد المخرجين صار هكذا :

٠	٠
٣٤	٩
١٢	١٢

ثم قسمنا كسر المقسوم وهو أربعة وثلاثون على كسر المقسوم عليه وهو تسعة ، وطرحنا المخرجين صـار
٣
٧ وهو المطلوب
٩

مثال آخر :

أردنا أن نقسم ثمانية عشر صحاحا على ثلاثة وثلاثة أرباع ، صورتها :

١٨	٣
٠	٣
٠	٤

جنسنا المقســوم عليه ، وكذا المقسوم من جنس كسر المقسوم عليه ، بأن ضربنا الثمـانية عشر فى الأربعة ، فصار هكذا :

٠	٠
٧٢	١٥
٤	٤

ثم قسمنا كسر المقسوم الذى هو اثنان وسبعون على كسر المقسوم عليه ، الذى هو خمسة عشر ، وطرحنا المخرج فصار ٤ فكان الكسر والمخرج الحاصل مشاركين فى الثلث ،
١٢
١٥

رددناهما إليه فصار : ٤ وهو المراد
٤
٥

الباب العاشر

فى استخراج الضلع الأول من المضلعات إن كان الكسر والمخرج منطقين

ينسب ضلع الكسر إلى ضلع المخرج

مثاله :

جذر هذا : ٠ هكذا : ٠ وضلع أول هذا : ٠ على أنه مال
٤ ٢ ١٦
٩ ٣ ٨١

مال هكذا : ٠ وإن لم يكن كل واحد منهما منطقا .
٢
٣

نضرب الكسر فى المخرج مرة للجذر ، ومرتين للكعب ، وثلاث مرات لضلع مال المال ، وأربع مرات لمال الكعب ، وهكذا فى سائر المنازل ، بتزايد واحد واحد ، ونأخذ ضلع الحاصل الأخير بالتقريب على ما مر ، ونقسم هذا الضلع على المخرج أعنى مخرج الكسر الذى يزيد ضلعه ، فما خرج فهو المطلوب . [٤٣]

مثاله :

أردنا جذر خمسة أسداس وهى : ٠ ضربنا الكسر فى المخرج حصل ثلاثون أخذنا جذره فكان : ٥
٥ ٥
٦ ١١

قسمناه على المخرج الذى هو ستة خرج : ٠
٦٠
٦٦

رددناهما إلى أقل عددين على تلك النسبة ، صار : ٠ وهو المطلوب .
١٠
١١

مثـال آخر :

أردنا الضلع الأول من المربع على أنه مال مال ، صورته هذا : ٠ ضربنا الكسر فى المخرج حصلت
١
٤

أربعة أولا ، فضربنا الحاصل فى المخرج ثانياً حصلت ستة عشر ، ضربناها فيه ثالثاً حصلت أربعة وستون .

أخذنا ضلعه الأول على أنه مال مال بالتقريب الاصطلاحى كان : ٢ قسمناه على المخرج الذى هو
٤٨
٦٥

أربعة خرج هذا : ٠ وهو المطلوب . [٤٤]
٨٩
١٣٠

وإن كان مع الكسور صحاح ، نستخرج الضلع الأول من الصحاح ، كما ذكرنا فى المقالة المتقدمة ، فما بقى من الصحاح والكسور هو كسر منكسر للمخرج الاصطلاحى ، فنفرده على ما ذكرنا . [٤٥]

مثـاله :

أردنا جذر سبعة وسدس خرج اثنان من الصحاح ، وبقى ثلاثة وسدس ، وهو كسر منكسر إذا نسب إلى المخرج الاصطلاحى الذى هو خمسة وضعناه هكذا : ٢
٣
١
٦
من
٥

فأفردنا الكسر صار هكذا : ٢
١٩
٣٠ وهو المطلوب [٤٦]

مثال آخر :

أردنا كعب ثلاثين ونصف ، فوجدنا من الثلاثين الصحاح ثلاثة ، وبقى ثلاثة نصف ، وهو كسر منكسر منسوب إلى المخرج الاصطلاحى الذى هو سبعة وثلاثون هكذا : ٣
٣
١
٢
من
٣٧ [٤٧]

وبعد إفراد الكسر المنكسر صار هكذا : ٣
٧
٧٤ وهو المطلوب

ولم نجنس الصحاح والكسور ثم نأخذ ضلعه الأول كما ذكرنا فى تحصيل ضلع الكسور فهو أدق .

مثـاله :

يكون جذر سبعة وسدس المذكور هكذا ٢ وكعب ثلاثين ونصف المذكور هكذا ٣

٦٧ ١٤ [٤٨]

واعلم أن كل عدد يضرب فى مضلع منطق ، ٩٩ ١٢٧

ويؤخذ ضلع الحاصل ويقسم على ضلع ذلك المضلع كان الخارج ضلع ذلك العدد أدق مما لو أخذ ضلعه كما كان ، وكلما كان المضلع المضروب فيه أكثر كان الضلع الحاصل أدق ، وإن كان المضلع المضروب فيه عقدا واحدا أى كان عددا مجردا كمائة منطقة بالجذر ، كألف منطقة بالكعب وكعشرة آلاف منطقة بالجذر ، وضلع مال المال.

وعلى هذا القياس كان أولى وأسهل أولا ، بتغيير أرقام العدد وضلعه من الصحاح عن صورته ، ويكفى فى هذا الضرب أن نضع على يمين آحاد العدد أصفارا كثيرة لهـا نصف فى طلب الجذر وثلث فى طلب الكعب وربع فى طلب مال المال ، أى ينبغى أن يكون عدد منزله المضلع عادا لعدد الأصفار الزائدة الموضوعة على يمين العدد المفروض ، وكلما كانت أكثر كان الخارج أدق .

ثم نستخرج ضلع ذلك العدد مع تلك الأصفار على الرسم المعهود ، ونقسمه على الضلع الأول لذلك المضلع ، ويكفى فى هذه القسمة أن نأخذ ما وقع فى السطر الخارج فوق عدد الأصل ، ونضعه مكان الصحاح ، وما وقع فوق الأصفار الزائدة نضربه فى المخرج الاصطلاحى ، ونزيد على الحاصل ما بقى من العمل .

فما بلغ نضعه تحت العدد الصحيح موضع الكسر ، ونزيد على المخرج الاصطلاحى أصفارا بعـدة المراتب الواقعة فوق الأصفار الزائدة فى سطر الخارج ، ويكون جزء من الأصفار الزائدة لعـدد منزلة المضلع ، أعنى نصف الأصفار الزائدة فى الجذر وثلثها فى الكعب ، وربعها فى مال المال ، ونضعه موضع المخرج ونرد الكسر والمخرج إلى أقل عددين إن لم يكونا منه .

مثـاله :

أردنا جذر ماية وخمسة وأربعين ، فرسمنا الجداول ، وعملنا كما ذكرنا سابقا ، حصل فى سطر الخارج اثنا عشر وبقى مع العدد واحد فعلم أنه أصم[٤٩] .

١		٢		٠		٤
١	٤	٥	٠	٠	—	٠
    ——— ١	 ——— ٢ ———	١ ——— ——— ٢ ——— ٢	٢ ——— ٢ ——— ٤	٤ ——— ٣ ٤ ——— ٠	٨ ٠ ———	٣ ٨ ——— ٤ ———

فإذا أردنا التدقيق وضعنا على يمين العدد عدة أصفار يكون لها نصف ، ولتكن أربعة أصفار ورسمنا أربعة جداول أخرى للأصفار بلون آخر للتمييز ، تممنا العمل هكذا :

فأخذنا من سطر الخارج ما وقع فوق العدد الأصل وهو اثنا عشر ، وضعناه موضع الصحاح ، وضربنا ما وقع فوق الأصفار الزائدة ، وهو أربعة فى المخرج الاصطلاحى وهو ٢٤٠٩ حصل ٩٦٣٦ ، زدنا عليه ما بقى من العمل وهو ٣٨٤ بلغ ١٠٠٢٠ وضعناه موضع الكسر ثم زدنا على يمين المخرج الاصطلاحى صفرين فصار ٢٤٠٩٠٠ وضعناه موضع المخرج فصار هكذا

١٢
١٠٠٢٠
٢٤٠٩٠٠

ولما كان الكسر والمخرج مشتركين فى سدس العشر رددناهما إليه ، فصار هكذا

١٢
١٦٧
٤٠١٥

وهذا على قاعدة المحاسبين

وإن أردنا نأخذ ما حصل فوق الأصفار الزائدة كسرا من مخرج ، وهو الضلع الأول من المضلع «٦٠» المضروب فيه وذلك واحد وضع على يمينه أصفارا بعدة المراتب التى وقعت فوق الأصفار الزائدة فى سطر الخارج لحصل المطلوب ، ولكن لا يكون بتلك الدقة مثلا فى الصورة المذكورة يكون الكسر أربعة ، والمخرج مائه ، وإن أردنا نعبر عنه بأنه أربعة من ثانى الاعشار على قياس حساب المنجمين .

الباب الحادى عشر

فى تحويل كسر من مخرج إلى مخرج آخر

ولنقدم لذلك مقدمة وهى معرفة استخراج المجهول باستعانة الاعداد الأربعة المتناسبة ، وهى أربعة أعداد تكون نسبة الأول إلى الثانى كنسبة الثالث إلى الرابع ، فإذا كان أحدها مجهولا والثلاثة الباقية معلومة ، فيرسم خطين متقاطعين على زوايا قائمة ، فنضع كل عدد منها فى زاوية بحيث يكون المتناسبان المعلومان يقعان فى ضلع على الاستقامة ، والمعلوم من المتناسبين الآخرين يقع فى زاوية على استقامة نظيره ، وتبقى زاوية المجهول خالية .

فنضرب أحد المتناظرين المعلومين فى الآخر ، فنقسم الحاصل على المعلوم الباقى خرج المجهول ، ولا بد أن يكون المتقاطران المعلومان إما طرفين من الأربعة المتناسبة أو وسطين فيها .

مثاله :

أردنا أن نعرف أن نسبة خمسة إلى تسعة كنسبة أربعة إلى أى عدد ، رسمنا الخطين المتقاطعين ، ووضعنا الأعداد الثلاثة المعلومة هكذا

٥	٤
٩	

فضربنا أحد المتقاطرين المعلومين فى الآخرى ، وهما أربعة وتسعة حصل ستة وثلاثون ، قسمناه على الخمسة خرج سبعة وخمس وهو المجهول المطلوب

فإن قيل نسبة خمسة إلى تسعة كنسبة أى عدد إلى أربعة ، نضع الأربعة بازاء التسعة ، لأن نظيرها فى النسبة هى التسعة هكذا

٥	(١)
٩	٤

فيكون المتقاطران المعلومان هما خمسة وأربعة ، فضربنا أحدهما فى الآخر حصل عشرون«٦١» قسمناه على التسعة خرج اثنان وتسعان و و المجهول المطلوب ، وقس عليه

وإذا عرفت ذلك فاعلم أن نسبة الكسر المعلوم إلى مخرجه المعلوم كنسبة الكسر المطلوب إلى مخرجه المطلوب ، وهذه أربعة أعداد متناسبة ، فإذا أردنا أن نحول كسرا من مخرج إلى مخرج آخر ، فنرسم الخطين المتقاطرين ، ونضع الكسر ومخرجه المعلومين فى ضلع ، والمخرج الذى نريد أن نحول الكسر إليه فى جنب المخرج الأول إذ هو نظيره ، ونضرب أحد المتقاطرين فى الآخر أعنى الكسر المعلوم فى المخرج الذى نريد أن نحول الكسر إليه ، ونقسم الحاصل على المخرج الذى كان كسره معلوما ، فما خرج فهو الكسر المطلوب من المخرج المحول إليه .

مثـاله :

أردنا أن نعرف أن خمسة أسباع كم هى أتساعا ؟

فرسمنا الخطين المتقاطعين ووضعنا الأعداد هكذا

٥	
٧	٩

لأن نسبة الخمسة إلى السبعة كنسبة المجهول إلى التسعة .

ثم ضربنا الخمسة فى التسعة حصل خمسة وأربعون قسمناه على السبعة خرج ستة وثلاثة أسباع ، أى ستة اتساع وثلاثة أسباع تسع .

ولو أردنا أن نعرف أن خمسة أسباع كم هى بالدوانيق والطساسيج والشعيرات ، فينبغى أن يعلم أولا أن مخرج الدوانيق من دينار ستة ، ومخرج الطساسيج من دينار أربعة وعشرون ، ومن دانق اربعة ، ومخرج الشعيرات من دينار ستة وتسعون ، ومن دانق ستة عشر ، ومن طسوج أربعة ، فنضرب الخمسة فى الستة التى هى مخرج الدوانيق ، ونقسم الحاصل على السبعة خرج أربعة ، وبقى اثنان فالأربعة هى الدوانيق ، والاثنان الباقيان نضربهما فى الأربعة التى هى مخرج الطساسيج ، ونقسم الحاصل على السبعة خرج واحد وهو طسوج .

---

(١) فى ل ٥/٧ | ٩ وهو خطأ .

كل شهر ستة حروف

شعيرات

	١				٢				٣			
	شعيرات وشعير	طساسيج وشعير	دوانيق وشعير	شعيرات	شعيرات وشعير	طساسيج وشعير	دوانيق وشعير	شعيرات	شعيرات وشعير	طساسيج وشعير	دوانيق وشعير	شعيرات
١	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٠	٣	٠	٠	٠
٢	٢					١			٢	١		
٣	٣	٠			٢	١			١	٢		
١	٠	١			٠	٢	٠		٠	٣	٠	
٢		٢				٠	١			٢	١	٠
٣		٣	٠			٢	١			١	٢	١
١		٠	١			٠	٢			٠	٣	
٢			٢				٤	٠			٠	١
٣			٣				٠	١			٣	١
٤			٤				٢	١			٠	٢
٥			٥	٠			٤	١			٣	٢
٦	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٠	٣

طساسيج

	١				٢				٣			
	طساسيج وشعير	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	طساسيج وشعير	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	طساسيج وشعير	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج
١	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٠	٣	٠	٠	٠
٢	٢				٠	١			٢	١		
٣	٣	٠			٢	١			١	٢		
١	٠	١			٠	٢				٣	٠	
٢		٢				٤	٠			٠	١	
٣		٣				٠	١			٣	١	
١		٤	٠			٢	١			٠	٢	٠
٢		٢	١			٤	٢	٠			٠	١
٣		٠	٢			٠	٠	١			٢	١
٤		٤	٢			٢	١	١			٠	٢
٥		٢	٣	٠		٤	٢	١			٢	٢
٦	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٠	٣

دوانيق

	١				٢				٣				٤				٥				٦			
	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	دوانيق	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	دوانيق	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	دوانيق	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	دوانيق	دوانيق وشعير	شعيرات	طساسيج	دوانيق	شعيرات	طساسيج	دوانيق	دينار
١	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٠	٣	٠	٠	٠	٤	٠	٠	٠	٥	٠	٠	٠	١	٠	٠	
٢	٢				٤	٠			٠	١			٢	١			٤	١			٢			
٣	٣				٠	١			٣	١			٠	٢			٣	٢			٣	٠		
١	٤				٢	١				٢	٠		٤	٢			٢	٣	٠		٠	١		
٢	٢	١			٤	٢	٠			٠	١		٢	١	١		٤	٢	١			٢		
٣	٠	٢			٠	٠	١			٢	١		٠	٠	٢		٠	٢	٢			٣	٠	
١	٤	٢	٠		٢	١	١				٢	٠	٤	٢	٢	٠	٢	١	٣	٠		٠	١	
٢	٢	١	٢		٤	٢	٢	٠			٠	١	٢	١	١	١	٤	٢	٢	١			٢	
٣	٠	٠	٢		٠	٠	٠	١			٢	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٢	٢			٣	
٤	٤	٢	٢		٢	١	١	١			٠	٢	٤	٢	٢	٢	٢	١	١	٣			٤	
٥	٢	١	٣	٠	٤	٢	٢	١			٢	٢	٢	١	١	٣	٤	٢	٠	٤			٥	
٦	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٢	٠	٠	٠	٣	٠	٠	٠	٤	٠	٠	٠	٥	٠	٠	٠	١

وبقى واحد ضربناه فى الأربعة التى هى مخرج الشعيرات حصل اربعة قسمناها على السبعة ، خرجت اربعة أسباع شعير ، فعلم أن خمسة أسباع هى أربعة دوانيق وطسوج وأربعة أسباع شعير وهو المطلوب .

وإن أردنا بالعكس فنضرب الدوانيق «٦٢» كم كانت فى أربعة ، ونزيد عليه الطساسيج ، ونضرب المجموع فى الأربعة فما حصل فهو كسر ومخرجه ستة وتسعون ، وإن كان للشعير كسور نضرب كل واحد من ذلك الكسر ومخرجه فى مخرج كسر الشعير ليكون حاصل الكسر كسراً ، وحاصل المخرج مخرجا ، ونردهما إلى أقل عددين على نسبتهما إن لم يكونا منه .

وقس عليه إن كان لكسر الشعير كسرا ، وأما تحويل الدوانيق والطساسيج والشعيرات وغيرها إلى الكسور الستينية ، فسنورده فى المقالة الثالثة إن شاء[1] الله تعالى وحده العزيز .

الباب الثانى عشر

فى كيفية ضرب الدوانيق والطساسيج والشعيرات بعضها فى البعض

ولما اعتاد اكثر أهل السياقة ، وارباب المعاملات وعامة الأنام باستعمال هذه الكسور ، فأوردنا هاهنا جدولا مشتملا على حاصل ضرب هذه الكسور بعضها فى بعض ليسهل منه تحصيل حاصل الضرب وخارج القسمة .

مثـال :

فى الضرب أردنا أن نضرب خمسة دوانيق وثلاثة طساسيج وثلاث شعيرات فى أربعة دوانيق وطسوج وشعيرين ، رسمنا جدولا بهذه الصورة :

المضروب	المضروب فيه	دوانيق	طساسيج	شعيرات	دوانيق مع شعير	طساسيج مع شعير	شعيرات مع شعير
خمسة دوانيق	فى أربعة دوانيق	٣	١	١	٢		
	فى طسوج	٠	٠	٣	٢		
	فى شعيرين			١	٤		
ثلاثة طسوجات	فى أربعة دوانيق		٢				
	فى طسوج				٣		
	فى شعيرين				١	٢	
ثلاث شعيرات	فى أربعة دوانيق			٢			
	فى طسوج					٣	
	فى شعيرين					١	٢
الحاصل		٤	١	١	١	٢	٢

(١) ليست هذه الجملة فى ل

وكتبنا كل واحد من المضروبين فى يمين الجدول بحيث يكون كل واحد من أحد المضروبين محيطا بجميع مراتب المضروب الآخر ، ثم دخلنا فى الجدول ، وطلبنا [1] فى الجدول ، وطلبنا حاصل ضرب خمسة دوانيق فى كل واحد من أربعة دوانيق وطسوج وشعيرين التى كتب فى يسار المضروب ، ووضعناه فى متن الجدول كل جنس فى جدوله .

وكذا عملنا بثلاثة طساسيج ، وكذا بثلاث شعيرات ، فإذا تم جمعناها ، وكل مرتبة جاوز عن مخرجه طرحنا منه مخرجه ، وزدناه بعدة الطسوج [2] على ما فى يمينه ، حصلت أربعة دوانيق وطسوج وشعير ودانق وطسوجان وشعيران من شعير .

مثـال : فى القسمة

أردنا قسمة هذا الحاصل على أحد المضروبين ، وهو أربعة دوانيق وطسوج وشعيران ، رسمنا الجدول وكتبنا المقسوم فوق الجدول والمقسوم عليـه فى يمين الجدول بحيث تكون الدوانيق فوق الطساسيج ، والطساسيج فوق الشعيرات كما فى هذا الجدول .

وطلبنا أكبر مفرد إذا ضرب فى كل واحد من مراتب المقسوم عليه ، أمكن نقصانه عن المقسوم فوجدناه كان خمسة دوانيق ، كتبناها يمين المقسوم عليه ، بحيث يحيط جميع مراتب المقسوم عليه ، ثم ضربناها فى أربعة دوانيق أولا ، ووضعنا الحاصل تحت العدد ، ونقصناه منه ووضعنا الباقى تحته ثم ضربناها ، أعنى خمسة الدوانيق فى طسوج ووضعنا الحاصل تحت الباقى ونقصناه منه ، ووضعنا الباقى تحته ثم ضربناها أعنى خمسة [3] دوانيق فى شعيرين .

ووضعنا الحاصل تحت الباقى ونقصناه منه ، ووضعنا الباقى تحته ، ولما بقى بعد المضروب الثلاثة شىء كتبنا مفردات المقسوم عليه تارة أخرى يمين الجدول تحت ما كتبناه أولا ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فوجدناه ثلاثة طساسيج كتبناها يمين المقسوم عليه ، وضربناها فى كل واحد من مفردات المقسوم عليه ، ونقصنا الحاصل من العدد الباقى ثم بقى شىء كتبنا المقسوم عليه ثالثا ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة وجدناه ثلاث شعيرات ، وعملنا بها كما سبق ، فلم يبق شىء .

فالمكتوب يمين المقسوم عليـه هو الخارج من القسمة ، وهذا يليق بمن لا يقـدر على ما ذكر فى الأبواب المتقدمة .

---

(١) فى ت وأخذنا حاصل ضرب الدوانيق (٢) فى ت بعدة الطرح (٣) زائدة فى ت

المقالة الثالثة

فى طريقة حساب المنجمين

وهى تشتمل على ستة أبواب

الباب الأول

فى معرفة أرقامهم وكيفية وضعها

أرقام أعدادهم على ترتيب حروف أبجد هوز حطى كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ وهى ثمانية وعشرون حرفا ، تسعة آحاد وتسعة عشرات ، وتسعة مئات وواحد ألف .

وتركيب باقى الأعداد من هذه الحروف ، فتقدم الأكثر على الأقل ، وإذا تكرر عدد الألوف قدم عددها على حرف الغين ، وهو معروف بحساب الجمل ، مشهور مستعمل فى الزيجات وسائر كتبهم فى العمل ، ولا يوضع نقط الباء والجيم والزاء والياء ولا يتم بدون الجيم ليتميز عن الحاء [٥٠] .

واعلم أن محيط الدائرة يجزون ثلاثمائة وستين قسما متساوية ، ويسمون كل قسم درجة ، وكل ثلاثين درجة من دائرة البروج تسمى برجا ، وهكذا فى الدوائر التى فى مفهومها حركة تجوزاً سوى معدل النهار ، فيكون كل اثنى عشر برجا دورا ، ويقسمون كل درجة بستين قسما متساوية ، يسمون الدقائق وكل دقيقة بستين ثانية ، وكل ثانية بستين ثالثة ، وكل ثالثة بستين رابعة ، وهكذا إلى مالا نهاية له .

والدرجات إما توضع بتركيب الحروف كما ذكرنا ، وإذا جاوزت عن ثلاثمائة وستين تطرح عنهـا ، وإما توضع ما كان أقل من برج ، ويرفعون البروج إلى يمين الدرجات ، وإذا جاوزت البروج عن اثنى عشر يطرحون عنها فى أكثر الحال .

ويضعون الدقائق على يسار الدرجات ، والثوانى على يسار الدقائق ، وعلى هذا بالغا ما بلغ فى جانب النزول ، ونجعل هذا فى جانب الصعود ، يرفعون فى محاسباتهم لكل ستين درجة أو غيرها من الاعداد الصحاح بواحد تسمى بالمرفوع مرة .

ويرفعون لكل ستين من المرفوع مرة إلى المرفوع مرتين وبعدها على الولاء ، وبالمرفوع ثلاث مرات ثم أربع مرات وهكذا .

وبعضهم يسمونها بالمرفوع والمثانى والمثالث والمرابع إلى مالا نهاية له .

ومواضعها فى الكتابة على يمين الدرج على الولاء .

فكما أن فى الحساب بالأرقام الهندية يرفع بكل عشرة إلى اليسار ، فها هنا يرفع بكل ستين إلى اليمين ، وكما أن هناك يسمى أول مراتب الصحاح بالآحاد ، فها هنا يسمى بالدرج باسم المكان ، وكما أن سلسلة « ٦٩ » المراتب هناك كانت واحدة فها هنا سلسلتان إحداها فى جانب الصعود والأخرى فى جانب النزول ، والدرج وسط بين السلسلتين ، ونحن جعلناها هناك أيضاً سلسلتين .

فمراتب المتسلسلتين كلها متوالية على نسبة واحدة ، ويضعون فى كل مرتبة لا يكون فيها العدد صفرا لئلا يتخلل ، وإذا وضعوا الأرقام فى الجدول يكتبون أسامى كل مرتبة فوق الجدول بإزاء تلك المرتبة ، وإلا يعينون أولى المراتب أو آخرتها ليتعين البواقى ، إلا إذا كانت القرينة دالة عليها .

ويسمى مفرداً ما كان فى مرتبة واحدة فى أى متسلسلة كان ، ومجردا ما كان عقده واحدا ومركبا ما كان فى مرتبتين أو أزيد .

الباب الثانى

فى التنصيف والتضعيف والجمع والتفريق

أما التضعيف فنضع الأرقام ونبدأ من اليسار ونضعف ما فى كل مرتبة بصورته[1] ، ونضع الحاصل تحته إن كان أقل من الستين ، وإلا فما زاد عليه نرفع الستين بواحد إلى حاصل تضعيف ما فى يمينه ، ويكون رفع الدرجات إلى البروج بكل ثلاثين درجة .

مثاله :

أردنا أن نضعف سبعة بروج وثمانى عشرة درجة ، واثنتين وعشرين دقيقة وتسع ثوان وثلاثا وخمسين ثالثة ، وضعناه هكذا فى الجدول

بروج	درجات	دقائق	ثوان	ثوالث
ز	يح	كب	ط	نح
ح	و	مد	يط	مو

(١) بصورته غير موجودة فى ت

وهناك حواش كثيرة فى هذه الصفحة أهملنا ذكرها لأنها من شرح الناسخ فى ت فقط ، وليست موجودة هذه الحواشى فى ل .

ولو نخط بين كل مرتبتين خطا فهو أولى ، فبدانا من اليسار وضعفنا نح حصل ا مو ، وضعنا مو تحت نح وحفظنا ا للرفع في الذهن ، ثم ضعفنا ط حصل ع زدنا عليه الواحد المحفوظ فى الذهن حصل ط وضعناه تحت ط ، ثم ضعفنا كـ صار مد وضعناه تحت كـ ، ثم ضعفنا ع وهو درج فرفع برجا وبقى وضعناه تحت ع ، وضعفنا ر البروج ، وأسقطنا الدور من الحاصل بقى ب زدنا عليه الواحد الذى حصل « ٧٠ » بالرفع بلغ حـ وضعناه تحت ر فما حصل تحت العدد فهو المطلوب .

وأما التنصيف :

فبدأنا من جانب اليمين ونتصف ما فى كل مرتبة ، ونضع نصفه تحته إن كان زوجا وإلا الصحيح من النصف ، ويحفظ لكسر النصف الذى مع الصحيح إن كان برجا خمسة عشر فى الذهن وإلا يحفظ ثلاثين فى الذهن حتى إذا ننصف ما فى يساره نزيد المحفوظ على نصفه إن كان فى يساره عدد وإلا نضع المحفوظ تحت يساره .

مثاله هكذا :

ز	ع	ك	ط	نح	
حـ	كد	يا	د	نو	ل

ع٢

وأما الجمع فإن كان المزيد والمزيد عليه غير متفقين فى واحد من المراتب ، نضع ما كان مراتبه أعلى مراتب الآخر على يمينه ، ونربط بينهما بالأصفار إن احتيج إليها[1] وهو ظاهر ، وإن كانا متفقين فى المراتب أو فى بعضها نضعهما بحيث يكون البروج حذاء البروج والدرج حذاء الدرج ، وكذا كل مرتبة حذاء جنسها ، ثم نبدأ من الجانب الأيسر ، ونزيد ما فى كل مرتبة على ما تحاذيه ، ونضع الحاصل تحتهما إن كان اقل من الستين ، وإلا فما زاد عليه ، ونرفع الستين بواحد إلى اليمين كما ذكرنا فى التنصيف ، ونخط بينهما وبين الحاصل خطا للتمييز :

مثاله هكذا :

أسامي المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثواني
العددان اللذان نريد أن نجمعهما	د ط	كه يه	م كـ	ع حـ
الحاصل	ب	يا	ب	كا

ع٣

(١) زائدة فى ت

مثال آخر فى الأعداد الكثيرة هكذا :

أسامى المراتب	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجات	دقائق	ثوانى
الأعداد التى نريد أن نجمعها		ك مب ل	كح ن ر	م مح لو	نا لو سـ
الحاصل	ا	لح	كو	مه	لر

مثال آخر فيما لا يرفع الدرج إلى البروج هكذا :

مرفوع مرتين[1] مرفوع من درجات

علامات المراتب	درجات المطالع	دقائق	ثوانى	ثوالث
العددان اللذان نريد أن نجمعهما	قضب رعد	كح ك	ما يح	ل م
الحاصل	قو	لح	نه	سـ

حاشية : أقول وتصحيح الجدول الذى الدرج لم ترفع ، أن نجمع ل م فيصير ا ب ، فوضعنا سـ تحته وحفظنا الواحد للرفع ، ثم جمعنا ما يح وزدنا عليه الواحد المحفوظ فصار نه ، فجمعنا كح ك فصار لح ، فجمعنا ب د فصار و ، ثم جمعنا ص ع فصار ق س ثم جمعنا ق ر فصار ق ش ، وصورة المجموع هكذا ق س ق ش و وإذا أسقطنا الدور شس[2] يبقى قو وهو الذى رقمه فى سطر الحاصل .

وأما التفريق :

فنضع العددين كما ذكرنا ، ونبدأ من الجانب الأيسر وننقص ما فى كل مرتبة من المنقوص عما يحاذيه من المنقوص منه ، وإن لم يمكن « ٧١ » نقصان ما فى مرتبه عما يحاذيه نأخذ واحدا مما فى يمين المنقوص منه فيكون بالنسبة إلى تلك المرتبة ستين فننقصه منه ونزيد الباقى على المحاذى من المنقوص منه .

---

(١) هذا الجدول مشوه فى ل

(٢) يقصد أسقاط ٣٦٠° وهى دورة كاملة وهذه الحاشية ناقصة فى ل

مثـاله :

أردنا ان ننقص هذا العدد د كب نا مح ثانية عن هذا ح ط حـ ن ثانية .

وضعناها كما ذكرنا ، وبدأنا من اليسار ، ونقصنا مح عن ن بقي ب وضعناه تحته ، ولما لم يمكن نقصان نا من حـ أخذنا عن ط واحدا كان ستين بالنسبة إلى مرتبة حـ ونقصنا نا منه ، وما بقي زدنا عليه حـ صا نب وضعناه تحت حـ ، ولا يمكن نقصان كب عن ح .

الباقي أخذنا من البروج واحدا كان ثلاثين درجة نقصنا كب منه ، وما بقي زدناه على ح الباقي عن ط صار نو وضعناه تحت ط ثم نقصنا د عن ر الباقي من البروج بقي حـ وضعناه تحت ح هكذا .

أسامي المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثواني
المنقوص	د	كب	نا	مح
والمنقوص منه	ح	ط	حـ	ن
الباقي	حـ	نو	نب	ب

ع٦

وإن لم يكن المنقوص والمنقوص منه متفقين في المراتب أو في بعضها ، تنقص من آخر مراتب المنقوص منه واحدا ، ونضع على يساره نط واحدا بعد واحد إلى أن يبلغ إلى مرتبه يكون آخر مراتب المنقوص ، فنضع هناك س ، ثم ننقص المنقوص من المنقوص منه .

مثـاله :

أردنا أن ننقص بد كه ن سادسة عن كـ مح لط ثانية عملنا هكذا :

بد كه ن

كـ مح لح نط نط نط س ع٧

كـ مح لح نط مه لد ســ

ومن يقدر على هذه الأعمال لم يحتج إلى وضع الأعداد ، ووضع الحواصل تحتها أو فوقها بل ينظر إلى الجداول التي فيها الأعداد ، ويضع الحواصل في جداول أخرى ، لكن للمبتدئين والمتعلمين هكذا أسهل ، فلهذا بسطنا الكلام فيها .

الباب الثالث

فى الضرب

وهو موقوف على معرفة جدول الستين ، ومعرفة جنسية مراتب حاصل الضرب ، وهو جدول « ٧٢ » مقسوم فى الطول والعرض بستين قسماً ، والأرقام الستينية موضوعة على فوقه ، ويمينه كل رقم محاذ لقسم من الأقسام ، وحاصل ضرب بعضها فى بعض موضوع فى البيت الذى يكون ملتقى[١] المضروبين فى مرتبتين . أيسرهما مبسوط وأيمنها مرفوع ، ولو كان صفرا .

والجداول الطولية موسومة بالأرقام التى فوقها ، وبعضهم[٢] يفرز بعضها عن بعض ، بحيث يكتب فى ستين صفحة ليقل وقوع الغلط .

وأما معرفة جنسية المراتب ، فكما أن نسبة الواحد إلى أحد المضروبين كنسبة المضروب الآخر إلى مرتبة[٣] حاصل الضرب ، تكون مرتبة نسبة الدرجة إلى مرتبة أحد المضروبين كنسبة مرتبة المضروب الآخر إلى مرتبة حاصل الضرب ، لأن المراتب كلها متوالية فى النسبة ، فيكون بعد مرتبة أحد المضروبين عن مرتبة الدرج كبعد مرتبة الحاصل من الضرب عن مرتبة المضروب الآخر .

فإذا أخذنا للدرج والمرفوع مرة والدقيقة واحداً وللثانى والثانية اثنين ، وللثالث والثالثة ثلاثة ، وعلى هذا القياس فهى أبعاد المراتب عن الدرج ، وسميت أعداد المراتب ، ثم إذا ضربنا مفردا فى مفرد نجمع عددى مرتبتى المضروبين إن كانا فى أحد طرفى الدرج ، فالمجموع عدد مرتبة الحاصل فى ذلك الطرف ، ونأخذ الفضل بينهما إن اختلفا ، فهو عدد مرتبته فى الطرف الذى له الفضل .

وقد وضع جدول لمعرفة مرتبة حاصل الضرب ، وسنورده[٥٢] .

مثاله :

أردنا أن نعرف أن الحاصل فى ضرب كذا دقيقة فى نب رابعة ، أى رقم من أى مرتبة ؟ دخلنا فى جدول الستين فوجدنا فى ملتقاها كـ ح مرفوعاً ومبسوطاً ، ولأن الدقيقة والرابعة فى طرف واحد من الدرج ، جمعنا عدديهما فكان خمسة ، وهى عدد المرتبة الخامسة .

نعلم أن ح المبسوط فى المرتبة الخامسة . ولابد يكون كـ المرفوع فى المرتبة الرابعة ، وإن اختلف طرفا المضروبين كضرب كد دقيقة فى نب مثالث .

أخذنا الفضل من الواحد والثلاثة كان اثنين والفضل فى طرف الصعود فيكون ح المبسوط فى المثانى و كـ المرفوع فى المثالث .

---

(١) فى ت لملتقاء .

(٢) فى ت وبعض

(٣) ناقصة فى ل

وبعد تقديم هذه المقدمة ، إذا أردنا أن نضرب مفرداً فى مركب ندخل فى جدول الستين ، ونضرب ذلك المفرد فى كل واحد من مفردات الآخر على الولاء ، ونضع الحواصل بحيث يكون المرفوع من كل واحد محاذيا لمبسوط ما فى يساره ، فيحصل فى أكثر الحال سطران نجمعهما كما هو عمل الجمع ، ونعرف جنسية المرتبة الأخيرة أو مرتبة أخرى كما ذكرنا ليعرف الثوانى .

مثاله :

أردنا أن نضرب لو دقيقة فى كا مح : نو ثانيه ، دخلنا فى جدول الستين ، وأخذنا من جدول لو منه بازاء كا كان سـ لووو وضعناه ، وبإزاء مح كان ـے مح وضعنا ـے تحت لو ومح على يساره ، ثم وضعنا للصفر صفرين أحدهما فوق مح والآخر على يساره .

وأخذنا بازاء نو كان لحـ لو وضعنا لحـ تحت الصفر ولو على يساره فحصل سطران جمعناهما هكذا :

س لو ٠ ٠
ح٨ ـے مح لحـ لو
س مو مح لحـ لو ثالثة

ولما كان المفرد المضروب دقيقة ، وآخر مراتب المضروب فيه ثانيه ، يكون آخر مراتب الحاصل من الضرب لو ثالثة ، وإن شئنا نضع المرفوع والمبسوط فى كل ضرب متقاطرين ، إما بأن نضع المبسوط تحت يسار المرفوع ، ويتم العمل هكذا :

س ـے : لحـ
ح٩ لو مح : لو
س مو مح لحـ لو ثالثة

وإما بأن نضع المبسوط فوق يسار المرفوع ويتم العمل هكذا :

لو مح : لو
ح١٠ س ـے : لحـ
س مو مح لحـ لو ثالثة

وأيضاً يحصل المطلوب بأن نضرب المفرد المذكور فى آخر مراتب المضروب فيه ، ونضع مبسوط الحاصل ونحفظ مرفوعه فى الذهن ، ثم نضرب المفرد المذكور فيما يتقدم على آخر مراتب المضروب فيه ، ونجمع مبسوط الحاصل مع المحفوظ فى الذهن ، ونضعه على يمين الموضوع أولا ونجمع مرفوعه مع مبسوط حاصل ضرب ذلك المفرد فيما يتقدم على متقدم آخر مراتب المضروب فيه وهكذا إلى أن يتم .

مثاله :

أردنا أن نضرب كد درجة فى مح ٥ مب لو مو ثالثة ، دخلنا فى جدول كد فكان بازاء مو من المرفوع والمبسوط مح كد ، وضعنا كد المبسوط وزدنا مح المرفوع على المبسوط الذى بازاء لو الذى هو كد حصل

مب ، وضعناه على يمين كد ، وجمعنا مرفوعه وهو ىد مع مبسوط ماهو بازاء مب أعنى ح فصار ا ب ، وضعنا ب يمين مب ، وجمعنا الواحد مع المرفوع الذى هو ىو صار ىر

زدناه على المبسوط الذى بازاء ح الذى هو ب فصار كط ، وضعناه يمين ب ووضعنا ر المرفوع يمين كط هكذا :

ركط ب مب كد وهو المراد

وهذا الطريق أسهل عندما[1] كان له جريان فى العمل .

وإذا أردنا أن نضرب مركبا فى مركب ، نرسم الشبكة كما ذكرنا ، إلا أننا ها هنا نرسم الخطوط الموربة بحيث ينقسم من كل مربع الزاوية الفوقانية اليسرى والتحتانية اليمنى ، ونضع أحد المضروبين فوق الشبكة على الولاء .

والآخر على يمنها بحيث يكون المرتبة العالية فوق السافلة ونضع حواصل ضروب المفردات بعضها فى بعض فى المربعات بحيث يكون المرفوع فى المثلث الفوقانى ، والمبسوط فى التحتانى من ذلك المربع ، ثم نضع ما فى المثلث التحتانى الذى فى الزاوية اليسرى التحتانية من الشبكة تحته بعينه ، وهو المبسوط الذى حصل من ضرب آخر مراتب المضروب فى آخر المضروب فيه .

ونكتب فى يساره اسم مرتبته ، ثم نجمع ما بين الخطين الموربين الذى بعده

ونضع الحاصل على يمين ما وضعناه أولا فى صدر الحاصل إن كان أقل من ستين ، وإلا مازاد عليه ، ونرفع بكل ستين واحد إلى حاصل السطر المورب الذى بعده .

وهكذا نجمع ما فى كل سطر مورب إلى أن يتم العمل . فما حصل تحت الشبكة فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نضرب كدنه م لح ثالثة فى يح ط نا ك دقيقة[2] ، عملنا كما ذكرنا هكذا : على قياس الشبكة المعمولة بالرقوم الهندية ، فما حصل تحت الشبكة فهو المطلوب .

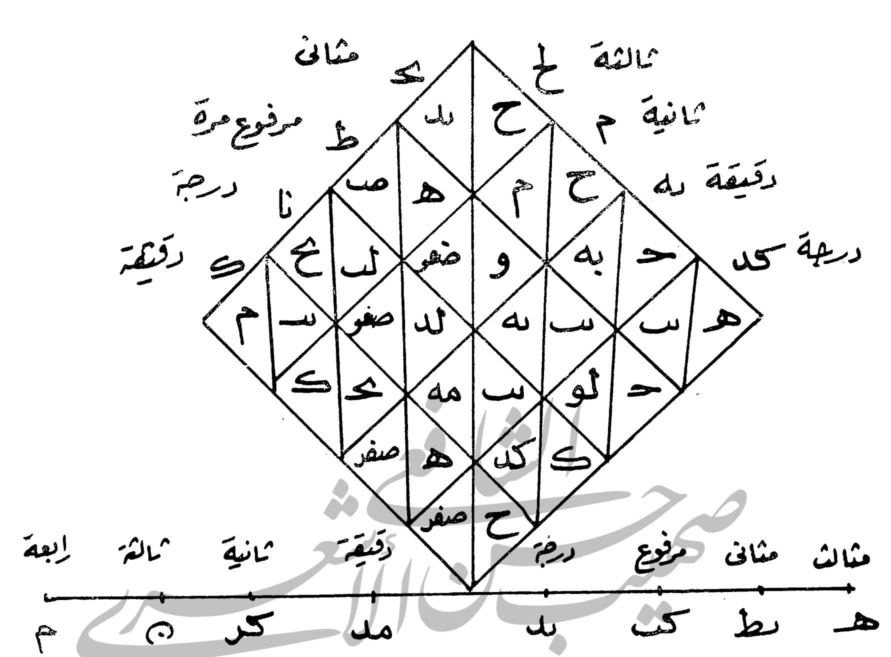
	درجة	دقيقة	ثانية	ثالثة		
	كد	نه	م	لح	المضروب	
المضروب فيه	ه / ب	حـ / ب	ح / م	ح / لد	يح	١١ح
مثانى	حـ / لو	ب / ب	و / صفر	ه / ص	ط	
مرفوع مرة	ك / كد	ب / مب	لد / صفر	ب / ع	نا	
درجة دقيقة	ح / صفر	ب / صفر	يح / ك	ب / م	ك	

(١) فى ت عند من قدر على الحساب

(٢) فى ل رابعة

ولأن آخر مراتب أحدالمضروبين ثالثة وآخر الآخر دقيقة ، وهمافى طرف واحد فمجموع عدديها أربعة، نعلم أن آخر مراتب الحاصل رابعة ، وأوله مثالث لأنه مرفوع حاصل ضرب المثانى فى الدرجة .

وأما الضرب بالشبكة المورية نرسمها على ماذكرنا بعينه فى الباب الثالث من المقالة الأولى ، ونضرب المضروب والمضروب فيه على ضلعى الفوقانيين ، مبتدئاً من اليمين إلى اليسار ، وتتم المربعات بالحواصل ، ونجمع مافى السطور الطولية كما هو عمل الجمع ، ونعيد للمثال المضروبين المذكورين لسهولة فهم المبتدئ هكذا .



نوع آخر :

مستنبط عن هذا النوع من غير رسم الشبكة .

نبدأ بالضرب ما كان فى أول مراتب المضروب

فى كل واحد من مفردات المضروب فيه على الولاء من اليمين إلى اليسار ، بحيث يكون مرفوع حاصل الثانى تحت مبسوط الأول ومرفوع الثالث تحت مبسوط الثانى ، وعلى هذا نبدأ بضرب مافى التحتانى مراتب المضروب فى كل واحد مما فى مراتب المضروب فيه على الولاء ونضع الحاصل الأول بحيث يكون مرفوعه فوق مبسوط حاصل ضرب المفردين الأولين من المضروبين ، ومرفوع الحاصل تحت مبسوط الحاصل الأول، وعلى هذا إلى أن يتم العمل .

ونعيد للمثال العددين المذكورين أيضاً للغرض المذكور هكذا

ولو نرسم لهذا النوع جداول طولية وعرضية ، ونضع الأرقام فيها فهو أولى ، ولا يجب أن يكون كل رقم فى بيت بل يكفى أن يكون كل أربعة أرقام فى بيت

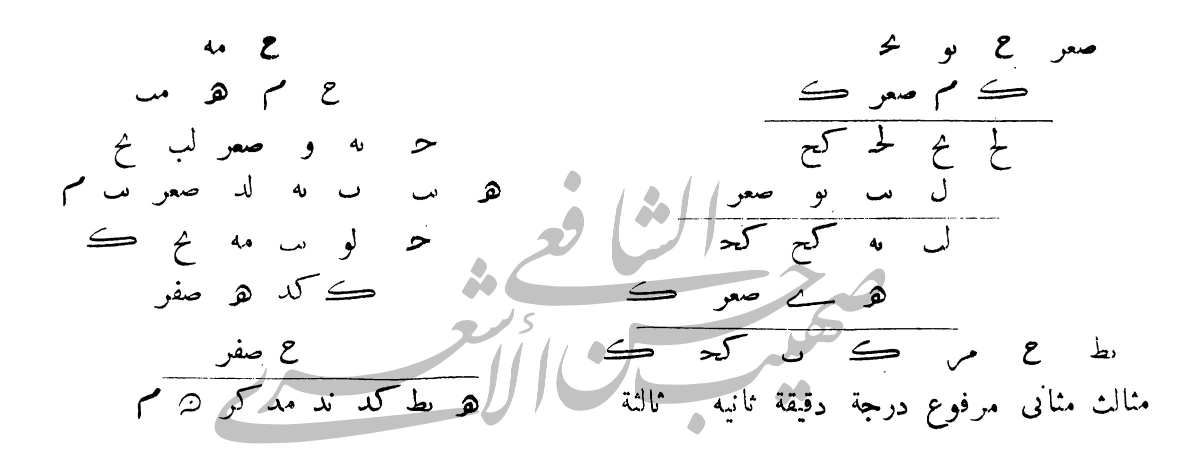
نوع آخر :

وهو أن نضرب كل واحد من مراتب المضروب على الولاء مراتب[1] المضروب فيه بطريق ما كان أحد المضروبين مفردا ، فيحصل من كل ضرب فى أكثر الحال سطران ، وينبغى أن نضع أرقام كل سطرين اللذين حصلا من الضرب على الولاء بحيث يقع أول مراتبه محاذيا لثانى مراتب السطرين المتقدمين عليهما ، فتحصل أعداد بعضها فوق بعض نجمعها كما سبق .

مثاله :

أردنا أن نضرب كـ مـ له ثانية

فى نه كو ح م دقيقة عملنا بها كما ذكرنا هكذا :



وإن أردنا ضرب أعداد كبيرة فى عدد مركب نضع جدول تضاعيف هذا العدد ، أعنى مضروبه فى الرقوم الستينية ، ونضرب تلك الأعداد فيه على قياس ما سبق ، وإن كان أحد المضروبين بروجا ، أو بروجا وأدوارا نجعل كلها درجات ، ونرفعها إلى المرفوع والمثانى إلى حيث بلغ ثم نضرب ، وكما ذكرنا ، وميزان الأعمال بهذه الرقوم ، يحصل بطرح نط من العدد مرة بعد أخرى والباقى كما سبق[٥٣] .

(١) زائدة فى ل وهى غير موجودة فى ت

المضروب فيه

المضروب												المقسوم عليه
	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	
مخامس	معاشر	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	خامسة
مرابع	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	رابعة
مثالث	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة
مثاني	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	ثانية
مرفوع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	رقيقة
رجة	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	رجة
رقيقة	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة	مرفوع
ثانية	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة	سابعة	مثاني
ثالثة	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة	سابعة	ثامنة	مثالث
رابعة	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة	سابعة	ثامنة	تاسعة	مرابع
خامسة	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة	سابعة	ثامنة	تاسعة	عاشرة	مخامس
	مخامس	مرابع	مثالث	مثاني	مرفوع	رجة	رقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	

المقسوم

الباب الرابع

فى القسمة

كما أن نسبة المقسوم إلى المقسوم عليه كنسبة الخارج من القسمة إلى الواحد ، تكون نسبة مرتبة المقسوم إلى مرتبة المقسوم عليه كنسبة مرتبة الخارج من القسمة إلى مرتبة الدرج ، فيكون بعد مرتبة المقسوم عن مرتبة المقسوم عليه كبعد مرتبة الخارج من القسمة عن مرتبة الدرج .

فاذا أخذنا الفضل بين عددى مرتبتى المقسومين إن كانا فى طرف واحد من الدرج ، ونجمع بينهما إن اختلفا ، فالحاصل عدد مرتبة الخارج من القسمة من سلسلة الصعود إن كانت مرتبة المقسوم فوق مرتبة المقسوم عليه وإلا فمن سلسلة النزول[٥٤] .

مثلا :

قسمة المسادس على المثانى مرابع ، وبالعكس روابع ، وقسمة الدقائق على الثوالث ثوانى وبالعكس مثانى .

وقسمة المثانى على الدقائق مثالث وبالعكس ثوالث .

والجدول الموعود أوردناه هاهنا .

نعرف منه مرتبة حاصل الضرب وخارج القسمة ، بأن نأخذ ما وراء مرتبة المضروب والمضروب فيه ، أو المقسوم والمقسوم عليه .

وهو هذا **

ثم إذا أردنا أن نقسم عدداً على عدد ، نرسم الجداول الطولية كما ذكرنا فى الرقوم[١] الهندية بعدة ما كان من المقسومين أكثر مراتباً ، والأولى أن يكون بعدة مراتب المقسوم عليه بزيادة واحد ، ولو كان أقل من مراتب المقسوم لئلا تعطل بعض الجداول عن العمل ، ونضع المقسوم أعالى الجدول ، والمقسوم عليه أسافله بحيث يكون أول مراتب أحدهما محاذيا لأول مراتب الآخر إن كان المقسوم عليه أقل مما يحاذيه من المقسوم عدداً أو مساوياً له .

وإلا نضعهما بحيث يكون أول مراتب المقسوم عليه محاذيا لثانى مراتب المقسوم ، ثم نطلب أكبر مفرد أى رقم واحد من الأرقام الستينية ، يمكن أن نضربه فى كل واحد مما فى مراتب المقسوم عليه ، وننقص الحاصل عما يحاذيه .

(١) الرقوم غير موجودة في ت ، وتوجد حاشية باللغة الفارسيه فى ت وهى ليست موجودة فى ل

** الجدول فى الصفحة السابقة .

وطريقه أن ندخل بأول مراتب المقسوم عليه فى جدول الستين ، ونطلب فى مرفوعاته ومبسوطاته أكثر عدد يمكن أن تنقصه مما يحاذى أول مراتب المقسوم عليه من المقسوم ، ومما على يمينه إن كان فى يمينه شىء ، فاذا وجدنا نأخذ بازائه ما كان على الحاشية فهو المفرد المطلوب ، إن لم يكن فى ثانية مراتب المقسوم عليه عدد

وإن كان فيها عدد نمتحن بما وجد على الحاشية فان صلح لذلك ، وإلا ننقص منه واحداً أو أكثر حتى نجد ما صلح لذلك ، وهو لا يخرج فيما بين ماوجد على الحاشية المذكورة ، وما وجد بشرط المذكور على حاشية جدول زاد عدد ما فوقه على أول مراتب المقسوم عليه بواحدة .

فاذا وجدناه نضعه فى سطر الخارج كيف كان ، وندخل به فى جدول الستين ، ونضربه فى كل واحد من مفردات المقسوم عليه ، وننقص الحاصل مما يحاذيه ، وعما عن يمينه ، ونضع الباقى تحته بعد أن نخط بينهما بفاصلة .

أو نضربه فى جميع مراتب المقسوم عليه بطريق ما كان أحد المضروبين مفرداً ، ونضع الحاصل تحت المقسوم بحيث يكون آخر مراتبه محاذيا لآخر مراتب المقسوم عليه ، وننقصه من المقسوم ونضع الباقى تحته بعد أن نخط بينهما بفاصلة ، ثم ننقل ما تبقى من المقسوم إلى اليمين بمرتبة ، ثم نطلب أكثر مفرد بالصفة المذكورة ، ونضعه على يسار ما وضعناه أولا فى سطر الخارج ، ونعمل كما عملنا إلى أن ننتهى إلى وقت النقل ، فننقل وهكذا إلى أن تنقطع القسمة ، إما بأن يتبقى المقسوم أو إلى حيث أردنا أن نقطع العمل :

مثاله :

أردنا أن نقسم ح د نط لو ثانيه على كه لو ⊙ دقيقة .

رسمنا الجداول ووضعنا المقسوم والمقسوم عليه حسب ما ذكرنا ، ثم طلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة ، بأن دخلنا بما فى أول مراتب المقسوم عليه وهو كه فى جدول الستين ، وطلبنا فيه أكثر عدد يمكن نقصانه عن ح د فوجدناه فيه بازاء مح من الحاشية .

وطلبناه أيضا فى جدول كو وجدناه بازاء ما ، فاذا امتحنا بهما وبما فى بينهما ، وجدنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة مب وضعناه فوق الجدول ، وهناك سطر الخارج ، ودخلنا به فى جدول الستين ، أعنى دخلنا فى جدول مب .

فحسب الطريق الأول أخذنا منه بازاء كه كان برل ، [وكان[(١)] دل] نقصناه عن ح د بقى لد ، وضعناه تحت د بعد الخط الفاصل ، وهو يدل على محور رقمى ح د ، واثبات لد .

ولأن المبسوط من ح د هو الدرج ، وقسمناه على كه ، وهو المرفوع مرة يكون مب الخارج دقيقة ، ثم إذا أخذنا منه بازاء لو كان كه بب نقصناه من لد نط بقى ط ر وضعنا ط تحت لد ، رتحت نط بحيث يكونان فى سطر واحد تحت الخط الفاصل .

---

(١) زائدة فى ل

ثم أخذنا بازاء ○ كان له صفر نقصناه عن ط رلو بقى ح لب لو بأن نقصنا الصفر عن لو بقى بحاله ، ثم نقصنا له عن ر بأن أخذنا من ط واحد أو زدنا به ستين على ر [س[1] على د] ونقصنا له المجموع بق لب وبقى فى يمينه ح .

فنقلنا ما بقى من المقسوم أعنى ح لب لو إلى اليمين بمرتبته ، ثم طلبنا أكثر عدد مفرد بالصفة المذكورة فوجدناه ك ، ووضعناه فى سطر الخارج على يسار مب ، وعملنا به كما ذكرنا حتى بقى من المقسوم نط ك .

نقلناه إلى اليمين ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فلم نجد ، ووضعنا صفراً على يسار ك ، ونقلنا المقسوم ثانيا إلى اليمين ، ثم طلبنا أكثر عدد[2] مفرد موصوف بما سبق وجدناه مه ، ووضعناه على يسار الصفر وقطعنا[3] العمل به .

وذلك على حسب الإرادة حسب الواجب .

وإن أريد أن ننقل المقسوم عليه بدل المقسوم كما ذكرنا فى الحساب بالرقوم الهندية ، فيجوز ، وأما مثال الطريق الثانى فهكذا :

وهذا أولى وأسهل وشرح عمله :

وما عمل بجدول تضاعيف المقسوم عليه لا يخفى على الفطن .

ج ١٥

مب ك صفر مه

ع	د	نط	لو
	لد		
	ط	ر	
	ح	لب	لو
ح	لب	لو	
	س		
		بط	ك
بط	ك		
	كه	لو	○

ج ١٦

ع	د	نط	لو
بر	نه	مر	صفر
ح	لب	لو	
ح	لب	لو	م
صفر	نط	ك	
نط	ك		
	كه	لو	○

---

(١) زائدة فى ل (٢) زائدة فى ل (٣) فى ت ونقطع

الباب الخامس

فى استخراج الضلع الأول من المضلعات

كل عدد يضرب فى نفسه ، ثم فى الحاصل ، ثم فى الحاصل الثانى وهكذا إلى مالا نهاية له ، ويزاد عدد مرتبة ذلك المفرد على نفسه ، ثم على المجموع ، ثم على المجموع الثانى وهكذا إلى مالا نهاية له ، فهذه الأعداد على التوالى هى أعداد مراتب تلك الحواصل على التوالى ، كل لنظيره على ما سبق[1] أن عدد مرتبة حاصل الضرب ، بقدر مجموع عددى مرتبتى المضروبين إن كانا فى طرف واحد من الدرج ، ولا محالة تحصل هذه الأعداد أيضاً من ضرب عدد مرتبة ذلك المفرد فى عدد منزلة كل مضلع .

ومن هذا علم أن كل مضلع من المضلعات يوجد فى المرتبة التى إذا قسم عددها على عدد منزلته ، لم يبق شىء ، أى يعد عدد منزلته عددها أو يساويها إن كان لها عدد ، ويقال إنها منطقة بذلك المضلع ، ومالا ينقسم أصم[2] به ، والخارج من القسمة هو عدد مرتبة الضلع الأول من ذلك المضلع ، فمرتبة الدرج منطقة بجميع المضلعات ، ولا ينطق المرفوع والدقائق بشىء منها ، والمثانى والثوانى منطقان بالجذر لا غير ، والمثالث والثوالث مكعب ، والمرابع والروابع بمال مال وجذر أيضاً .

والمخامس والخوامس بمال كعب ، والمسادس والسوادس بكعب كعب وبجذر ومكعب أيضاً ، وعلى هذا القياس .

وإذا أردنا أن نستخرج من عدد ضلعه الأول على أنه مضلع مفروض ، نضع العدد ونخط فوقه خطاً عرضيا ، وبين كل مرتبتين خطاً طولياً ، ونعرف المراتب المنطقة بذلك المضلع كم كانت ، ونجعل الخطوط التى على يسار المراتب المنطقة مثناه لتميز[3] الأدوار بعضها عن بعض ، ويتم الدور الأيسر بالجداول إن لم يكن تاماً .

وإن أردنا نلحق به دوراً[4] آخر أو أزيد فمرتبة آخر كل دور هى المنطقة بالمضلع المفروض ، والباقية أصم ، ونقسم الجدول فى الطول صفوفاً بعدد منزلة المضلع المفروض ، ونكتب اسماءها على أيمنها كما سبق فى المقالة الأولى ، ثم نطلب أكبر مفرد يمكن نقصان مضلعه المفروض عما كان فى الدور الأول من العدد ، أعنى الدور الأيمن .

فإذا وجد نضعه فى سطر الخارج فوق المنطق الأول ، أى فوق الجدول الآخر من الدور الأول وتحته فى أسفل صف الضلع ، ونضع مضلعاته المتوالية فى أسافل الصفوف على التوالى إلى أن نضع مضلعه المطلوب

---

(١) ما عرفت ق ت

(٢) فى ت أصمه

(٣) ليميز

(٤) فى ت أدواراً أخر

تحت العــدد ، بحيث يقع آخر مراتبها فى جدول آخر الدور ليكون محاذياً لما وضع فى سطر الخارج ، وننقصه عما يحاذيه من العدد ، ثم نزيد المفرد الفوقانى على التحتانى الذى فى صف الضــلع مرة لصف ثانى العدد ونضربه فى المجموع ، ونزيد الحاصل على ما فى صف المال .

ونضربه فى هذا المجموع ، ونزيد على ما فوقه وهكذا ، إلى أن يبلغ صف ثانى العدد ، ثم نعمل هكذا لصف ثالث العــدد ، وهكذا إلى أن ينتهى إلى صف الضلع ، فنزيد الفوقانى على ما فى صف الضلع لأجله ، وننقل ما فى ثانى العــدد بمرتبته إلى اليسار ، وما فى ثالثه بمرتبتين ، وما فى رابعه بثلاث مراتب وهكذا إلى أن ينتهى [إلى[1] نصف] لصف الضلع ، فننقله بعدة الصفوف التى تحت صف العدد ، ثم نطلب أكثر مفرد بالصفة المذكورة .

فاذا وجد نضعه فوق المنطق الثانى وتحته فى صف الضلع على أيسر ما وضع فيه ، [ونضربه فيما[2] وضع فيه] ، ونزيد الحاصل على ما فوقه ، ثم فيما فوقه ، ونزيد الحاصــل على ما فوقه ، وهكذا إلى أن يبلغ إلى صف ثانى العدد .

ونضربه فيما فيه ، وننقص الحاصل عما فى صف العدد ، ثم نعمل لصف صف كما ذكرنا للنقل ، وننقل على ما سبق ، وهكذا نعمل فى كل دور على قياس ما قلنا فى المقــالة الأولى ، إلى أن يفنى العدد ، أو إلى حيث شئنا أن نقطع العمل ، فما حصل فى سطر الخارج فهو الضلع الأول لذلك المضلع تحقيقاً ، إن لم يبق فى صف العدد شىء ، وإلا يكون تقريباً ، وظاهر أن كلما يزداد مراتب سطر الخارج فى سلسلة النزول كان أدق .

وإذا نقسم عدد كل واحد من المراتب المنطقة على عدد منزلة المضاع المفروض ، فالخارج من القسمة هو عدد مرتبة المفرد الذى وضع على فوق تلك المرتبة ، فلتكتب فوقه ، والدرجة تقع فوق الدرجة .

مثــاله :

أردنا أن نستخرج جذر ـــے ط مط ك درجة ، وضعناه ورسمنا الجداول الطولية ، وفصّلنا الأدوار بالخطوط المثناة ، كما ذكرنا ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فوجدناه كد ، وضعناه فوق المنطق الأول وهو ط وتحتها فى أسفل الجدول .

وضربناه فى نفسه حصل ط لو نقصناه عما يحاذيه أعنى عن ـــے ط بقى لحـ وضعناه تحت ط بعد الخط الفاصل ، ثم زدنا الفوقانى أعنى كد على التحتانى فصــار ح نقلناه إلى اليسار بمرتبه ، ثم طلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة ، وجدناه ما ، وضعناه فوق منطق الدور الثانى ، وتحته على أيسر ح ، وضربناه فيما هو أسفل الجدول .

---

(١) زائدة فى ل (٢) زائدة فى ل

وأما فى كل واحد من مفرداته ، نقصنا الحاصل عما يحاذيه كما فى الصورة الأولى أو فيه ، بطريق ما كان أحد المضروبين مفرداً ، ونقصنا الحاصل عما يحاذيه على ما سبق ، كما فى الصورة الثانية ، ثم زدنا ما الفوقانى على ما فى أسفل الجدول فصار مط كب نقلناه بمرتبه ، وطلبنا أكثر مفرد آخر بالصفة المذكورة وجدناه م .

وضعناه فوق منطق الدور الثالث ، وتحته على يمين كب و به قطعنا العمل ، وبقى من العدد كح نح ك ثانية كما فى هاتين الصورتين ، وما وقع فوق الدرج د ربع ، وهو ما وقد استخرجنا فى رسالتنا المسماة بالمحيطية جذورا كثيرة الأعداد ، كثيرة الأقسام(١) ، واستعملنا فيها نكات غريبة ، ومن أراد ذلك فليرجع إليها .

ثم إنا أوردنا ها هنا مثالا لاستخراج الكعب ، ومثالا آخر لاستخراج الضلع الأول لكعب الكعب ، وانا لم نتعرض لشرح العمل لئلا يطول الكتاب ، وذلك يسهل على من استحضر العمل بالرقوم الهندية على ما سبق فى المقالة الأولى ، وتأمل فى المثال، والمثالان هذان «٨٤» .

مقال الكعب	درجة		كه دقيقة			ل ثانية		
	المرفوع	درجة	دقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة
صف العدد على أنه مكعب	ع مو	نب م	نط	يح	نا	كد		
	ب ب	س ي	مو	⊙	كه			
		ب ب	مب مب	يح يح	كو كو	كب	ب	صفر
		صفر	صفر	صفر	صفر	ب	ل	صفر
صف المال و[illegible] العدد			هـ	كه	مو مه	نب لو	مه مه	صفر صفر
		هـ	هـ كه	كه لا	لا له	له		
		هـ	س س	⊙ م	⊙ كه			
		هـ	ب صفر	م	كه			
	هـ	صفر						
	ح ا	ك م						
صف الضلع		ل		لا	له			
		ك			⊙			
		ي		ل	كه	لا	له	ل

الصورة الأولى

كد مرفوع مرة ما درجة م دقيقة					
ي ط	ط لو	مط	ك		
	لح لب	مح			
	ا	ا لح	ا		
		لح لب	نط م		
			لط لد	م	
			كد	ك كو	م
			كح مط	ع ك	ك م
		مح	ما		
	كد				

الصورة الثانية

كد مرفوع مرة ما درجة م دقيقة					
ي ط	ط لو	مط	ك		
	لح لح	لو	ا		
		لح لب	نط نه	و	م
			كح	نح	ك
			مط	كب	م
		مح	ما		
	كد				

(١) فى ت الأعداد

(٢) ، (٣) غير موجودان فى ت

مثال استخراج الضلع الأول لكعب كعب العدد الموضوع فى صف العدد

سطر الخارج	[illegible] لد				[illegible] صفر						[illegible] ل					
	تاسع	ثامن	سابع	سادس	خامس	رابع	ثالث	ثاني	مرفوع	درجة	دقائق	ثواني	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس
صف العدد على أنه كعب كعب	لد لد	نط نا	م لب	د مو	لد	ند	كح	ح	مر	لر	م					
		ر ن	كح كح	نا نا	لد	ند	كح	ح	مر	لر	ل	نو	له	صفر	صفر	صفر
											ط	ح	مه			
ثاني العدد وهو صف مال الكعب			لد	نو	مب	كط	مح	مو	ر	له	له	ا	نب	ل	صفر	صفر
			لد	ا نو	ك كب	هـ كد	مح	مو	ر	له	له	ا	نب	ل	صفر	صفر
		لد	نو	كب	كد											
	لد	نو	كب	كد												
	س ب	كو كط	[illegible]	م مد												
ثالث العدد وهو صف مال المال					ب	م	نا	لر	لب	له	ي	ل	ح	مه	صفر	صفر
					ب	م	ر د	لر صفر	لب	له	ي	ل	ح	مه	صفر	صفر
			ب	م	د	صفر										
	ب	م	د	صفر												
	ا	مو نح	مب كا	م كح												
		مب يب	ما م	د مو												
رابع العدد وهو صف الكعب								له	له	د	ل	كا	صفر	ر	ل	صفر
								له	لد	كد م	ل	كا	صفر	ر	ل	صفر
					له	لد	م									
		له	لد	م												
		ن ر	لر لر	ك ك												
		د ح	لد ب	كد نو												
		ب	ر مد	س مد												
خامس العدد وهو صف المال			مط	صفر												
			نو لب	ك م												
			يح نط	د لو												
			ط ط	مح مح												
			و ح	لب نو			مط	صفر			مط	صفر	هب	صفر	له	صفر
صف الضلع			م م	كد ي												
				نو												
				مب												
				كح												
				لد				م	كد	صفر			ا	كد	صفر	ل

الباب السادس

« فى تحويل الأرقام الستينية إلى الهندية »

وبالعكس صحاحا وكسوراً ، وتحويل كسورها إلى مخرج آخر ، ومعرفة الكسور التى وضعناها على قياس الكسور الستينية .

ولنقدم هذا لما استخرجنا نسبة المحيط إلى القطر فى رسالتنا المسماة بالمحيطية ، وبلغنا الكسور إلى التاسعة ، أردنا أن نحولها إلى الرقوم الهندية لئلا يعجز المحاسب الذى لم يعرف حساب المنجمين ، أخذنا كسر المحيط من مخروج هو عشرة آلاف مكررة خمس مرات[٥٥] ، وهذا عدد مجرد فكأنا قسمنا الواحد الصحيح عشرة أقسام ، وقسمنا كل عشر عشرة أقسام ، ثم كل قسم منها عشرة أقسام هكذا بالغاً ما بلغ .

فسمينا الأقسام الأولى أعشاراً لكونها كذلك ، والثانية ثانى الأعشار ، والثالثة ثالث الأعشار وهكذا بالغاً مابلغ لتكون مراتب الكسور والصحاح على نسبة واحدة على قياس حساب المنجمين ، وسميناها بالكسور الأعشارى .

وينبغى أن نكتب الأعشار فى يمين الآحاد ، وثانى الأعشار فى يمين الأعشار ، وثالث الأعشار فى يمين ثانيها وهكذا إلى حيث بلغ ، فيكون الصحاح والكسور فى سطر واحد .

والعمل به فى الضرب والقسمة واستخراج الضلع الأول من المضلعات ، وغيرها على قياس حساب المنجمين ، كما أوردنا بعضها فيما سبق ، وكذا يكون معرفة جنسية المراتب على قياس معرفة جنسية مراتب حسابهم ، أعنى تكون مرتبة عدد الآحاد صفراً وللعشرات والأعشار واحداً ، وللمئات وثانى الأعشار اثنين وللألوف وثالث الأعشار ثلاثة ، ولعشرات الألوف ورابع الأعشار أربعة وهلم جرا .

مجموع عددى مرتبتى المضروبين المفردين إن كانا فى طرف واحد من الآحاد أو التفاضل بينهما إن اختلفا ، فهو عدد مرتبة الحاصل من طرف المجموع أو من طرف الفضل ، ويكون التفاضل بين « ٨٧ » عددى مرتبتى المقسومين المفردين إن كانا فى طرف واحد من الآحاد ، ومجموعهما إن اختلفا فهو عدد مرتبة الخارج من القسمة من سلسلة الصعود إن كانت مرتبة المقسوم فوق مرتبة المقسوم عليه ، وإلا من سلسلة النزول .

وأما تحويل الأرقام الصحاح الستينية إلى الهندية ، فبأن نضرب مافى أعلى المراتب فى الستين بالرقوم الهندية ، ونزيد على الحاصل مافى المرتبة التى تليها ونضرب المجموع فى ستين ، ونزيد عليه مافى المرتبة التى تليها وهكذا ، إلى أن ننتهى إلى مرتبة الدرج ليحصل المطلوب [٥٦] (أنظر ح ٢٠) .

طريق آخر : نأخذ آحاد مافى مرتبة الدرج فهو آحاد المطلوب . وإن لم يكن فى تلك المرتبه آحاد ، فتضع صفراً مكان الآحاد ، ثم نقسم الباقى على العشرة فى جدول الستين ، فما خرج نأخذ من الدرج آحادها ، ونضع مكان العشرات ، ثم نقسم الباقى على العشرة فى جدول الستين فما خرج نأخذ من آحاد الدرج ، ونضع مكان المئات وقس عليه (أنظر ح ٢١) .

وقد وضعنا جدولا يحصل منه تحويل الأرقام الصحاح الهندية إلى الستينية وبالعكس والجدول هذا ، وطريق العمل عنه ظاهر

المفردات		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
الآحاد		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
العشرات	مرفوع مرة اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
المئات	مرفوع مرة اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
الألوف	مرفوع مرتين مرفوع مرة اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
عشرات الألوف	مرفوع مرتين مرفوع مرة اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
مئات الألوف	مرفوع ثلاث مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	مرفوع مرتين	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ألوف الألوف	مرفوع ثلاث مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرتين	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	مرفوع مرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
عشرات ألوف الألوف	مرفوع أربع مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع ثلاث مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرتين	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
مئات ألوف الألوف	مرفوع خمس مرات	[illegible]			[illegible]	[illegible]
	مرفوع أربع مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع ثلاث مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرتين	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ألوف ألوف الألوف	مرفوع خمس مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع أربع مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع ثلاث مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرتين	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
عشرات ألوف ألوف الألوف	مرفوع ست مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	مرفوع خمس مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع أربع مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع ثلاث مرات	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرتين	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	مرفوع مرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	اجزاء	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

وأما تحويل الأرقام[1] الهندية إلى الستينية ، فبان نقسمها على ستين ، فما بقى فهو الدرج ، وما خرج من القسمة نقسمه ثانية على ستين ، فما بقى فهو المرفوع مرة ، ونقسم ما خرج من القسمة على ستين ، فما بقى فهو المرفوع الثانى وهلم جرا .

طريق آخر : نضرب مافى أعلى المراتب فى عشرة بجدول الستين ليحصل بالرقوم الستينية ، ونزيد على هذا الحاصل مافى المرتبة التى تليها ، ونضرب المجموع فى عشرة بجدول الستين ونزيد على هذا الحاصل مافى المرتبة التى تليها وهكذا ، إلى أن نتنهى إلى الآحاد يحصل المطلوب (أنظر ح٢٢)

وأما تحويل الكسور المذكورة بعضها إلى البعض ، فأثنى عشر ، لأن الكسور المذكورة أعنى المستعملة أربعة أنواع :

المفرد والستينى والأعشارى والدوانيق .

مع كسورها وتحويل كل واحد منها إلى الثلاثة الباقية ، يكون أثنى عشر ، وقد ذكرنا فى الباب الحادى عشر من المقالة الثانية إثنين منها ، وهما تحويل الكسر المفرد إلى الدوانيق والطساسيج وبالعكس ، فنذكر العشرة الباقية منها .

الأول : إذا أردنا تحويل الكسور بالأرقام ، الستينية إلى الأرقام الهندية ، أى إلى الكسور الأعشارية ، نضرب الكسور بالأرقام الستينية فى عشرة ، فان كان أول مراتب الحاصل أجزاء أعنى درجا فهى الأعشار ، وإن لم يكن أجزاء فنضع مكان الأعشار صفراً ، ثم نضرب كسور الحاصل اى غير الأجزاء فى عشرة ، فإن كان أول مراتب الحاصل أجزاء نضعها فى المرتبة التى سميناها ثانى الأعشار ، وإن لم يكن أجزاء فنضع مكان ثانى الأعشار صفرا ، ثم نضرب هذا الحاصل غير الأجزاء فى عشرة ، ونضع أجزاء الحاصل مكان ثالث الأعشار إن رفع بالأجزاء ، وعلى هذا القياس .

مثاله :

أردنا أن نحول ح كط مد ثالثة إلى الكسور الأعشارية ، وضعنا شرح العمل فى جدول ، ليكون دستورا[٥٧] ، والجدول هذا :

شرح العمل	الأجزاء	الدقائق	الثوانى	الثوالث
ضربنا ح كط مد فى عشرة حصل	ا	كد	نر	ك
ثم ضربنا كد نر ك غير الأجزاء فى عشرة حصل	د	ط	لح	ك
ثم ضربنا ط لح ك فى عشرة حصل	ا	له	لح	ك
ثم ضربنا له لح ك فى عشرة حصل	ه	نه	لح	ك
ثم ضربنا نه لح ك فى عشرة حصل	ط	له	لح	ك
ثم ضربنا به لح ك فى عشرة حصل	ب	له	لح	ك

ح٢٤

(١) فى ت الأرقام الصحاح لهندية .

ولما كانت دقائق حاصل الضرب أعنى له لـه كـ أكثر من النصف ، رفعناها بواحد فصارت الأجزاء ثلاثة ، وهى سادس الأعشار ، ثم كتبنا الأرقام التى فى جدول الأجزاء بالهندية على الولاء هكذا ٣ ٩ ٥ ١ ٤ ١ وهو المطلوب ، وأيمن مراتبه سادس الأعشار[٥٨] .

الثانى : إذا أردنا تحويل الكسور الأعشارية إلى الستينية ، فنضربها فى ستين ، فما رفع من الحاصل إلى الصحاح فهو الدقائق ، وإن لم يرفع شىء منه إلى الصحاح فنضع مكان الدقائق صفرا ، ثم نضرب كسور الحاصل فى ستين ، فما رفع من هذا الحاصل إلى الصحاح فهو الثوانى ، وإن لم يرفع شىء إلى الصحاح فنضع مكان الثوانى صفرا ، وقس عليه البواقى .

وقد وضعنا دستورا لهذا العمل يمثل ما سبق ، وهو أن ضربنا الكسور فى ستين ، ووضعنا الحاصل تحته [ثم كسور[1] الحاصل فى ستين ، ووضعنا الحاصل تحته] ، وهكذا إلى حيث شئنا ، وخططنا بين الصحاح الحاصلة عن الضروب والكسور خطا .

مثاله :

أردنا أن نحول ٣٧٦ ثالث الأعشار إلى الرقوم الستينية عملنا هكذا :

شرح العمل	الكسور	الصحاح
ضربنا ٣٧٦ ثالث الأعشار فى ستين	٥٦٠	٢٢
ثم ضربنا كسور الحاصل هو ٥٦٠ فى ستين حصل	٦	٣٣
ثم ضربنا كسور الحاصل وهو ٦ فى ستين حصل	٠	٣٦

فكتبنا الأعداد التى فى جدول الصحاح بالرقوم الستينية على التوالى وهو كب لج لو ثالثة [٢٢ ٣٣ ٣٦] وهو المطلوب .

وقد أوردنا جدولا يحصل منه تحويل الكسور الستينية إلى الكسور الأعشارية وبالعكس .

والجدول هذا والعمل بهذا الجدول لا يخفى على الفطن .

---

(١) هذه الجملة ليست فى ت

المفردات	.	١ ٢	٣ ٤	٥ ٦	٧ ٨	٩
الأعشار	دقيقة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ثاني الأعشار	دقيقة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	ثانية	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ثالث الأعشار	ثانية	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	ثالثة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
رابع الأعشار	ثانية	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	ثالثة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	رابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
خامس الأعشار	ثالثة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	رابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	خامسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
سادس الأعشار	ثالثة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	رابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	خامسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سادسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
سابع الأعشار	رابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	خامسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سادسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ثامن الأعشار	رابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	خامسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سادسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	ثامنة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
تاسع الأعشار	خامسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سادسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	ثامنة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	تاسعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
عاشر الأعشار	سادسة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	سابعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	ثامنة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	تاسعة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	عاشرة	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

الثالث : إذا أردنا أفراد الكسور الستينية ، أعنى أخذها من مخرج واحد ، نضرب الدقائق فى ستين ، ونزيد على الحاصل الثانى ، ونضرب المجموع فى ستين ، ونزيد على الحاصل الثوالث وهكذا إلى المرتبة التى نريد ، فيكون الحاصل الأخير كسرا ، ومخرج تلك المرتبة مخرجا له ، ثم نردها إلى أقل عددين على نسبتهما إن لم يكونا منه ، ومخارج المراتب التى هى ستون ومضلعاته على التوالى أوردناها فى هذا الجدول وهو هذا :

	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات ألوف	مئات ألوف	ألوف ألوف	عشرات ألوف ألوف	مئات ألوف ألوف	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات
مخرج الدقائق	٠	٦																
مخرج الثوانى	٠	٠	٦	٣														
مخرج الثوالث	٠	٠	٠	٦	١	٢												
الروابع	٠	٠	٠	٠	٦	٩	٢	١										
الخوامس					٠	٦	٧	٧	٧									
السوادس						٠	٦	٥	٦	٦	٤							
السوابع							٠	٦	٣	٩	٩	٧	٢					
الثوامن								٠	٦	١	٦	٩	٧	٦	١			
التواسع									٠	٦	٩	٦	٧	٧	٠	٠	١	
العواشر	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٦	٧	١	٦	٦	٤	٠	٦
										ألوف ألوف الألوف			ألوف ألوف ألوف ألوف				ألوف ألوف ألوف ألوف ألوف	

الرابع : إن أردنا بالعكس أعنى إن أردنا تحويل كسر مفرد إلى الكسور الستينية ، فنحول كل واحد من الكسر ومخرجه إلى الرقوم الستينية على تقدير انه صحاح كما ذكرنا ، ثم نقسم رقوم الكسر على رقوم المخرج بالجدول الستين فما خرج فهو المطلوب .

مثـاله :

أردنا أن نحول هذا الكسر ١٢٥ / ١٢٣٤ إلى الكسور الستينية ، حولنا كل واحد منهما إلى الرقوم الستينية حصل رقوم الكسر ب هـ .

ورقوم المخرج ك لو قسمنا الأول على الثانى خرج من القسمة و د د لط لو خامسة وتركنا ما بقى .

الخامس : إن أردنا أفراد الكسور الأعشارية ، نضعها موضع الكسر بعينه ، ونضع تحتها أصفارا بعدة مراتب الكسور ، وواحدا على يمين الأصفار فهو مخرج لذلك الكسر وهو عدد مجرد .

السادس : إن أردنا بالعكس ، أي تحويل الكسر المفرد إلى الأعشاري فنقسم الكسر على المخرج فما خرج فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نحول هذا الكسر $\frac{٢٢}{٨٥}$ إلى الأعشاري ، قسمنا الكسر وهو ٢٢ على المخرج وهو ٨٥ كما ذكرنا في الباب الرابع من المقالة الأولى ، خرج من القسمة ٢٥٨٨ رابع الأعشار ، وتركنا ما بعده ، وعرفنا المراتب كما ذكرنا في أول هذا الباب .

السابع والثامن : إن أردنا تحويل الكسور الستينية أو الأعشارية إلى الدوانيق والطساسيج والشعيرات ، فنضربها في الستة التي هي مخرج الدوانيق ، فما رفع إلى الصحاح فهو عدد الدوانيق ، ثم نضرب الباقي في أربعة ، فما رفع إلى الصحاح فهو عدد الطساسيج ، ثم نضرب الباقي في أربعة ، فما رفع فهو عدد الشعيرات ، وقس عليه إن احتيج إلى كسور الشعيرات .

مثاله :

أردنا أن نحول كب ح مد ثالثة إلى الدوانيق والطساسيج والشعيرات وكسورها عملنا هكذا :

شرح العمل	الصحاح	الكسور
ضربنا كب ح مد ثالثة في ستة حصل	ب	يح نب لد
ثم ضربنا يح نب لد ثالثة في أربعة حصل	:	نه كط لو
ثم ضربنا نه كط لو في أربعة حصل	ا	٠ نط س
ثم ضربنا ٠ نط س في ستة حصل	ه	ه مه مب
ثم ضربنا ه مه مب في ستة حصل	:	نا ٠ كد
ثم ضربنا نا ٠ كد في أربعة حصل	:	مر كا لو

ح ٢٥

فما وقع في جدول الصحاح على التوالي هو أعداد الدوانيق والطساسيج وكسورها ، وذلك دانقان وشعير واحد وخمسة دوانيق من شعير وأربعة أخماس شعير تقريبا .

مثاله :

لتحويل الكسور الأعشارى إلى الدوانيق والطساسيج .

أردنا أن نحول ٨٤٩٥ رابع الأعشار إلى الدوانيق وكسورها عملنا هكذا :

الصحاح	الكسور	شرح العمل
٥	٠٩٧	ضربنا ٨٤٩٥ رابع الأعشار في ستة حصل
٠	٣٨٨	ثم ضربنا ٠٩٧ ثالث الأعشار في أربعة حصل
١	٥٥٢	ثم ضربنا ٣٨٨ في أربعة حصل
٢	٢٠٨	ثم ضربنا ٥٥٢ في ستة لرفع دوانيق الشعير حصل
٠	٨٣٢	ثم ضربنا ٢٠٨ في أربعة حصل
٣	٣٢٢	ثم ضربنا ٨٣٢ في أربعة حصل

التاسع والعاشر : إذا أردنا تحويل الدوانيق والطساسيج والشعيرات إلى أحد فيهما ، فنفردها كما ذكرنا في الباب الحادى عشر من المقالة الثانية ، ثم نحول ذلك الكسر المفرد إلى أيهما أردنا ، كما ذكرنا في الباب الرابع والسابع .

« تمت المقالة الثالثة » .

المقالة الرابعة فى المساحة

وهى مشتملة على مقدمة وتسعة أبواب تشتمل على فصول

أما المقدمة ففى تعريف المساحة والاصطلاحات المستعملة فيها :

المساحة تحصيل كمية ما فى المسوح من أمثال الممسوح به ، أو أجزائه أو كليهما .

المقياس هو فى الخط خط مفروض كذراع او قصبة أو أشل أو قدم أو أصبع أو غير ذلك ، وفى السطح مربع ذلك الخط المفروض ، وفى الجسم مكعبة[٦٠] :

وبعض يمسحون السطوح لا بمربع المقياس . والأجسام لا بمكعبة ، كمساحة الكرباس والأثواب بمستطيل يكون احد بعديه ذراعا ، والأبنية والأساطين والسقوف فى العمارات باللبنة والآجر ، وهما مجسمان يحيط بكل واحد منهما ستة سطوح ، اثنان مربعان متساويان ، وأربعة مستطيلات متساويات متشابهات ، اضلاعها الأطول تساوى ضلع المربع ، وزوايا تقاطع السطوح بعضها مع بعض قوائم .

وكذا الأجرام الفلكية بكرة الأرض .

النقطة هى ما لا جزء له ، والخط ما له طول فقط ، والسطح ماله طول وعرض لا غير[١] ، والجسم ما له طول وعرض وعمق ، والمستقيم من الخطوط هو أقصر[٦١] خط وصل بين[٢] النقطتين ، والمستدير منها ما يكون بركاريا ، وما سواهما[٣] فهو منحن ، وشبيه المستدير ما يكون قريبا من المستدير ، يتصور فى بدء النظر أنه مستدير .

والمستوى من السطوح ما يمكن أن يخرج فى جميع جهاته خطوطا مستقيمة ، والمستدير منها ما يمكن أن يقطعه سطح مستو ، بحيث يحدث فيه دائرة ، والخطوط المستقيمة المتوازية هى التى لا تتلاقى قط ، وإن أخرجت فى الجهتين إلى غير النهاية ، وكذلك السطوح المستوية المتوازية ، وإن أخرجت فى جميع الجهات ، وقد يقال فى غير المستقيمة والمستوية منها متوازية إذا لم تختلف الأبعاد بينها .

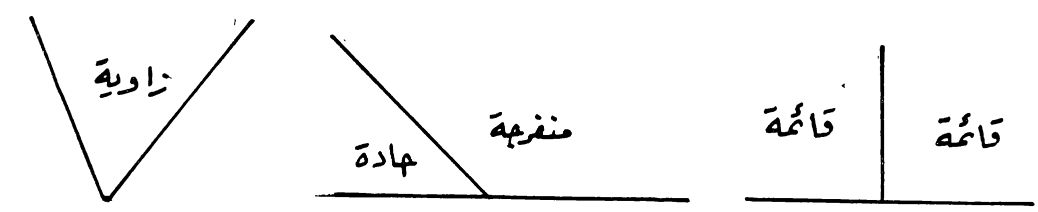
والزاوية المسطحة هى فرجة بين خطين مستقيمين متلاقيين على نقطة واحدة من غير أن يتحدا ، فإذا أخرج أحد الخطين حدثت زاوية أخرى ، فإن كانت مساوية للأولى فهى قائمة ، وإن اختلفتا فالأضيق من القائمة حادة والأوسع منفرجة .

---

(١) غير موجودة فى ت

(٢) فى ت لخطوط التى بين النقطتين

(٣) فى ت وما سواه فهو منحنى



وإذا فرض ملتقى الخطين مركزاً وأدير عليه دائرة ، فالقوس الموترة بين الخطين من تلك الدائرة ، هى مقدار تلك الزاوية ، ويقال لما يحدث عن خطين غير مستقيمين زاوية أيضا .

والزاوية المجسمة ما تحدث عن تلاقى ثلاثة سطوح مستوية ، أو أكثر عند نقطة واحدة . وكذا ما يحدث عن سطح مستدير .

الباب الأول

« فى مساحة المثلث وما يتعلق بها[1] »

وأوردنا فيه ثلاثة فصول :

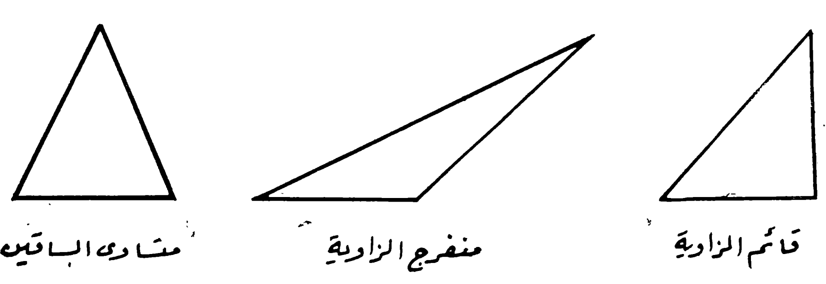
الفصل الأول : فى تعريف المثلث وأقسامه

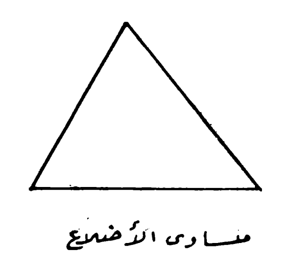
المثلث سطح يحيط به ثلاثة خطوط مستقيمة ، يقال لها أضلاع المثلث : عمود المثلث خط مستقيم خارج من إحدى زواياه ، قائم على الضلع الموتر لها ، داخلا فى المثلث أو خارجاً ، ويسمى ذلك الضلع بالقاعدة .

مركز المثلث نقطة فى سطحه تكون بعدها عن جميع الأضلاع متساوية ، اعنى إذا أدير عليها تماس جميع أضلاعه ، ولهذا سمى نصف قطر الدائرة الداخلة .

ولو أن[2] مركز المثلث بالحقيقة هو مركز دائرة أحاطت به ، ويماس زواياه ، لكنا نحتاج فى المساحة إلى مركز الدائرة الداخلة فيه ، فنسميه بمركز المثلث مجازا .

وأما أقسام المثلث فتساوى الأضلاع ، ومتساوى الساقين ، وقائم الزاوية ، ومنفرج الزاوية ، وحاد الزاوية هكذا :





الفصل الثانى : مساحة المثلث تصحيحا ، واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

---

(١) فى ل وما يتعلق به

(٢) فى ل مركز المثلث

أما كيفية مساحته ، فهى أن نضرب العمود فى نصف القاعدة ، أى نمسح العمود والقاعدة معا بذراع او غير ذلك من المقياسات ، و نضرب أحد الحاصلين فى نصف[1] الآخر .

نوع آخر : نضرب العمود الخارج من مركز المثلث إلى الضلع فى نصف جميع الأضلاع لتحصل المساحة .

نوع آخر : لا نحتاج فيه إلى العمود ، نأخذ فضل نصف مجموع الأضلاع الثلاثة على كل ضلع ، و نضرب أحد الفصول الثلاثة فى أحد الآخرين ، والحاصل فى الآخر ، والحاصل فى نصف مجموع الأضلاع ، ونحصل جذر الحاصل الأخير ، فهو مساحة[2] المثلث .

مثـاله :

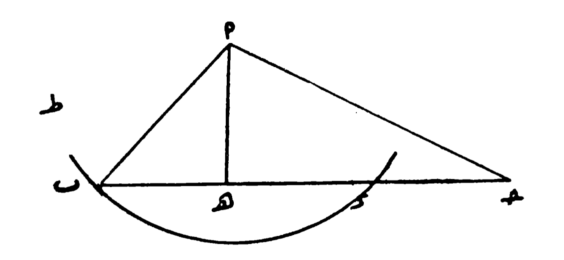
فرضنا أحد أضلاع مثلث عشرة والآخر سبعة عشر ، وضلع الباقى إحدى وعشرين ، فيكون نصف مجموع الأضلاع ٢٤ فضله على العشرة ١٤ وعلى سبعة عشر ٧ وعلى واحد وعشرين ٣ ، فضربنا ١٤ فى ٧ حصل ٩٨ ، ضربناه فى ٣ حصل ٢٩٤ ضربناه فى ٢٤ نصف مجموع الأضلاع حصل[3] ٧٠٥٦ ، أخذنا جذره فكان ٨٤ وهو المطلوب .

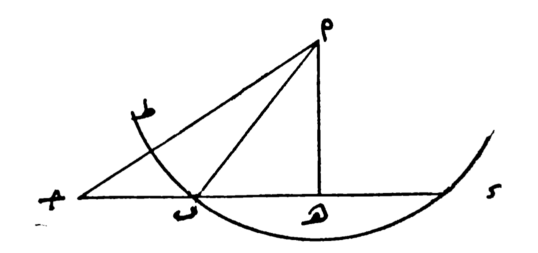
وأما استخراج أبعاده بعضها عن بعض فنها استعلام موقع العمود ، وهو أنا بعمل اليد[٦٢] بأن نجعل الضلع الأطول قاعدة للأولوية لا للضرورة ، وندير على الزاوية التى يوترها الضلع الأول ، ببعد الضلع الأقصر دائرة ، فمنتصف ما وقع فى الدائرة من القاعدة هو موقع العمود .

وإن اردنا موقع عمود خارج عن زاوية أخرى ، نجعلها مركزاً ، وندير عليه ببعد أحد الضلعين المحيطين بها دائرة ، فمنتصف ما وقع فى الدائرة من الضلع الموتر لتلك الزاوية داخل المثلث أو خارجا عنه إذا خرج على استقامته فهو موقع العمود .

مثـاله :

أردنا أن نحصل موقع عمود خارج عن زاوية ا من مثلث ا ب حـ ، جعلنا نقطة ا مركزاً ، وأدرنا عليه ببعد ا ب دائرة ط ب ى ، و نصفنا ب ى الذى وقع فى الدائرة على نقطة هـ ، فهو موقع العمود ، فوصلنا ا هـ فهو العمود وقع داخلا فى المثلث فى الصورة الأولى ، وخارجا عنه فى الصورة الثانية .





(١) نصف غير موجودة فى ت وهو خطأ
(٢) برهانه موجود فى كتاب استخراج الأوتار فى الدائرة للبيرونى من تحقيق أحمد سعيد الدمرداش
(٣) ناقص فى ل

وأما بالحساب إذا أردنا أن نخرج عن احدى زوايا المثلث عموداً على ضلعه ، نضرب مجموع الضلعين المحيطين بتلك الزاوية . فى التفاضل بينهما ، ونقسم الحاصل على الضلع الباقى ، وهو الذى وقع عليه العمود ، فما خرج إن كان مساويا للضلع الباقى فيكون أقصر ذانيك الضلعين قائما على القاعدة .

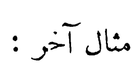
وإن كان أقل منه فوقع العمود داخل المثلث ، وإن كان أكثر منه فوقع خارجا عنه ، ويكون بعد موقعه عن ملتقى الضلع الباقى ، أعنى القاعدة مع أقصر الآخرين ، يقدر نصف التفاضل بين القاعدة وخارج القسمة[٦٣]

مثــاله :

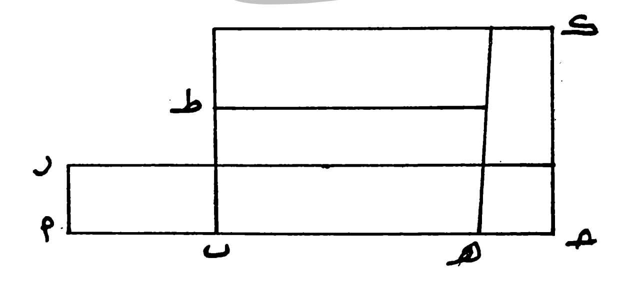
فرضنا فى مثلث ا ب حـ ضلع ا ب عشرة و ا حـ سبعة عشر و ب حـ أحدا وعشرين ، وأردنا معرفة بعد موقع العمود الخارج عن نقطة ا على ضلع ب حـ من أحد طرفيه كان مجموع (ا ب + ا حـ = ٢٧) ضربناه فى تفاضلهما وهو ٧ و حصل ١٨٩ و قسمناه على ضلع ب حـ القاعدة وهو ٢١ خرج من القسمة ٩ :

ولما كانت أقل من القاعدة على أن العمود وقع داخل المثلث .

وكون ضلع ب حـ أطول الأضلاع دل عليه أيضاً فنقصنا خارج القسمة وهو(١) ٩ من القاعدة وهى ٢١ بقى ١٢ نصفه ٦ وهو بعد موقع العمود عن نقطة ب ، واعلم أن ضرب مجموع كل عددين فى تفاضلهما يساوى تفاضل(٢) مربعيهما .



مثال آخر :



فإن أردنا معرفة موقع عمود خارج عن نقطة حـ ، جمعنا ضلعى ا حـ و ب حـ كان ٣٨ ضربناه فى تفاضلهما وهو ٤ حصل ١٥٢ ، قسمناه على ضلع ا ب وهو ١٠ خرج $\frac{1}{5}$١٥(٣) ولما كان أكثر من قاعدة ا ب ، علم أن العمود وقع خارج المثلث ، نقصنا عنه ضلع ا ب بقى $\frac{1}{5}$٥ ، نصفناه صار $\frac{3}{5}$٢ ، وهو بعد موقع العمود عن نقطة ا وهو المطلوب

---

(١) ناقص فى ت

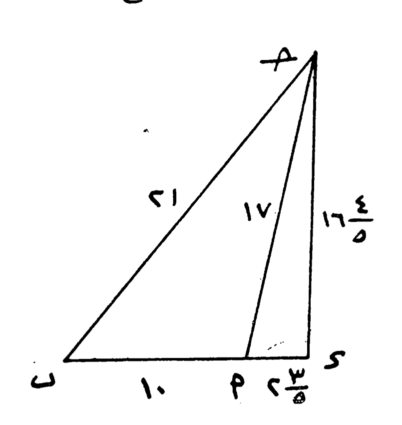
(٢) أى أن (ا + ب) (ا − ب) = ا٢ − ب٢

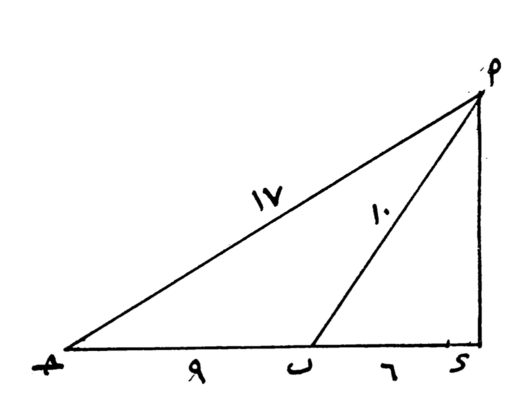
(٣) فى ت $\frac{1}{5}$ ٥ وهو خطأ

مثال آخر :

يصح منه خارج القسمة نفرض مثلثا يكون أحد أضلاعه وهو ا ب عشرة و ب حـ تسعة و ا حـ سبعة عشر وأردنا موقع العمود الخارج عن نقطة ا .

مجموع ضلعي ا ب و ا حـ كان ٢٧ ضربناه في تفاضلهما حصل ١٨٩ ، قسمناه على قاعدة ب حـ وهي ٩ خرج من القسمة ٢١ ، ولما كان أكثر من ضلع ب حـ ، علم أن العمود وقع خارجا عن المثلث ، ونصف التفاضل يكون ٦ وهو بعد موقع العمود عن نقطة ب خارجا عنه .





طريق آخر : تأخذ التفاضل بين مربع أحد الأضلاع وبين مجموع مربعي الضلعين الباقيين ، ونفرض أحد هذين الضلعين الباقيين قاعدة ، ونقسم نصف التفاضل عليه ، فما خرج فهو بعد موقع العمود عن الزاوية التي يوترها الضلع الأول ، ثم إذا كان الفضل (لمربع) الضلع الأول فيكون موقع العمود خارجا عن المثلث من جانب هذه الزاوية ، وإن لم يكن التفاضل فتلك الزاوية قائمة .

وإن كان الفضل لمجموع المربعين يكون نصف التفاضل أقل من مربع القاعدة ، فوقع العمود داخل المثلث وإن كان مساويا له فالزاوية التي يحيط بها الضلع الأول مع القاعدة قائمة ، وإن كان أكبر فالعمود وقع خارجا عن هذه الزاوية ، لكن الخارج من القسمة يكون بعد موقع العمود عن الزاوية التي يوترها الضلع الأول ، ولهذا يكون[1] حـ د أكبر من القاعدة[٦٤] .

مثـاله :

من المثلث المتقدم كان مربع ضلع ا حـ ٢٨٩ نقصنا عنه مجموع مربعي الآخرين وهو ١٨١ بقي ١٠٨ ولما كان (الفضل) لمربع الضلع الأول علم أن العمود وقع خارجا عن جانب زاوية ب ، فقسمنا نصفه وهو ٥٤ على ضلع ب حـ وهو ٩ خرج من القسمة ٦ وهو بعد موقع العمود عن نقطة ب .

مثال آخر :

نقصنا مربع ا ب وهو ١٠٠ عن مجموع مربعي الآخرين وهو ٣٧٠ بقي ٢٧٠ قسمنا نصفه وهو ١٣٥

---

(١) في ت الحرف ح بدلا من حـ د

على القاعدة وهى ٩ خرج من القسمة ١٥ وهو بعد موقع العمود عن نقطة حـ وإلى جانب ب مجاوزاً عنه إلى الخارج .

وذلك لأن نصف فضل مجموع المربعين كان أكثر من مربع القاعدة ، فإذا نقصنا القاعدة عنه بقى البعد عن نقطة ب ٦ وهو المراد ، والأوجز أن تنقص مربع أحد الأقصرين من مجموع مربعى الآخرين ، وتقسم نصف الباقى على الأطول ، فما خرج فهو بعد موقع العمود على الأطول من طرف الأقصر الآخر داخل المثلث .

أو نضرب مجموع الأقصرين فى تفاضلهما وتقسم الحاصل على الأطول فما خرج تنقصه عن الأطول ، فنصف الباقى هو بعد موقع العمود من طرف أقصر الأضلاع الواقع على الأطول داخل المثلث ، ومنها معرفة مقدار العمود ، نضرب بعد موقع العمود على أحد طرفى القاعدة فى نفسه ، وتنقص الحاصل عن مربع الضلع المتصل بذلك الطرف ، وتأخذ جذر الباقى ، فهو العمود .

مثال : لاستخراج العمود والمساحة

لما كان خط ب ى بعد موقع العمود الحاصل عن العمل الأول ٦ يكون مربعه ٣٦ نقصناه عن مربع ا ب وهو ١٠٠ بقى ٦٤ جذره ٨ وهو مقدار العمود ، ضربناه فى ١٠½ نصف قاعدة المثلث الأول حصل ٨٤ وهو مساحة المثلث موافقة لما سبق .

طريق آخر : إن كانت إحدى زوايا المثلث معلومة نضرب جيبها فى أحد الضلعين المحيطين بتلك الزاوية وتقسم الحاصل على ستين ليخرج العمود الواقع على الضلع الآخر ، ولو نعمل بجيب تمامه ، هكذا نحصل بعد موقع العمود عن هذه الزاوية[٦٥] ، وسنورد معنى الجيب وجدوله .

مثـاله :

كان زاوية ا ب حـ من المثلث المذكور على ما سيجيء مح رمط جيبه مح صفر صفر ضربناه فى ضلع ا ب وهو عشرة وقسمنا الحاصل على ستين خرج من القسمة ثمانية ، وهى العمود على ضلع ب حـ ، ومنها معرفة زوايا المثلث إذا كانت الأضلاع معلومة يحصل العمود كما ذكرنا ، ثم نضرب العمود فى ستين وتقسم الحاصل على كل واحد من الضلعين المتصلين برأس العمود ليخرج جيب الزاوية التى تحيط بها القاعدة ، وذلك الضلع المقسوم عليه نقوسه فى الجدول ليحصل مقدار كل واحدة من الزاويتين(١) ، فإن وقع العمود داخل المثلث ننقص مجموعهما عن مائة وثمانين بقيت الزاوية الباقية ، وإن وقع خارجا عنه نأخذ التفاضل بينهما وهو الزاوية الباقية[٦٦] .

مثاله :

ضربنا العمود الحاصل وهو ثمانية فى ستين حصل ٤٨٠ قسمناه على كل واحد من ضلعى ا ب و ا حـ من المثلثين المسبوقين خرج من الأول مح صفر صفر ومن الثانى كح ىد ر قوسناها فى الجدول خرج من الأول

---

(١) فى ت كل واحد من زاويتين .

نحرمط وذلك مقدار زاوية ب من المثلث الأول ، وتمامها من المثلث الباقى إلى قائمتين ، وخرج من تقويس الثانى كح ركب وهو مقدار زاوية حـ من المثلثين .

ومنها ما كان ضلع وزاويتان معلوما والباقى مجهولا : ننقص مجموع الزاويتين عن مائة وثمانين تبقى الزاوية الباقية ثم نضرب الضلع المعلوم فى جيب كل واحد من الزاويتين اللتين على طرفيه ونقسم الحاصل على جيب الزاوية التى يوترها الضلع المعلوم فما خرج فهو الضلع الموتر للزاوية التى ضربنا الضلع المعلوم فى جيبه[٦٧] .

ومنها ما كان ضلعان وزاوية بينهما معلوما والباقى مجهولا : نضرب أحد الضلعين فى جيب الزاوية تارة ، وفى جيب تمامها أخرى منحطا ، وننقص الحاصل الثانى عن الضلع الآخر إن كانت الزاوية حادة ، ونزيد عليه إن كانت منفرجة ، فما بلغ نربعه ونزيد عليه مربع الحاصل الأول ، ونأخذ جذر المجموع فهو الضلع الباقى[٦٨] .

وإن كانت الزاوية قائمة فمجموع مربعى الضلعين يكون مربعا الضلع الباقى ، والمراد بقولنا منحطا ان نحسب الأجزاء دقائق والدقائق ثوانى وقس عليه ، وقد يطلق ذلك عند الاحتياج بقسمة الحاصل على ستين .

مثـاله :

نفرض أن من المثلث الأول ا ب ، ب حـ مع زاوية ب معلوما والباقى مجهولا ، ضربنا ضلع ا ب وهو عشرة تارة فى جيب زاوية ب الذى كان مح[٦٩] منحطا حصل ٨ ، وضربناها مرة أخرى فى جيب تمام تلك الزاوية ، الذى كان(١) لو منحطا حصل و ، ولما كانت الزاوية المعلومة حادة ، نقصناه عن ضلع ب حـ وهو ٢١ بقى ١٥(٢) مربعه ٢٢٥ ومربع الحاصل الأول ٦٤ ، ومجموع المربعين ٢٨٩(٣) جذره ١٧ وهو ضلع الباقى

ومنها ما كان فيه ضلعان وزاوية غير ما كان بينهما معلوما والباقى مجهولا ، نضرب جيب الزاوية المعلومة فى الضلع الذى يحيط مع الضلع المجهول بها ، ونقسم الحاصل على الضلع الذى يوترها ، فما خرج فهو جيب زاوية يوترها الضلع الآخر ، أعنى الضلع المطلوب فيه ، فنقوسه ونزيده على الزاوية المعلومة ، وننقص المجموع عن ماية وثمانين تبقى الزاوية التى يحيط بها الضلعان المعلومان .

نضرب جيبه فى أحد الضلعين ، ونقسم الحاصل على جيب زاوية يوترها ذلك الضلع ، فما خرج فهو الضلع الباقى .

مثـاله :

ضربنا جيب زاوية ب وهو مح(٤) فى ضلع ا ب وهو ١٠ حصل ح صفر [٨٠] قسمناها على ضلع ا حـ وهو ١٧ خرج من القسمة جيب زاوية حـ وهو كح يد [٢٨(٥) ١٤ ٧] قوسه كح د كب [٢٨ ٤ ٢٢] زدناه على زاوية ب الذى كان نحر مط [٥٣ ٧ ٤٩] من المثلث الأول بلغ نا ب يا نقصناه عن قف [١٨٠]

---

(١) فى ت هو
(٢) فى ل ١٨ وهو خطا .
(٣) فى ل ٣٨٩ وهو خطأ
(٤) فى ل ما وهو خطأ
(٥) للمراجعة وسهولة المقارنة أضفنا الأرقام العادية تفسيرات لأرقام الجمل وقد اتبعنا ذلك فى معظم المتن .

بقى صح مر مط [٤٩ ٤٧ ٩٨] وهو زاوية ا جيبه نط ر لط [٥٩ ١٧ ٣٩] ضربناه فى ضلع ا ب وهو ١٠ حصل ط نب نول [٩° ٥٢َ ٥٦ً ٣٠ً] قسمناه على جيب زاوية حـ خرج من القسمة ٢١ وهو ضلع ب حـ وهو المطلوب

ومنها ما كانت الزوايا معلومة . والأضلاع غير معلومة ، فلا مخلص فيه سواء فرض أحد الأضلاع مقداراً ، وليكن واحداً ، ثم نقسم على جيب زاوية يوترها الضلع المفروض واحداً جيب كل واحد من الزاويتين الباقيتين ، يخرج من القسمة مقدار الضلع الذى يوتر الزاوية المقسومة جيبها .

ومنها العمود الخارج عن مركز المثلث إما بعمل اليد فننصف[1] زاويتين منه بخطين ، فلتقاهما هو مركزه ، نخرج منه عمودا على أحد الأضلاع وهو المراد .

وأما بالحساب فنضرب أحد الضلعين فى الآخر ، ونقسم الحاصل على مجموع الأضلاع الثلاثة ، فما خرج نضرب به فى جيب الزاوية التى يحيط بها المضروبان ، ونقسم الحاصل على ستين ، فما خرج فهو العمود الخارج عن مركز المثلث على كل واحد من أضلاعه[٧١] .

مثـاله :

فى المثلث المسبوق ضربنا العشرة فى ٢١ حصل ٢١٠ قسمناه على مجموع الأضلاع وهو ٤٨ خرج من القسمة د كب ل [٤ ٢٢ ٣٠] ضربناه فى جيب زاوية ا ب حـ الذى كان مح [٤٨] حصل ٢١٠ قسمناه على الستين خرج ثلاثة ونصف وهو العمود الخارج عن مركز المثلث على الأضلاع ، ضربناه فى نصف مجموع الأضلاع الذى هو ٢٤ حصل ٨٤ وهو المساحة كما سبق بعينه ، واستخراج هذا العمود بهذا الطريق مما استنبطناه :

الفصل الثالث : فى مساحة المثلث المتساوى الأضلاع تخصيصا واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

أما المساحة فلمتساوى الأضلاع من المثلث طرق آخر غير مامر .

الأولى أن نأخذ مال مال نصف أحد أضلاعه ، ونضرب به فى الثلاثة دائما ، ونأخذ جذر الحاصل فهو المساحة .

والثانى نأخذ جذر ثلث مال مال العمود نحصل المساحة[٧٢] .

والثالث نضرب مربع أحد أضلاعه فى كه نح ن مد لو خامسة [٢٥ ٥٨ ٥٠ ٤٤ ٣٧] يحصل المساحة[٧٣] .

والرابع نضرب نصف ثمن جميع الأضلاع فى مكعب ضلع واحد ، أو نقسم ضلعا واحداً على خمسة وثلث ، ونضرب الخارج فى مكعب ضلع واحد ، ونأخذ جذر الحاصل فهو المساحة .

وأما استخراج الأبعاد بعضها عن بعض ، إذا أخذنا جذر ثلاثة أرباع مربع ضلع واحد فهو العمود ، وثلث العمود فهو العمود الخارج من مركز المثلث ، أعنى نصف قطر دائرة وقعت فيه بحيث[2] يماس جميع

---

(١) فى ت بأن ننصف

(٢) غير موجودة فى ت

أنصاف أضلاعه ، وإذا زدنا على مربع العمود ثلث المربع ، ونأخذ جذر المبلغ نحصل مقدار ضلع منه ، وإذا ضربنا ضلعه فى نا نو ما كد ند خامسة [١٤ ٢٩ ٤١ ٥٧ ٥١] يحصل العمود [٧٤] .

وإذا أخذنا « ١٠٣ » ثلث مربع ضلع واحد ، ونأخذ جذره يحصل نصف قطر دائرة أحاطت به ، وتماس زواياه[٧٥] .

وإذا اخذنا نصف سدس مربع ضلع واحد ، ونحصل جذره فهو العمود الخارج من مركزه إلى منتصف ضلعه[٧٦] ، ويكون فى هذا المثلث مركز الدائرة الداخلة المماسة لأضلاعه والخارجة المماسة لزواياه واحداً بخلاف مختلف الأضلاع .

الباب الثانى

فى مساحة دور الأربعة الأضلاع وما يتعلق بها ، ويشتمل على خمسة فصول :

الفصل الأول فى التعريفات : ذو أربعة أضلاع سطح يحيط به اربعة خطوط مستقيمة ، وهو ينقسم[1] إلى متساوى الأضلاع ، ومختلفها ، ومتساوى الزوايا ومختلفها فتصير أربعة أنواع :

الأول : متساوى الأضلاع والزوايا ويسمى مربعا .

والثانى : متساوى الزوايا ومختلف الأضلاع ويسمى مستطيلا ، وهما متشاركان فى تساوى القطرين ، أعنى الخطين الواصلين بين كل زاويتين متقابلتين .

والثالث : متساوى الأضلاع مختلف الزوايا ويسمى معينا ، وهو مع الأول يشترك فى تقاطع القطرين على قوائم ، والثلاثة فى توازى الأضلاع .

والرابع : مختلف الأضلاع والزوايا ، وهو إما أن يكون كل ضلعين متقابلين منه متوازيين متساويين ، لكن غير مساويين للآخرين : سمى بشبيه المعين[٧٧] ، وهو مشارك للثلاثة الأولى فى توازى الأضلاع .

وإما ان يكون ضلعان منه متوازيين ، والآخران غير متوازيين ، سمى بذى الزنقة وذى الجناح ، وهو ثلاثة(٢) أنواع .

الأول ذو زنقة واحدة ، وهو ما كان أحد الضلعين الغير المتوازيين عمودا على المتوازيين .

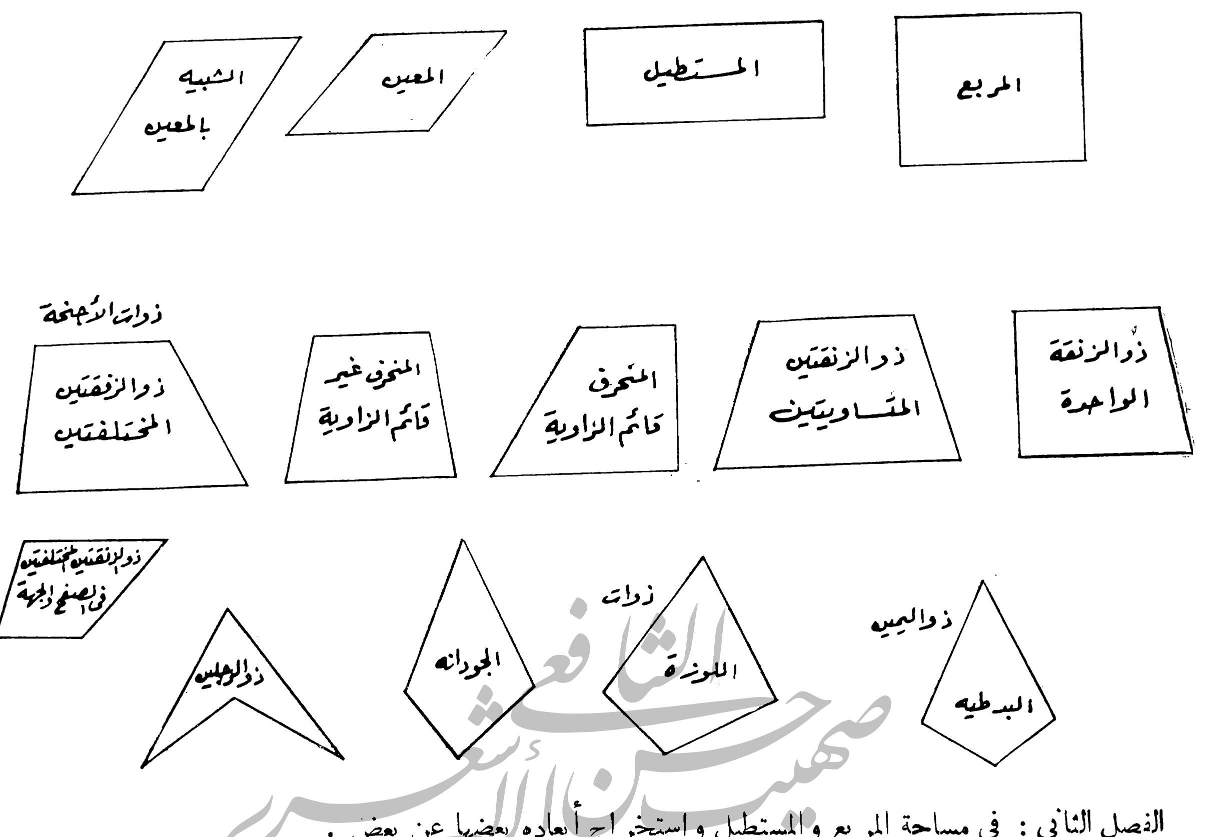
الثانى ذو زنقتين متساويتين وهو ما يتساوى فيه الضلعان الغير المتوازيين .

الثالث مختلف الزنقتين وهو ما كان فيه الضلعان الغير المتوازيين غير متساويين ، ولا يكون أحدهما عمودا على المتوازيين ، وقد يكون هذا الاختلاف فى الجهة ايضا ، وإما أن يكون فيه ضلعان متجاوران متساويان ، وكذا الآخران ، والأولان يخالفان الآخرين ، ووقع تقاطع قطريه فى داخله ، يسمى بذى اليمينين ، ويكون فيه لا محالة زاويتان متقابلتان متساويتان فقط ، إما قائمتان فيسميه البناءون باللوزة ، وإما منفرجتان ويسميه النجارون بجودانه ، وإما حادتين ونسميه الباطية .

(١) فى ت ينحصر

(٢) فى ت أربعة

ويتقاطع قطرا هذه الثلاثة على قوائم ، كالمربع والمعين ، وتمام ذى اليمينيين إلى المعين نسميه بذى رجلين وما لم يكن على هذه الأشكال سمى منحرفا ، وهو إما أن[1] يكون إحدى زواياه قائمة سمى منحرفاً قائم الزاوية ، وإلا فغير قائم الزاوية ، وهذه صورها .



الفصل الثانى : فى مساحة المربع والمستطيل واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

أما المساحة فتحصل بضرب الطول فى العرض ، أعنى أحد الأضلاع فيما يجاوره .

طريق آخر : نضرب أحد قطريه فى العمود الخارج عن إحدى الزاويتين الباقيتين عليه ، وذلك فى المربع يكون نصف القطر ، إما باستخراج أبعاده بعضها من بعض ، فنأخذ جذر مجموع مربعى الضلعين المتجاورين فهو القطر ، فيكون قطر المربع مثلى مربع ضلعه ، وأن[2] نضرب ضلع المربع فى ا كدنا ـــ رمو خامسة يحصل قطره .

ولو نقسم القطر عليه ، أو نضربه فى نصفه أعنى فى مب كه له حـح خامسة [٤٢ ٢٥ ٣٥ ٣ ٥٨] يحصل ضلعه [٧٨] واستخراج العمود الخارج عن زاوية المستطيل على قطره كاستخراج عمود المثلث .

الفصل الثالث : فى مساحة المعين وذوات اليمنيين ، واستخراج ابعادها بعضها عن بعض .

أما المساحة فتحصل بضرب أحد القطرين فى نصف الآخر ، ويشترك فيه المربع ، ويختص بمساحة المعين

---

(1) فى ل فان كان

(2) فى ت ولو نضرب .

أن ينقص مربع الفضل بين نصفى القطرين عن مربع أحد أضلاعه ، فيكون الباقى مساحته .

مثاله :

معين يكون كل واحد من أضلاعه عشرة ، وقطره الأول ستة عشر ، وقطره الأقصر اثنى عشر ، فإذا ضربنا ستة فى ستة عشر حصلت المساحة وهي ستة وتسعون ، وإذا أخذنا تفاضل نصفى القطرين وهو اثنان ونقصنا مربعه ، وهو اربعة عن مربع أحد أضلاعه وهو ماية بقى أيضاً ستة وتسعون .

ويختص بمساحة ذوات اليمنيين أن تنقص مجموع مربعى التفاضل بين نصف قطره الذى ينصف بالآخر . وبين كل واحد من (ضلعيه الأقصرين[1] عشرة ومن الأطولين من) قسمى الآخر اللذين ينفصلان بالقطر الأول عن مجموع مربعى الضلعين المختلفين ، وتنصف الباقى فهو المساحة [٨٠]

مثاله :

فى ذى اليمنيين يكون كل واحد من ضلعيه الأقصرين عشرة ، ومن الأطولين سبعة عشر ، وقطره الأقصر ستة عشر ، والأطول إحدى وعشرين ، فاذا ضربنا الثمانية فى ٢١ تحصل المساحة ١٦٨ ، فإذا أخذنا فضل نصف قطره الأقصر على كل واحد من قسمى الأطول كان أحدهما ٢ والآخر ٧ كما ظهر فى المثلث الأول فى الفصل الثانى من الباب الأول[٨١]

وسيظهر أيضاً هاهنا فى استخراج الأبعاد ، جمعنا مربعيهما كان ٥٣ نقصناه عن مجموع مربعى الضلعين المختلفين وهو ٣٨٩ بقى ٣٣٦ نصفناه صار ١٦٨ وهو المساحة موافقا للحساب الأول .

وما كانت زاويتان منه قائمتين تحصل مساحته بضرب أحد الضلعين المختلفين فى الآخر .

واما استخراج أبعادها بعضها عن بعض ، نضرب جيب نصف إحدى زوايا المعين فى أحدالضلعين المحيطين بها وتقسم الحاصل على ستين ، فما خرج فهو نصف القطر الذى يوتر تلك الزاوية ، وكذا الحكم فى ذوات اليمنين إذا عمل باحدى زاويتيها المختلفتين لا المتساويتين ، ذلك العمل وضعف الخارج من[2] القسمة هو القطر الموتر لتلك الزاوية ، أعنى الواصل بين الزاويتين المتساويتين .

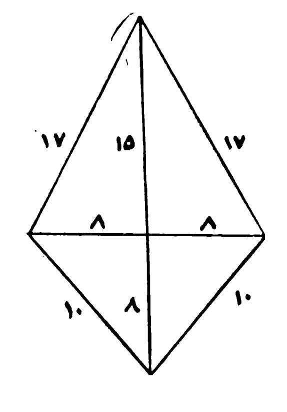
وإن أردنا استخراج القطر الواصل بين الزاويتين المختلفتين ، نأخذ نصف تمام كل واحدة من الزاويتين المختلفتين ، ونضرب جيبه فى الضلع المحيط بتلك الزاوية ، ونقسم الحاصل على ستين ، ليخرج كل واحد من قسمى القطر المذكور نجمعها ليحصل القطر [٨٢] .

وإن كان أحد قطرى المعين معلوما ، فننقص مربع نصفه عن مربع احد اضلاعه ، يبقى مربع نصف قطره الآخر ، وإن كان القطر الواصل بين الزاويتين المتساويتين لذوات اليمنين معلوما ننقص مربع نصفه عن كل واحد من مربعى الضلعين المختلفين ليبقى كل واحد من مربعى قسمى قطره الأقصر[3] الآخر .

(١) هذه الجملة غير موجودة فى ت .
(٢) فى ت خارج القسمة .
(٣) الأقصر ليست موجودة فى ت .

مثاله :

فى ذى اليمينين المذكور كان نصف قطره الأصغر ٨ مربعه ٦٤ نقصناه تارة عن مربع ضلعه الأصغر وهو ١٠٠ بقى ٣٦ جذره ٦ وهو أصغر قسمى قطره الأطول ، ونقصناه اخرى عن مربع ضلعه الأطول وهو ٢٨٩ بقى ٢٢٥ جذره ١٥ وهو اطول قسميه ، وإن كان قطره الواصل بالزاويتين المختلفتين معلوما فهى تصير بذلك القطر مثلثين ، فيحصل نصف قطره الآخر كما حصلنا عمود المثلث .



الفصل الرابع : فى مساحة الشبيه بالمعين وذوات الزنقة واستخراج الأبعاد بعضها عن بعض .

أما المساحة فتحصل بضرب العمود الخارج من إحدى زواياه على أحد المتوازيين فى نصف مجموع المتوازيين اللذين وقع العمود عليهما ، ويشترك فيه المعين أيضاً ، وأما معرفة العمود فيها إما بعمل اليد ، فعلى قياس ما مرفى المثلث ، وأما بالحساب فى ذى الزنقتين المتساويتين فنأخذ جذر التفاوت بين مربع نصف تفاضل المتوازيتين ومربع أحد الآخرين ، وفى ذى الزنقة واحدة هو أقصر الضلعين اللذين ليسا بمتوازيين وهو مساو لجذر التفاضل بين مربع الضلع الأعظم من الضلعين المذكورين ومربع تفاضل المتوازيين .

وفى الزنقتين المختلفتين إذا كانت الزاوية التى يحيط بها أطول المتوازيين وأقصر الآخرين حادة ، أعنى يكون جناحاه فى جهة واحدة يحصل العمود كما حصل فى المثلث ، أى نسقط أقصر المتوازيين ومثله فى الأطول ليصير كمثلث ، ونجعل الباقى قاعدة المثلث ، ونحصل العمود بوجه من الوجوه المذكورة فى المثلث ، وهذا الطريق شامل لجميع أنواع ذوات الزنقة وفيما لا يكونان فى جهة واحدة[٨٣] وفى الشبيه بالمعين إن كانت إحدى زواياه معلومة نضرب جيب تلك الزاوية فى أقصر الضلعين المحيطين بها منحطا ، فما حصل فهو العمود كما ذكرنا فى المثلث .

وأن نضرب جيب تلك الزاوية فى الشبيه بالمعين فى أطول الضلعين المحيطين بها منحطا ، ليحصل العمود الواقع على أقصر الضلعين ، وإن لم تكن معلومة فلا مخلص سوى عمل اليد .

الفصل الخامس : فى مساحة ذى الرجلين والمنحرف ، نصل بين زاويتين متقابلتين منه خطاً مستقيما ليصير مثلثين ونجسمهما ، ونجمع الحاصلين فهو المراد ، ويشترك فيه جميع أنواع ذوات الأربعة الأضلاع[٨٤]،(١) وما يخص بذى الرجلين أن نصل بين زاويتى رجليه خطا مستقيما ، ونمسح المثلث الأصغر الحادث وننقصه عن مساحة المثلث الأعظم ، فما بقى فهو المراد ، أو نضرب نصف ذلك الخط فى الخط الواصل بين زاويتيه الباقيتين .

وما قيل فى مساحة الشكل المسمى نقشا(٢) وهو يضاً منحرف اليس بصحيح فلا نورده[٨٥] ، وأما استخراج أبعاده ان كان بعض زواياه معلوما فيحصل بعض الأبعاد على قياس المثلث بعد تقسيمه بمثلثين وإلا يحصل الأعمدة بعمل اليد على ما سبق .

(١) فى ل وما يختص .

(٢) [فى لِ نقشا ولا ندرى ماهو المقصود بذلك]

الباب الثالث

فى مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة ، وما يتعلق بها ، ويشتمل على خمسة فصول .

الفصل الأول : فى التعريف .

ذو الأضلاع الكثيرة سطح يحيط به خطوط مستقيمة أكثر من أربعة كالمخمس والمسدس والمسبع والمثمن وما بعدها ، وهو إما متساوى الأضلاع والزوايا ، وإما مختلف فيهما ، وإما إحداهما متساوية والأخرى مختلفة ، وقد يمكن أن نرسم فى الأول دائرة تماس جميع أضلاعه ، وكذا فى بعض من الثانى .

الفصل الثانى : فى المساحة عموما واستخراج الأبعاد بعضها عن بعض .

أما المساحة فما يعم الجميع هو أن نقطعها بمثلثات ونمسحها ونجمع الجملة .

نوع آخر : إن أمكن أن نرسم فى داخله دائرة بحيث يماس جميع أضلاعه ، وهى فى المتساوى الأضلاع يماس منتصف جميع اضلاعه ، فيضرب نصف قطر تلك الدائرة فى نصف جميع الأضلاع يحصل المساحة ، وأما استخراج نصف قطر هذه الدائرة إما بعمل اليد أن ننصف زاويتين فيه بخطين متلاقيين ، فموضع التقاطع مركز تلك الدائرة نخرج منه عموداً على أحد أضلاعه ونمسحه .

وأما بالحساب نضرب جيب نصف إحدى زواياه فى جيب تمام نصف زاوية أخرى التى تكون مجاورة للأولى ونقسم الحاصل على جيب نصف الزاوية الثانية . فما خرج نزيده على جيب تمام نصف الزاوية الأولى ونقسم على المجموع مضروب جيب نصف الزاوية الأولى فى مقدار الضلع الذى وقع بين الزاويتين ، فما خرج فهو مقدار نصف قطر تلك الدائرة بالأجزاء التى يكون الضلع بها معلوما[٨٥] .

الفصل الثالث : فيما يختص بمتساوى الأضلاع والزوايا غير ما سبق ، واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

أما المساحة فيضرب مربع ضلع واحد من المخمس فى ا مح يح مح ر ح خامسة (١ ٣ ٤[1] ١٣ ٤٣ ٨٧) ، والمسدس فى ب له يح د كر مد خامسة (٢ ٣٥ ٥٣ ٤٤ ٢٧ ٤٢) ، والمسبع فى ح لح ب هو م خامسة (٣ ٣٨ ٢ ٥ ١٨ ٤٠) ، والمثمن فى د مط مب ك يه لب خامسة (٤ ٤٩ ٤٢ ٢٠ ١٥ ٣٢) ، والمتسع فى و ى ند لد يح يو خامسة (٦ ١٠ ٥٤ ٣٤ ١٨ ١٦) ، والمعشر فى ر ما لط ط و له خامسة (٧ ٤١ ٣٩ ٩ ٦ ٣٥) ، وذى إثنتى عشر ضلعا فى يا يا مو ح نه لد خامسة (١١ ١١ ٤٦ ٨ ٥٥ ٢٤) ، وذى خمسة عشر ضلعا فى يز لح لب ل كح . يط خامسة (١٧ ٣٨ ٣٢ ٣٠ ٢٣ ١٩) ، وذى خمسة عشر ضلعا فى ك و لح ما يز يو خامسة (٢٠ ٦ ٣٣ ٤١ ١٧ ١٦) ، وذى ستة عشر ضلعا فى ك و لح ما يط يو خامسة (٢٠ ٦ ٣٣ ٤١ ١٩ ١٦) ليحصل مساحة ذلك المضلع .

---

(١) وضعنا الأعداد أمام الرقوم الهندية المقارنة ولكن المخطوطان خاليين من هذه الأعداد .

وهذه الأعداد هي أمثال مربع ضلع واحد وأجزائه لذلك المضلع :

وقد وضعناها بالأرقام والكتابة معاً فى أصفافها فى جدول ، إذ لو وقع عند نقل النسخة منه غلط لسهل تصحيحه ، لارتباط بعضها ببعض ، وأيضاً حولنا هذه المقادير إلى الرقوم الهندية ، لكن ليس بتلك الدقة بل أخذنا الكسور كلها من مخرج واحد ، وهو ألف ألف[٨٦] ليكون على حساب المنجمين ، إذ يحصل للصحيح أعشار ، ثم للأعشار أعشار ، وهى التى سميناها بثانى الأعشار ثم لاعشاره بثالث الأعشار وهكذا إلى سادس الأعشار ، ووضعنا هذه المقادير أيضاً فى جدول آخر بالأرقام والكتابة والتضعيف أيضاً كما وضعنا فى الجدول الأول والجدول هذا .

جدول نسبة مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة إلى مربع ضلع واحد من ذلك المضلع بالأرقام الستينية

		المثلث	المخمس	المسدس	المسبع	المثمن	المتسع	المعشر	ذو أحد عشر ضلعا	ذو اثني عشر ضلعا	ذو ثلاثة عشر ضلعا
أصفافها	خوامس	نز	ح	مد	م	نب	يو	نه	كد	يد	يو
	روابع	مز	ز	كد	نج	يه	كج	و	نه	كج	يز
	ثوالث	ن	مج	د	ه	يح	كد	ط	ج	ل	ما
	ثوانى	نح	يج	نج	ب	مب	نד	كز	مو	كب	كج
	دقائق	كه	مج	له	لح	مط	ي	ما	كا	يا	و
	أجزاء	٠	ا	ب	ج	د	و	ز	ط	يا	يج
أسماء أرقامها بالكتابة	خوامس	سبعة وخمسون	ثمان	أربعة وأربعون	أربعون	اثنان وخمسون	ستة عشر	خمسة وخمسون	أربعة وعشرون	أربع عشرة	ست عشرة
	روابع	سبعة وأربعون	سبعة	أربعة وعشرون	ثلاثة وخمسون	خمس عشرة	ثلاثة وعشرون	ست	خمسة وخمسون	ثلاثة وعشرون	سبع عشرة
	ثوالث	خمسون	ثلاثة وأربعون	أربع	خمسة	ثمانية عشر	أربعة وعشرون	تسع	ثلاث	ثلاثون	أحد وأربعون
	ثوانى	ثمانية وخمسون	ثلاثة عشر	ثلاثة وخمسون	اثنان	اثنان وأربعون	أربعة وخمسون	سبعة وعشرون	ستة وأربعون	اثنان وعشرون	ثلاثة وعشرون
	دقائق	خمسة وعشرون	ثلاثة وأربعون	خمسة وثلاثون	ثمانية وثلاثون	تسعة وأربعون	عشرة	إحدى وأربعون	واحد وعشرون	أحد عشر	ست
	أمثال ضلع واحد	صفر	واحد	اثنان	ثلاثة	أربعة	ستة	سبعة	أحد عشر	سبعة عشر	عشرون
مساحة ذوى الأضلاع الكثيرة	خوامس	س	ح	مه	لب	ه	لا	ي	مح	ح	ه
	روابع	مه	ب	كو	مج	ه	مح	و	نه	مز	كط
	ثوالث	ه	يح	ز	ه	كا	لع	كط	ح	ل	كه
	ثوانى	مه	يح	يه	ب	د	مع	كط	مه	د	يج
	دقائق	كو	يح	كه	يب	كط	يا	كه	ب	يب	ه
	أجزاء	٠	ا	ب	ز	ب	ز	و	ب	ا	يا
ذوات الأضلاع المتساوية		المثلث	المخمس	المسدس	المسبع	المثمن	المتسع	المعشر	ذو أحد عشر ضلعا	ذو اثني عشر ضلعا	ذو ثلاثة عشر ضلعا

مثاله :

أردنا أن نمسح مسدسا متساوى الأضلاع ، كل ضلع منه عشرون ذراعا ونصف ذراع ، وضعناه هكذا :

كل [٢٠ ٣٠] ربعناه صار ر : نه دقيقة [٧ صفر ١٥] ، ضربناه فى ب له يح ر كر مب [٢ ٣٥ ٥٣ ٤ ٢٧ ٤٢] خامسة حصلت المساحة هكذا :

وإن فرضنا كل ضلع منه ألفا ومايتين وثلاثين ذراعا ، لكان الحاصل أيضا تلك الأرقام بعينها ، لكن الرقم الرابع وهو كط يكون ذراعا ، وما يمينه مرفوعاته والباقى كسوره وقس عليه .

الصحاح		الكسور					
مرفوعة مرة	ذراع	دقائق	ثوانى	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس
يح	يا	ن	كط	ل	صفر	نه	ل
١٨	١١	٥٠	٢٩	٣٠	٠	٥٥	٣٠

مثـــاله :

فى المساحة المذكورة بالأرقام الهندية أخذنا نصف ذراع ، الذى مع ذرعان ضلع واحد من مخرج العشرة فكان خمسة وضعناها على يمين العشرين هكذا ، ضربناه فى هذا العدد حصل هكذا :

كسور	صحاح	ربعناه صار	كسور	صحاح
٥	٢٥		٢٥	٤٢٠

صحاح	كسور
٢	٥٩٨٠٧٦
صحاح	كسور
١٠٩١	٨٤١٠٧٩

وإذا فرض كل ضلع منه مايتان وخمسة أذرع فيكون الحاصل هذه الأرقام أيضا بعينها ، لكن الأربعة تكون آحادها . أعنى يكون الصحاح ١٥٩١٨٤ والأرقام الباقية كسوراً ، واعلم أن كل متساوى الأضلاع والزوايا سوى المربع إذا كان ضلعه منطقا فهو غير منطق بمساحته .

وأما استخراج الأبعاد فمنها استخراج نصف قطر الدائرة المذكورة ، أعنى التى وقعت فى المضلع وتماس أنصاف أضلاعه إما بعمل اليد بأن نصل فيما كان عدد أضلاعه زوجا بين منتصفى الضلعين المتقابلين بخط مستقيم ، فنصف ذلك الخط يكون نصف قطر الدائرة المطلوبة ، وفيما كان عدد أضلاعه فردا نصل بين منتصف أحد أضلاعه والزاوية المقابلة ثم بين منتصف ضلع آخر والزاوية المقابلة لهذا الضلع .

فمن تقاطع الخطين إلى منتصف الضلع يكون نصف قطر الدائرة المذكورة ، والتقاطع هو مركزها ، وأما بالحساب وهو أن نقسم مائة وثمانين دائما(١) على عدد الأضلاع فما خرج ناخذ جيبه وجيب تمامه ثم نضرب نصف ذرعان ضلع واحد فى جيب تمامه تارة وفى ستين أخرى .

(١) فى ث وأما .

جدول تلك النسبة بالأرقام الهندية

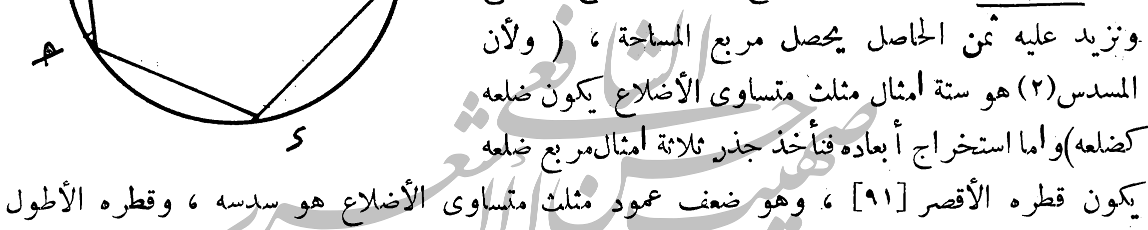
ذوات الأضلاع المتساويات	مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة: سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الأعشار	الأجزاء	إذا كان ضلع واحد من ذوات الأضلاع الكثيرة ألف فيكون مربع ضلع واحد ألف ألف وتكون مساحة	ضعفها: سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الأعشار	الصحاح	
المثلث	٢	١	٠	٣	٣	٤	٠	المثلث أربعماية وثلاثة وثلاثين ألفا واثني عشر بتلك الأجزاء ومساحة	٥	٢	٠	٦	٦	٨	٠	
المخمس	٧	٧	٤	٠	٢	٧	١	المخمس مثل مربع ضلع واحد وسبعماية وعشرين ألفا وأربعماية وسبعة وسبعين بها	٥	٥	٩	٠	٤	٤	٣	
المسدس	٦	٧	٠	٨	٩	٥	٢	مساحة المسدس مثلي مربع ضلع واحد وخمساية وثمانية وتسعين ألفا وستة وسبعين بها ومساحة	٢	٥	١	٦	٩	١	٥	
المسبع	٤	١	٩	٣	٣	٦	٣	السبع ثلاثة أمثال مربع ضلع واحد وستماية وثلاثة وثلاثين ألفا وتسعماية وأربعة عشر بها ومساحة	٨	٢	٨	٧	٦	٢	٧	
المثمن	٨	٢	٤	٨	٢	٨	٤	المثمن أربعة أمثال مربع ضلع واحد وثمانماية وثمانية وعشرين ألفا أربعماية وسبعة وعشرين بها ومساحة	٦	٥	٨	٦	٥	٦	٩	
المتسع	٥	٢	٨	١	٨	١	٦	المتسع ستة أمثال مربع ضلع واحد ومائة واحدى وثمانين ألفا وثمانماية وخمسة وعشرين بها ومساحة	٠	٥	٦	٣	٦	٣	٢	١
المعشر	٩	٠	٩	٤	٩	٦	٧	المعشر سبعة أمثال مربع ضلع واحد وستماية أربعة وتسعين ألفا وتسعماية وتسعة بها ومساحة	٨	١	٨	٩	٨	٣	٥	١
ذو اثني عشر ضلعا	٢	٥	١	٦	٩	١	١١	ذي اثني عشر ضلعا احد عشر مثلا لمربع ضلع واحد ومائة وستة وتسعين ألفا ومائة واثنين وخمسون	٤	٠	٣	٢	٩	٣	٢	٢
ذو خمسة عشر ضلعا	٣	٦	٣	٢	٤	٦	١٧	ومساحة ذى خمسة عشر ضلعا سبعة عشر مثلا لمربع ضلع واحد وستماية واثنين وأربعين ألفا وثلاثماية وثلاثة وستين بها	٦	٢	٧	٤	٨	٢	٥	٣
ذو ستة عشر ضلعا	٨	٥	٣	٩	٠	١	٢٠	ومساحة ذى ستة عشر ضلعا عشرين مثلا لمربع ضلع واحد ومائة وتسعة آلاف وثلاثماية وثمانية وخمسين بتلك الأجزاء	٦	١	٧	٨	١	٢	٠	٤

ونقسم كل واحد على جيبه خرج من الأول مقدار نصف قطر الدائرة الداخلة[٨٧] ، ومن الثانى نصف قطر الدائرة الخارجة أعنى التى تماس زوايا الشكل ، ويقال لها القطر الأقصر والأطول .

نوع آخر : نقسم مساحة المضلع على نصف مجموع أضلاعه فما خرج فهو نصف القطر الأقصر(١) ومنها استخراج الضلع ، فإن كان نصف القطر الأول أو الأقصر معلوما وكان الضلع مجهولا ، نضرب ما كان فى الجيب المذكور ونقسم الحاصل على جيب تمامه إن كان المعلوم نصف قطر الأقصر وعلى ستين إن كان نصف قطر الأطول فما خرج نضعفه ليحصل الضلع .

نوع آخر : إن كانت المساحة معلومة نقسمها على أرقام ذلك الضلع ونأخذ جذر الخارج يحصل المطلوب[٨٨]

الفصل الرابع : فيما يختص بالمسدس المتساوى الأضلاع والزوايا غير ما سلف :



أما المساحة فنضرب مال مال احد اضلاعه فى سبعة وعشرين وننصف جذر الحاصل فهو المساحة[٨٩] .

نوع آخر : نضرب مال مال نصف قطر الدائرة الداخلة فى اثنى عشر ، ونأخذ جذر الخارج فهو المطلوب[٩٠]

طريق آخر : نضرب مكعب ضلع واحد فى مجموع الأضلاع ونزيد عليه ثمن الحاصل يحصل مربع المساحة ، (ولأن المسدس(٢) هو ستة امثال مثلث متساوى الأضلاع يكون ضلعه كضلعه) واما استخراج أبعاده فنأخذ جذر ثلاثة امثال مربع ضلعه يكون قطره الأقصر [٩١] ، وهو ضعف عمود مثلث متساوى الأضلاع هو سدسه ، وقطره الأطول ضعف ضلعه .

الفصل الخامس : فيما يختص بالمثمن المتساوى الأضلاع والزوايا غير ما مر واستخراج أبعاده .

اما المساحة فننقص مربع ضلعه عن مربع قطره الأقصر بقيت مساحته[٩٢] .

طريق آخر : نضعف مربع أحد أضلاعه ، ونزيد عليه حاصل ضرب جذره فى ضعف أحد أضلاعه فهو المطلوب

وأما استخراج أبعاده فنضعف مربع أحد أضلاعه ، ونزيد جذره على أحد أضلاعه يحصل قطره الأقصر وإذا كان قطره الأقصر معلوما ، والضلع مجهولا فيضعف مربع قطره الأقصر ، ونأخذ جذر الحاصل وننقص منه قطره الأقصر فيما يلى فهو ضلع منه[٩٣] .

---

(١) فى ت الأصفر .

(٢) هذه الجملة غير موجودة فى ت وبدلا منها حاشيه عن المخمس .

الباب الرابع

« فى مساحة الدائرة وأبعاضها »

أعنى القطعة والقطاع والحلقة وغير ذلك وما يتعلق بها ، وهو يشتمل على خمسة فصول :

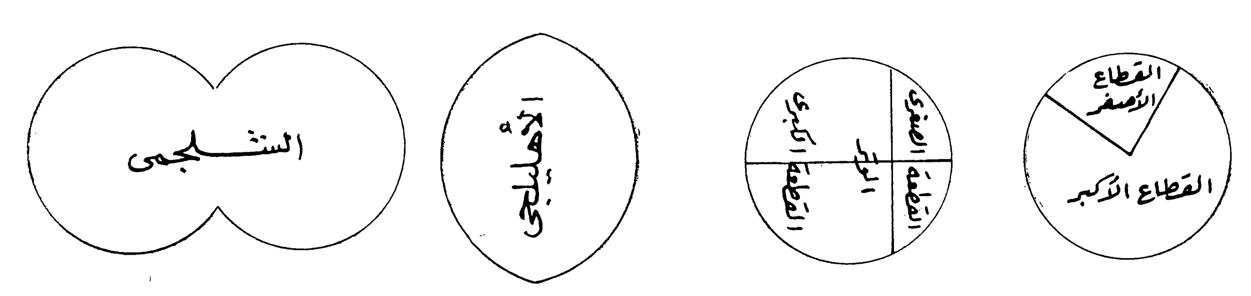
الفصل الأول : فى التعريف . الدائرة سطح مستو يحيط به خط مستدير ، فى داخله نقطة تكون جميع الخطوط المستقيمة الخارجة عنها إليه متساوية ، وذلك الخط محيطها ، وتلك النقطة مركزها ، والخطوط الخارجة أنصاف أقطارها ، وكل خط مستقيم يقطع الدائرة بقسمين ، فيقال لما وقع منه فيها وتر ، وما يفرز من المحيط قوس قطاع الدائرة سطح يحيط به قوس من محيط الدائرة ، وخطان متساويان هما نصف قطر تلك الدائرة يلتقيان عند مركزها .

قطعة الدائرة سطح يحيط به قوس أقل من النصف أو أكثر ، وخط مستقيم واصل بين طرفى القوس أعنى وتر تلك القوس .

ويقال قاعدة القطعة ونصف وتر القوس جيب لنصف ذلك القوس ، والعمود الخارج من منتصف القوس على منتصف الوتر سهم لتلك القوس عند بعض ، ولنصف القوس عند الأكثرين[٩٤] .

الأهليلجى هو المحاط بقوسين متساويين ، كل منهما أصغر من نصف المحيط .

وإن كان متساويين عن دائرتين أكثر ، فنسميه بالشلجمى[٩٥] وصورتها هكذا :

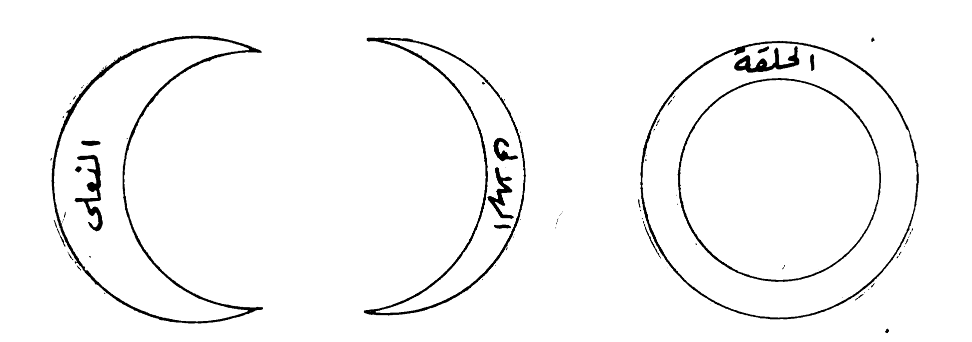


الحلقة المسطحة هى سطح يحيط به محيطا دائرتين مركزهما واحد ، وإذا قطعت بخطين مارين بالمركز فيسمى كل واحد من قطعتيهما بقطعة الحلقة .

الهلالى سطح يحيط به قوسان ليستا أكثر من النصف من دائرتين اما متساويتين أو مختلفتين ، محدبها إلى جهة واحدة ، وإن كان كل واحدة(١) منهما أكثر من النصف يسمى نعليا هكذا :

---

(١) فى ت كل واحد من القوسان أكثر من النصف .



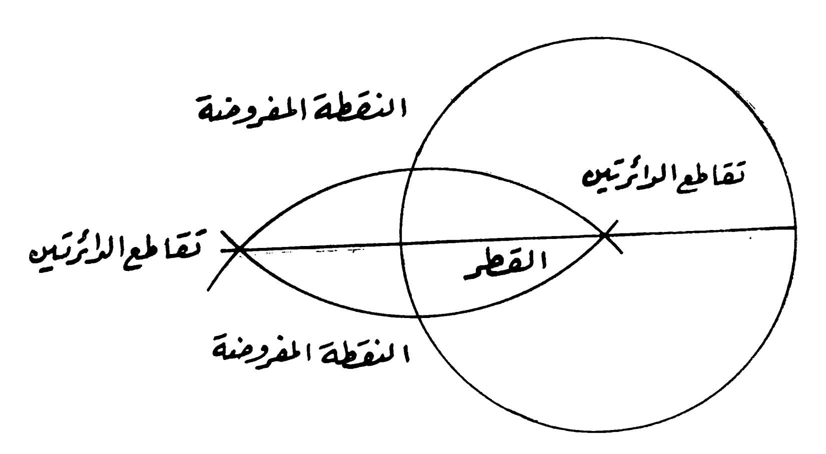
الفصل الثاني : فى مساحة الدائرة واستخراج المحيط عن القطر وبالعكس ، ولنقدمه فى هذا الفصل ثم نشرع فى المساحة :

اعلم أن المحيط ثلاثة أمثال القطر وكسر ، وهو أقل من سبع القطر ، لكن القوم أخذوه سبعا لسهولة الحساب ، وقال أرشميدس إن ذلك الكسر أقل من السبع وأكثر من عشرة أجزاء من أحد وسبعين ، وعلى ما حصلناه ، وذكرناه فى رسالتنا المسماة بالمحيطية ه حـ ح كط مد ثالثة ، بعد طرح الروابع ، وما بعدها إذا كان القطر واحدا .

وهذا أدق من حساب أرشميدس بكثير على ما بيناه فى الرسالة المذكورة ، وأقرب منه إلى الصواب لكنه لا يعرفه بالحقيقة إلا الله تبارك وتعالى[٩٦] ، فإذا كان قطر دائرة معلوما ، ومحيطها مجهولا نضرب القطر « ١١٦ » فى ذلك العدد ليحصل المحيط .

وإن كان بالعكس نقسم المحيط على ذلك ، العدد ليخرج القطر .

وإن كانا مجهولين نضع على المحيط نقطتين كيف اتفق ، وندير عليها دائرتين متساويتين بحيث يتقاطعان ، ونصل بين هذين التقاطعين خطا مستقيما ، ونخرجه إلى أن يصل إلى المحيط فى الجهتين فهو القطر هكذا .



وإن كانت المساحة معلومة نضربها فى مد ، ونقسم الحاصل على ما ، ونأخذ جذر الخارج فهو القطر ، أو نضربها فى السبعة ، ونقسم الحاصل على كب ، ونأخذ جذر الخارج فهو نصف القطر وهما بحساب المشهور ،

وأما بحسابنا(١) نقسم المساحة على حـ ح كط مد ثالثة ، [ونأخذ جذر الخارج وهو نصف القطر ، ولو نقسم(٢) المساحة على] صفر مر ر كو ثالثة ، ونأخذ جذر الخارج فهو القطر[٩٧] .

ولنا حيلة فى تحصيل ذرعان المحيط ، هى أن ينطبق خيطا عليها ، ثم نمسح الخيط أو نضع أحد رأسى الذراع على نقطة من المحيط ، ونحرك الذراع بحيث يماس جزء فجزء منه على محيطها ، إلى أن يمسح الجميع .

وأما المساحة فنضرب نصف القطر فى نصف المحيط يحصل المساحة .

نوع آخر : نضرب مربع نصف القطر فى نسبة المحيط إلى القطر ، أعنى فى ثلاثة وسبع بحساب المشهور ، أو بأن نضربه فى ٢٢ وتقسم الحاصل على سبعة ، وبحسابنا فى حـ ح كط مد ثالثة ، فما خرج فهو المساحة .

طريق آخر : نضرب مربع القطر فى أحد عشر ، ونقسم الحاصل على أربعة عشر ، فما خرج فهو المساحة بحساب المشهور ، وبحسابنا نضربه فى صفر مر ر كو ثالثة ، وهو نسبة المساحة إلى مربع القطر يحصل المطلوب ، وهذا العدد ربع العدد الأول ، لأن نسبة مساحة الدائرة إلى مربع نصف القطر كنسبة العدد الأول وهو حـ ح كط مد ثالثة إلى الواحد ، ونسبة مربع نصف القطر إلى مربع القطر هى نسبة الربع .

وقد وضعنا حواصل ضروب هذين العددين فى الأرقام الستينية فى جدول لسهولة العمل ، وحولناها أيضا إلى الرقوم الهندية ، والجداول هذه .

[حاشية(٣) : لأن نسبة الواحد إلى حـ ح كط مد كنسبة مربع نصف القطر إلى مساحة الدائرة ، وذلك لأن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة الواحد إلى حـ ح كط مد بحساب المصنف دام ظله ، فإذا فرضنا دائرة يكون نصف محيطها [حـ ح كط مد] فيكون نصف قطرها بتلك الأجزاء واحدا ومساحتها أيضا حـ ح كط مد ، لأن حاصل ضرب نصف القطر فى نصف المحيط يكون مساحة الدائرة ، وكان لنصف القطر واحدا ، ولما كان نصف القطر واحدا يكون مربعه أيضا واحدا ، فتكون نسبة مربع نصف القطر إلى مساحة الدائرة كنسبة الواحد إلى حـ ح كط مد ، فإذا ربعنا قطر تلك الدائرة يكون مربع نصف القطر ربع ذلك المربع ، فربع القطر أربعة أمثال مربع نصف القطر ، فيكون نسبة مربع القطر إلى مساحة الدائرة وهو حـ ح كط مد كنسبة الأربعة إلى حـ ح كط مد ، ونسبة الأربعة إلى حـ ح كط مد كنسبة الواحد إلى ربع حـ ح كط مد وهو صفر مر ر كو ثالثة ، فيكون نسبة مربع القطر إلى مساحة الدائرة كنسبة الواحد إلى صفر مر ر كو وعلى هذا القياس بحساب المشهور يكون نسبة مربع نصف القطر إلى مساحة الدائرة كنسبة الواحد إلى ربع ثلاثة] .

---

(١) هنا حاشية فى ل لا معنى لها

(٢) هذه الجملة غير موجودة فى ت

(٣) هذه الحاشية موجودة فى ت فقط وأكبر الظن أنها من عمل الناسخ

جدول تضاعيف نسبة المحيط إلى القطر

القطر	المحيط: مجموع	أجزاء	دقائق	ثوان	ثوالث	القطر	المحيط: مجموع	أجزاء	دقائق	ثوان	ثوالث
ا	صفر	ج	ح	كط	مد	لا	ا	لز	كج	كا	مد
ب	٠	و	يو	نط	كح	لب	ا	م	لا	نا	كح
ج	٠	ط	كه	كط	يب	لج	ا	مج	م	كا	يب
د	٠	يب	لج	نح	نو	لد	ا	مو	مح	ن	نو
ه	٠	يه	مب	كح	م	له	ا	مط	نز	ك	م
و	٠	يح	ن	نح	كد	لو	ا	نج	ه	ن	كد
ز	٠	كا	نط	كح	ح	لز	ا	نو	يد	ك	ح
ح	٠	كه	ز	نز	نب	لح	ا	نط	كب	مط	نب
ط	٠	كح	يو	كز	لو	لط	ب	ب	لا	يط	لو
ي	٠	لا	كد	نز	ك	م	ب	ه	لط	مط	ك
يا	٠	لد	لج	كز	د	ما	ب	ح	مح	يط	د
يب	٠	لز	ما	نو	مح	مب	ب	يا	نو	مح	مح
يج	٠	م	ن	كو	لب	مج	ب	يه	ه	يح	لب
يد	٠	مج	نح	نو	يو	مد	ب	يح	يج	مح	يو
يه	٠	مز	ز	كو	صفر	مه	ب	كا	كب	يح	صفر
يو	٠	ن	يه	نه	مد	مو	ب	كد	ل	مز	مد
يز	٠	نج	كد	كه	كح	مز	ب	كز	لط	يز	كح
يح	٠	نو	لب	نه	يب	مح	ب	ل	مز	مز	يب
يط	٠	نط	ما	كد	نو	مط	ب	لج	نو	يو	نو
ك	ا	ب	مط	ند	م	ن	ب	لز	د	مو	م
كا	ا	ه	نح	كد	كد	نا	ب	م	يج	يو	كد
كب	ا	ط	و	ند	ح	نب	ب	مج	كا	مو	ح
كج	ا	يب	يه	كج	نب	نج	ب	مو	ل	يه	نب
كد	ا	يه	كج	نج	لو	ند	ب	مط	لح	مه	لو
كه	ا	يح	لب	كج	ك	نه	ب	نب	مز	يه	ك
كو	ا	كا	م	نج	د	نو	ب	نه	نه	مه	د
كز	ا	كد	مط	كب	مح	نز	ب	نط	د	يد	مح
كح	ا	كز	نز	نب	لب	نح	ج	ب	يب	مد	لب
كط	ا	لا	و	كب	يو	نط	ج	ه	كا	يد	يو
ل	ا	لد	يد	نب	صفر	س	ج	ح	كط	مد	صفر

جدول تضاعيف نسبة مساحة الدائرة الى مربع القطر

مربع القطر	المساحة: أجزاء	دقائق	ثوان	ثوالث	مربع القطر	المساحة: أجزاء	دقائق	ثوان	ثوالث
ا	صفر	مز	ز	كو	لا	كد	ك	ن	كو
ب	ا	لد	يد	نب	لب	كه	ز	نز	نب
ج	ب	كا	كب	يح	لج	كه	نه	ه	يح
د	ج	ح	كط	مد	لد	كو	مب	يب	مد
ه	ج	نه	لز	ي	له	كز	كط	ك	ي
و	د	مب	مد	لو	لو	كح	يو	كز	لو
ز	ه	كط	نب	ب	لز	كط	ج	له	ب
ح	و	يو	نط	كح	لح	كط	ن	مب	كح
ط	ز	د	و	ند	لط	ل	لز	مط	ند
ي	ز	نا	يد	ك	م	لا	كد	نز	ك
يا	ح	لح	كا	مو	ما	لب	يب	د	مو
يب	ط	كه	كط	يب	مب	لب	نط	يب	يب
يج	ي	يب	لو	لح	مج	لج	مو	يط	لح
يد	ي	نط	مد	د	مد	لد	لج	كز	د
يه	يا	مو	نا	ل	مه	له	ك	لد	ل
يو	يب	لج	نح	نو	مو	لو	ز	ما	نو
يز	يج	كا	و	كب	مز	لو	ند	مط	كب
يح	يد	ح	يج	مح	مح	لز	ما	نو	مح
يط	يد	نه	كا	يد	مط	لح	كط	د	يد
ك	يه	مب	كح	م	ن	لط	يو	يا	م
كا	يو	كط	لو	و	نا	م	ج	يط	و
كب	يز	يو	مج	لب	نب	م	ن	كو	لب
كج	يح	ج	ن	نح	نج	ما	لز	لج	نح
كد	يح	ن	نح	كد	ند	مب	كد	ما	كد
كه	يط	لح	ه	ن	نه	مج	يا	مح	ن
كو	ك	كه	يج	يو	نو	مج	نح	نو	يو
كز	كا	يب	ك	مب	نز	مد	مو	ج	مب
كح	كا	نط	كح	ح	نح	مه	لج	يا	ح
كط	كب	مو	له	لد	نط	مو	ك	يح	لد
ل	كج	لج	مج	صفر	س	مز	ز	كو	صفر

تضاعيف نسبة المحيط إلى القطر	الكسور						الصحاح		القطر
	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الأعشار			
	٣	٩	٥	١	٤	١	٣	صفر	١
	٦	٨	١	٣	٨	٢	٦	صفر	٢
	٩	٧	٧	٤	٢	٤	٩	صفر	٣
	٢	٧	٣	٦	٦	٥	٢	١	٤
	٥	٦	٩	٧	صفر	٧	٥	١	٥
	٨	٥	٥	٩	٤	٨	٨	١	٦
	١	٥	١	١	٩	٩	١	٢	٧
	٢	٤	٧	٢	٣	١	٥	٢	٨
	٧	٣	٣	٤	٧	٢	٨	٢	٩
	صفر	٣	٩	٥	١	٤	١	٣	١٠

تضاعيف نسبة مساحة الدائرة إلى مربع القطر		الكسور								
	ثامنها	سابعها	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الأعشار	الصحاح	
	٥	٢	٨	٩	٣	٥	٨	٧	صفر	١
	صفر	٨	٦	٩	٧	صفر	٧	٥	١	٢
	٥	٧	٤	٩	١	٦	٥	٣	٢	٣
	صفر	صفر	٣	٩	٥	١	٤	١	٣	٤
	٥	٢	١	٩	٩	٦	٢	٩	٣	٥
	صفر	٥	٩	٨	٣	٢	١	٧	٤	٦
	٥	٧	٧	٨	٧	٧	٩	٤	٥	٧
	صفر	صفر	٦	٨	١	٣	٨	٢	٦	٨
	٥	٢	٤	٨	٥	٨	٦	صفر	٧	٩
	صفر	٥	٢	٨	٩	٣	٥	٨	٧	١٠

مثـال :

مساحة دائرة يكون نصف قطرها سبعة وسبعين ذراعا [فيما ذهب] عليه القوم ضربناه فى $٣\frac{١}{٧}$ بأن ضربناه فى الكسر [المجنس] وهو ٢٢ حصل ١٦٩٤ ، قسمناه على المخرج وهو سبعة خرج من القسمة ٢٤٢ وهو نصف المحيط تقريبا .

أو بأن نضربه تارة فى الثلاثة حصل ٢٣١ وتارة فى السبع حصل ١١ جمعناهما حصل ٢٤٢(١) وهو نصف المحيط .

وإن كان المحيط معلوما وأردنا معرفة نصف القطر نضرب نصف المحيط وليكن ٢٤٢ فى $\frac{٧}{٢٢}$ بأن نضربه فى الكسر وهو سبعة وقسمنا الحاصل على ٢٢ المخرج ، خرج من القسمة ٧٧ وهو نصف القطر ، فضربنا نصف القطر فى نصف المحيط حصل ١٨٦٣٤ وهو المساحة .

طريقة أخرى : نربع القطر وهو ١٥٤ حصل ٢٣٧١٦ نضربه فى ١١ حصل ٢٦٠٨٧٦ قسمناه على ١٤ خرج من القسمة ١٨٦٣٤ مطابقا للأول .

ثم عملنا برقوم الجمل هكذا .

ضربنا نصف القطر وهو ا ر فى كـ حصل كح مد قسمناه على ر إذا كانت نسبة القطر إلى المحيط حسب مدعاهم نسبة السبعة إلى اثنين وعشرين ، يخرج من القسمة د ب ذراعا ، وهو نصف المحيط ، ضربناه فى نصف القطر حصل هـ ي لد ذراعا ، فهو مرفوع ذراعان المساحة ، مطابق للأول .

وأما على ما استقصينا فيه ، ضربنا ا ر نصف القطر فى نسبة المحيط إلى القطر[٩٨] بأن دخلنا ، وهذه المساحة أدق مما حصل بالحساب المشهور ، وأقل منه بسبعة أذرع و نصف تقريبا .

ثالثة	ثانية	دقيقة	ذراع	مرفوع مرة	مرفوع مرتين	
	مد (٤٤)	كط (٢٩)	ح (٨)	ج (٣)	صفر	فى الجدول أخذنا بإزاء ا فكان
كح (٢٨)	كه (٢٥)	كد (٢٤)	نج (٥٣)			ثم أخذنا بإزاء هـ ر وضعنا تحته منحطا بمرتبة
كح (٢٨)	ط (٩)	ند (٥٤)	ا (١)	د (٤)		جمعناهما صار نصف المحيط
نو (٥٦)	ح (٨)	ل (٣٠)	كو (٢٦)	ي (١٠)	[هـ] (٥)	ضربناه فى ا ر ثانيا حصل المساحة
الكسور		الذراع				

(١) فى ت بلغ ٢٤٢

طريق آخر : ربعنا القطر صار وله ر [٦ ٣٥ ١٦] ضربناه فى نسبة الدائرة إلى مربع القطر حصل ه ے كو ل ح نو ثالثة [٥ ١٠ ٢٦ ٣٠ ٥٦] ، وفيما كانت المساحة معلومة ، وأردنا معرفة القطر ، قسمناها وهى ما سبق على صفر مر ر كو ثالثة [١ ٤٧ ٧ ٢٦] ثالثة عملنا بالجدول هكذا :

نو					نو	القطر أخذنا بإزاء كل واحد
ح			ے	غ	غ	من مفرداته من جدول نسبة المساحة إلى
ل	لو	ند	ك	لحـ	كـ	مربع القطر ،
كو	مد	ما	كط	س	س	وضعناه متدرجا
ے ه و	مب د	كر له	كر		نو	هكذا

	سوادس الأربعات	خوامس الأربعات	روابع الأربعات	ثوالث الأربعات	ثوانى الأربعات	الأربعات	الآحاد	العشرات	المئات	الألوف	عشرات الألوف
أخذنا بإزاء ٧ كان	١	٥	١	١	٩	٩	١	٢			
ثم أخذنا بإزاء ٧ التى فى العشرات كان		١	٥	١	١	٩	٩	١	٢		
جمعناهما حصل نصف المحيط	١	٦	٦	٣	٠	٩	١	٤	٢		
ضربناها فى ٧٧ حصل المساحة	٧	٩	٨	٤	٠	٥	٦	٢	٦	٨	١
	الكسور						الصحاح				

فهكذا طريق آخر كان مربع القطر ٢٣٧١٦١ أخذنا بازاء كل واحد من مفرداته من جدول نسبة المساحة إلى مربع القطر وضعناه متدرجا هكذا ، وقد بسطنا الكلام فى كيفية العمل بهذه الجداول فى رسالتنا الموسومة بالمحيطية .

الفصل الثالث : فى مساحة قطاع الدائرة وقطعتها واستخراج الأبعاد بعضها عن بعض .

اما المساحة فبضرب ذرعان نصف القطر فى ذرعان نصف القوس[٩٩] .

نوع آخر : يحصل مساحة دائرة القطاع وبضرب مقدار قوس القطاع بالأجزاء التى بها يكون المحيط ثلاثمائة وستين ويقال لها الأجزاء المحيطية — فى سدس مساحة «١٢١» تلك الدائرة[١٠٠] .

٢					٠	٥	٦	٩	٧	٠	٧	٥	١
٣				٥	٧	٤	٩	١	٦	٥	٣	٢	
٧			٥	٧	٧	٨	٧	٧	٩	٤	٥		
١			٢	٨	٩	٣	٥	٨	٧				
٦	٠	٥	٩	٨	٣	٢	١	٧	٤				
	٠	٠	٧	٩	٨	٤	٠	٥	٦	٢	٦	٨	١
	الكسور								الصحاح				

طريق آخر : نضرب مربع ذرعان نصف القطر فى مقدار نصف قوسه بالأجزاء التى بها نصف القطر ستون ، والمحيط ثلاثمائة وسبعة وسبعون تقريباً[١٠١] ، وإذا اسقطنا مثلث القطاع الذى هو أصغر من نصف الدائرة عنه بقيت القطعة الصغرى ، وإذا زدناه على الذى هو أعظم من النصف حصلت القطعة الكبرى .

وأما استخراج الأبعاد بعضها عن بعض ، فإن كان نصف القطر والوتر معلومين بمقياس واحد ، وأردنا معرفة قوسه ، نقسم نصف الوتر على نصف قطره منحطا ، ونقوس الحاصل فى الجيب فما خرج فهو المحيط(١) إلى القطر الذى نصف قوسه بالأجزاء التى بها المحيط ثلاثمائه وستون ، فاذا زدنا عليه ثلث سبعة بالحساب المشهور ، أو نضرب ثلثه فى نسبة المحيط إلى(٢) القطر الذى وضعناها فى الجدول ، فما حصل فهو مقدار نصف قوسه بالأجزاء التى بها نصف القطر ستون[١٠٢] ، ثم إذا ضربناه فى ذرعان نصف القطر ، حصل ذرعان نصف المحيط ، ولو نضرب ذرعان نصف القطر فى نسبة المحيط إلى القطر ، وهو بحسابنا ح ح كط مد وبالحساب المشهور ثلاثة وسبع .

وبضرب الحاصل فى مقدار نصف قوسه بما به المحيط ثلاثمائة وستون ، ونقسم الحاصل على مائة وثمانين يخرج ذرعان نصف القوس ، وإن كان نصف القطر والسهم معلومين ، والباقى مجهولا ننقص السهم عن نصف القطر ، فما بقى وهو العمود الخارج عن زاوية القطاع على منتصف الوتر ، نزيده على نصف القطر ، ونضرب المجموع فى السهم ، ونأخذ جذر الحاصل فهو نصف وتره[١٠٣] والباقى كما سبق .

مثال جامع للمجموع : قطاع كان نصف قطره اثنى عشر ، وسهمه اثنين ، نقصنا الاثنين عن ١٢ بقى ١٠ زدناه على ١٢ بلغ ٢٢ ضربناه فى ٢ حصل ٤٤ أخذنا جذره فكان و لح (٦٣٨) قسمناه على نصف القطر منحطا خرج لح ـــ ى (٣٣ ١٠) وهو جيب نصف قوسه ، قوسناه صار لح كب (٣٣ ٢٢) وهو نصف القوس بالأجزاء التى بها المحيط ثلاثمائة وستون .

---

(١) المحيط إلى القطر ناقصة فى ل

(٢) فى ل نسبة القطر إلى المحيط التى

أخذنا ثلث سبعة بالحساب المشهور ، بأن قسمناه على كا (٢١) فكان ا له ك ثانية (٢٠ ٣٥ ١) (زدنا عليه بلغ(١) لد نر ك ثانية (٢٠ ٥٦ ٣٤) وهو نصف قوسه بالأجزاء التى بها نصف القطر ستون .

وبحسابنا ضربنا ثلث لحـ كب (٢٢ ٣٣) وهو ما ر ك (٢٠ ٧ ١١) فى حـ ح كط مد (٤٤ ٢٩ ٣٨) حصل لد نو كط كب (٢٢ ٢٩ ٥٦ ٣٤) ثالثة .

هذا نصف القوس بالأجزاء التى بها نصف القطر ستون ، ضربناه فى نصف القطر المعلوم أعنى ١٢ حصل بالحساب المشهور و نظ كح ثانية [٢٨ ٥٩ ٦] وهو ذرعان نصف قوسه ، وبحسابنا و نط نر نب ثالثة [٥٢ ٥٧ ٥٩ ٧] .

طريق آخر : ضربنا نصف القطر وهو ١٢ فى ثلاثة وسبع بالحساب المشهور حصل $\overset{٣٧}{\underset{٧}{٥}}$ يكون برقوم الجمل لز مب نا [٥١ ٤٢ ٣٧] ضربناه فى نصف القوس بالأجزاء المحيطية وهو لحـ كب [٢٢ ٣٣] حصل ك يح كد ثانية [٢٤ ١٨ ٢٠] قسمناه على مائة وثمانين خرج و نظ كح [٢٨ ٥٩ ٤] وهو ذرعان نصف القوس بالحساب المشهور موافقا كما سبق .

وبحسابنا ضربنا ١٢ فى حـ ح كط(٢) مد [٤٤ ٢٩ ٣٨] حصل لوما نو يح [٤٨ ٥٦ ١ ٤ ٣٦] ضربناه فى لحـ كب [٢٢ ٣٣] حصل ك نر نج لو [٣٦ ٥٣ ٥٧ ٢٠] قسمناه على ماية وثمانين خرج و نظ ىز نب ثالثة [٥٢ ١٧ ٥٩ ٧] كما سبق .

وإن كان الوتر والسهم معلومين ، والباقى مجهولا يقسم مربع نصف الوتر على السهم ، فما خرج نزيد عليه السهم . ونأخذ نصف المجموع فهو نصف القطر ، وإن كان ذرعان الوتر [من(٣) الوتر] معلوماً . وكذا القوس بالأجزاء المحيطية معلومة ، نقسم نصف الوتر على جيب نصف القوس منحطاً فما خرج فهو ذرعان نصف القطر ، وإن كان ذرعان القوس والوتر معلومتين فقط ، ونريد معرفة نصف القطر ، يحصل إما بعمل اليد أو بأن يطلب باستقراء جدول الجيب جيباً تكون نسبته إلى قوسه كنسبة مقدار الوتر المعلوم إلى القوس المعلوم ، فتلك القوس يكون نصف قوس القطاع بالأجزاء التى بها المحيط ثلاثمائة وستون .

وإن كان ذرعان القوس ونصف القطر معلومتين ، وأردنا معرفة الوتر لمساحة القطعة ، نضرب نصف القطر فى نسبة المحيط إلى القطر ، ونقسم عليه حاصل ضرب نصف القوس فى مائة وثمانين ، فما خرج فهو نصف القوس بما به المحيط ثلاثمائة وستون ، نضرب جيبه فى ذرعان نصف القطر منحطا فما حصل فهو ذرعان نصف الوتر .

واعلم أن القطاع الذى يكون قوسه ربع دائرة أو ثلثها إذا وقعت فى دائرة ، بحيث يماس طرفا قوسه وزاويته محيط الدائرة ، فالقطاع نصف تلك الدائرة ، والدائرة التى وقعت فى القطاع الربعى يكون نسبتها إلى ذلك القطاع كنسبة الواحد إلى صفر لط يح مو [٤٦ ٥٨ ٣٩ ٠] ونصف قطرها صفر كدنا ـــ بالأجزاء التى بها نصف قطر القطاع ستون .

---

(١) هذه الجملة ناقصة فى ت

(٢) هذه الجملة ناقصة فى ت

(٣) ليست في ت

الفصل الرابع : فى مساحة سائر السطوح التى تحيط بها الخطوط المستديرة بما ذكرنا :

وأما مساحة الأهليلجى فهى مجموع مساحة القطعتين الحاصلتين عن جنبتى قطره الأطول ، ومساحة الهلالى والنعلى هى الفضل بين القطعتين إذا توهم خط وصل بين طرفيهما ، وأما السطح الذى يحيط به قوسان من دائرتين مختلفتين ، محدبهما إما من جهتين مختلفتين كالسطح المنخسف أو المنكسف من صفحتى النيرين فى الخسوفات والكسوفات الجزئية ، وإما فى جهة واحدة كالنورانى الباقى منهما .

فإذا كان نصف قطريهما وقطره الأصغر معلوماً فقط فطريق مساحته ، ذكرناه فى زيجنا المسمى بالخاقانى ، فمن أراد معرفته فعليه الرجوع إلى ذلك .

ومساحة الحلقة المسطحة هى فضل مساحة الدائرة العظمى على الدائرة الصغرى ، أو حاصل ضرب البعد بين الدائرتين فى نصف مجموع محيطى الدائرتين [١٠٤] .

ومساحة قطعة الحلقة المسطحة هى «١٢٤» حاصل ضرب نصف مجموع القوسين المحيطين بها فى البعد بين القوسين [١٠٥] .

الفصل الخامس : فى جدول الجيب وكيفية العمل به :

أن نأخذ بإزاء درجات القوس من الجدول جيبها ، وإن كانت معها دقائق نضربها فى تفاضل السطرين ، ونضع الحاصل تحت جيب الدرجات منحطاً بمرتبة ، وإن كانت معها ثوان نضربها فى التفاضل المذكور أيضاً ، ونضع الحاصل تحت حاصل الدقائق منحطاً بمرتبة أخرى ، ثم نجمع الجميع يحصل جيب تلك القوس .

وقد وضعنا تفاضل ما بين كل سطرين لكل جيب بإزائه فى جدول آخر [١٠٦] .

مثـاله :

أردنا جيب له كا مح [٤٨ ٢١ ١٥] وإن كان معنا جيب ، وزيد قوسه :

أخذنا بإزاء قوس له فكان	له كا مه ١٥٣١٤٥
وكان التفاضل بإزاء صفرس لب ضربناه فى كا حصل	كا س ٢١١٢
وضربنا مح فى ذلك التفاضل أيضاً حصل	مح ٤٨
جمعناهما فصار الجيب المطلوب	له يح مه ٥٣٤٥

نطلب فى الجدول أكثر جيب يمكن نقصانه عن الجيب المحفوظ ، فاذا وجد ننقصه منه ، ونحفظ قوسه أعنى العدد الموضوع بإزائه على حاشية الجدول وهى الدرجات ، وما بقى من الجيب نقسمه على تفاضل ما بين السطرين مما خرج فهو دقائق القوس وثوانيها .

جدول الجيب

القوس	الجيب	التفاضل	القوس	الجيب	التفاضل	القوس	الجيب	التفاضل
صفر م	صفر صفر صفر م ب ⊙	س ⊙ مح	ل لا	ل صفر صفر ل ند ح	ند ح نحـ له	س سا	نا ر ما نب كح لح	ل نز كط نط
ب حـ	ب هـ لح حـ ح كه	مر مس	ب لحـ	لا مر محـ لب م مس	نب نط س كد	سب سحـ	نب نح لر نحـ كر لر	كط صفر كح حـ
د حـ	د با ر هـ يحـ نو	لط ل	لد له	لحـ لحـ و لد كد نح	نا مر نا ط	سد سه	نحـ نه م ند كب مس	كر ب كو د
د ر	د نو يح ر يح مد	كو ر	نو لر	له نو ب لر و س	⊙ د نط نا	سو سر	ند مح مو نه نحـ مط	كه حـ كد حـ
ح ط	ح كا م ط كحـ ي	س ط سا نح	لح لط	لر نر كحـ لر مه حـ	نط ي مح كط	سح سط	نه لر نب نو صفر نحـ	كحـ م كب م
ي با	ي كه ح با كو نه	مر لد	م ما	لح لد ب نط كا خط	مر مر مر حـ	ع ما	نو كب ند نو نحـ س	ك نح ط نو
س نحـ	س كح كط نحـ نط نط	هـ سا ر	مس محـ	م ح س م نه س	مو ك مه لد	مب عحـ	نر حـ مح نر كب مس	يح ند بر با
ند نه	ند ل نه نه لا نه	س ⊙ لب	مد مه	ما م مو مب كه له	مد بط مد نه	عد عه	نر م لحـ نر نر ك	بو مر نه هد
نو ر	نو لب مر مر لب لب	س نه نط لو	مو مر	محـ ط لر محـ نب نب	محـ نه مس كر	عو عز	نح نحـ د نح كر مد	ند م نحـ لو
يح نط	يح لب كح نط لب حـ	له نط يحـ	مح مط	مد له بط مو نو ز	ط لح م طحـ	عح عط	نح ما ك نح نحـ نا	س لا با كر
ك كا	ك لا نو كا ل ر	نح نا يح	⊙ نا	مو نر مو مو لر مد	لط نح لط ⊙	ف فا	نط هـ يح نط نه ما	ي كحـ ط بر
كب كحـ	كه كح له كحـ كو لح	يح حـ نر لر	نب نحـ	مر نو ⊙ مر نه هـ	لح نه لر كحـ	ف فحـ	نط كد يح نط نحـ ي	ح ب ر ر
كد كه	كد كد نه كه كا كو	نو با نو مس	ند نه	مح لب كح مط ح نر	لو كط له له	فد فه	نط م مر نط مو مح	و م و نو
كو كر	كو يح ح كر ند كب	نو مد نه مد	نو نر	نط مد لب ⊙ نط نحـ	لد ما لحـ مو	فو فر	نط نا ند نط نه د	حـ ⊙ ب مد
كح كط	كح ي و كط هـ نط	نه نحـ ند ما	نح نط	⊙ نب نح نا كه مح	لب ⊙ لا نحـ	مح فط ص	نط ر مح نط نط كر س صفر صفر	م لط صفر لحـ

مثـاله :

كان معنا جيب وهو ه مح مه ، وأردنا قوسه فطلبنا أكثر جيب يمكن نقصانه عنه فوجدناه بازاء ه من الدرجات ه لا مه من الجيب نقصناه عن الجيب المحفوظ أعنى ، ه نح مه بقى كب صفر قسمناه على تفاضل ما بين السطرين وهو كان سه لب خرج من القسمة من الدقائق والثوانى كا ع ، جمعناه مع الدرجات فصار ه كا ع وهو القوس المطلوب .

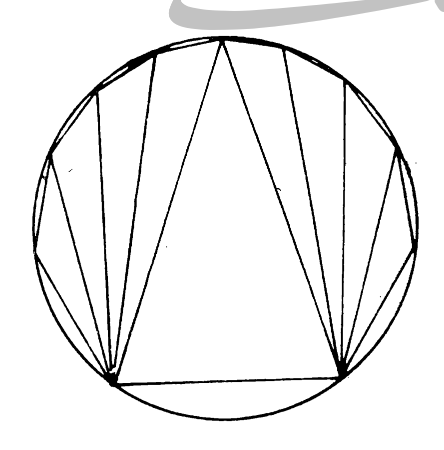
ومن أراد التدقيق فعليه الرجوع إلى جداول الزيج الايلخانى أو زيجنا المعروف بالخاقانى إذا كان هذا المقدار كافياً فى هذا الكتاب والجدول هذا : [الصفحة السابقة]

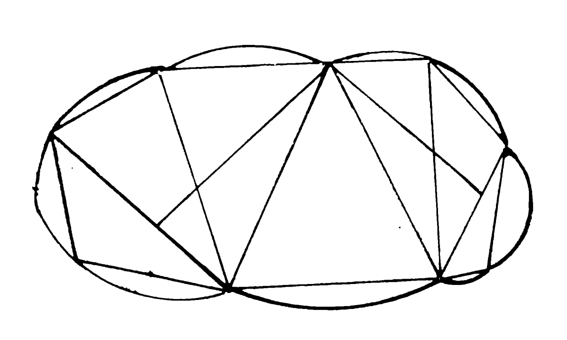
الباب الخامس

فى مساحة ساير السطوح المستوية التى لم نذكرها

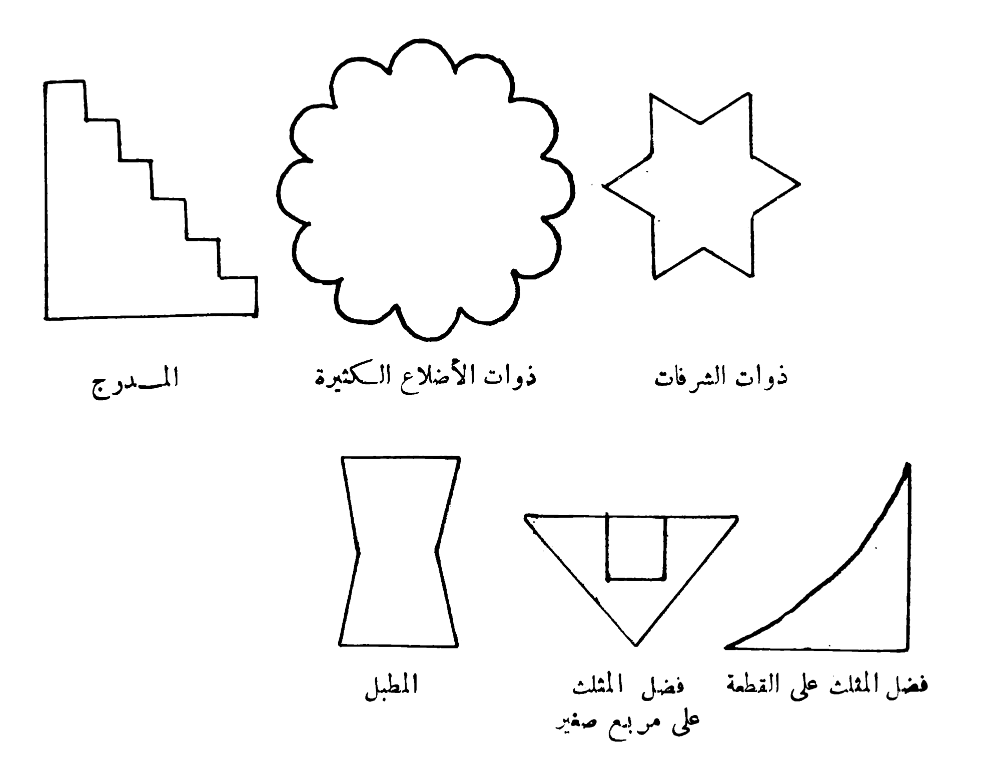
أما مساحة السطح الذى يحيط به خط شبيه بالمستدير [فبأن] نجعل فيه ذا أضلاع كثيرة ، أما بحيث لا يقيد التفاوت بين السطح المحاط بالخط المستدير [والسطح المحاط] بالأضلاع ، وأما بحيث تكون القطعات الباقية التى يحيط بكل واحدة منها ضلع واحد من الأضلاع المعمولة ، وقطعة من [الخط الشبيه بالمستدير قريبة بقطعات الدائرة الحقيقية لا يقيد بينهما بشىء .

فمجموع مساحة القطعات مع مساحة الكثيرة الأضلاع يكون مساحته تقريباً :





وأما مساحة سائر السطوح المستوية كالمطبل والمدرج وذوات الشرفات وذوات الاضلاع المستديرة وغيرها ، فيسهل على من اطلع على ما ذكرنا بأن يقطعه إلى الاشكال المذكورة أو يزيد فيه شيئاً ، إلى أن يصير إلى الأشكال المذكورة ، وبقدر المساحة ينقص مساحة ما زاد فيه والأشكال هى :



الباب السادس

فى مساحة السطوح المستديرة كسطوح الاسطوانات والمخروطات والأكر وما يتعلق بها ، وهو مشتمل على ستة فصول :

الفصل الأول : فى التعريفات

الإسطوانة المستديرة مجسم يحيط به دائرتان متساويتان متوازيتان هما قاعدتاها ، وسطح مستدير فى العرض مستقيم فى الطول واصل بين قاعدتها بحيث [إذا أدير] مستقيم واصل بين محيطى القاعدتين عليهما موازياً لمستقيم واصل بين مركزى القاعدتين ماس السطح والخط الواصل بين المركزين هو سهم الاسطوانة ، ويدعى بمحورها أيضاً .

فان كان عموداً على الدائرتين فالاسطوانة قائمة وإلا فمايلة .

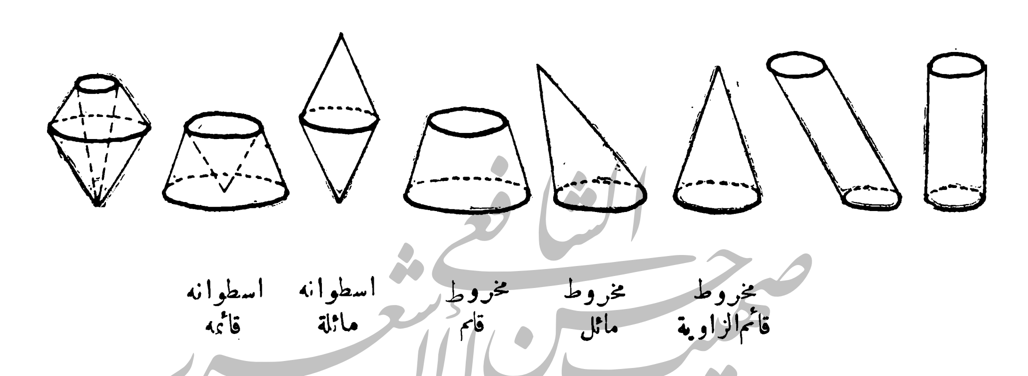
تعريف آخر للاسطوانة القائمة : إذا أدير ذو أربعة أضلاع قائم الزوايا على أحد أضلاعه ، فالشكل الحادث هو الاسطوانة المستديرة القائمة .

المخروط المستدير مجسم يحيط به دائرة هى قاعدته وسطح مستدير مرتفع عن محيطها على التضايق إلى نقطة هى رأسه ، بحيث إذا أدير المستقيم الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته عليه ، ماس السطح والخط الواصل بين رأسه ومركز قاعدته هو سهم المخروط ، فان كان عمودا على قاعدته فالمخروط قائم وإلا فمايل ،

وإذا توهم قطعه بسطح يكون سهمه فى ذلك السطح قائماً على قاعدته سواء كان المخروط قائماً أو مايلا فالمثلث الحادث فيه يسمى مثلث المخروط ، وكل مخروط إذا فصل بسطح مواز لقاعدته كان ذلك الفضل دائرة ، والسهم يمر بمركزها ، وينقسم به إلى مخروط أصغر منه مشابها له ، ومجسم يسمى بمخروط الناقص .

وإذا أدير مثلث قائم الزاوية على أحد ضلعى القائمة فالشكل الحادث هو المخروط المستدير القائم ، وإذا أدير ذو زنقة واحدة على ضلعه القائم على المتوازيين فالشكل الحادث هو المخروط الناقص القائم ، وذلك الخط سهمه ومحوره ، وارتفاعه والمركب من مخروطين قائمين قاعدتهما دائرة واحدة سمى بالمعين المجسم .

وإذا أفرز عن مخروط قائم معين مجسم يكون أحد رأسيه مركز قاعدة المخروط فاممى المجسم الباقى بفضل المخروط ، وهو كمخروط الناقص أفرز منه مخروط رأسه مركز قاعدة المخروط الأول وقاعدته السطح الأعلى للمخروط الأول ، وإذا افرز عن معين مجسم معين مجسم آخر يكون رأساً أحدهما رأسى الآخر فاممى المجسم الثانى اتفاقى بفضل المعين ، وهو كمركب عن مخروطين قائمين أحدهما تام والآخر ناقص ، قاعدتهما واحدة ، أفرد منه مخروط رأسه المخروط التام ، وقاعدته السطح الأعلى من المخروط الناقص .



واعلم أن الاسطوانة والمخروط قد يكونان مضلعين ، فقاعدتهما ذات أضلاع ، والسطح المحيط بالاسطوانة مستطيلات وبالمخروط مثلثات .

المنشور اسطوانة قاعدتها مثلثان متساويان أضلاع أحدهما توازى أضلاع الآخر .[١٠٧] .

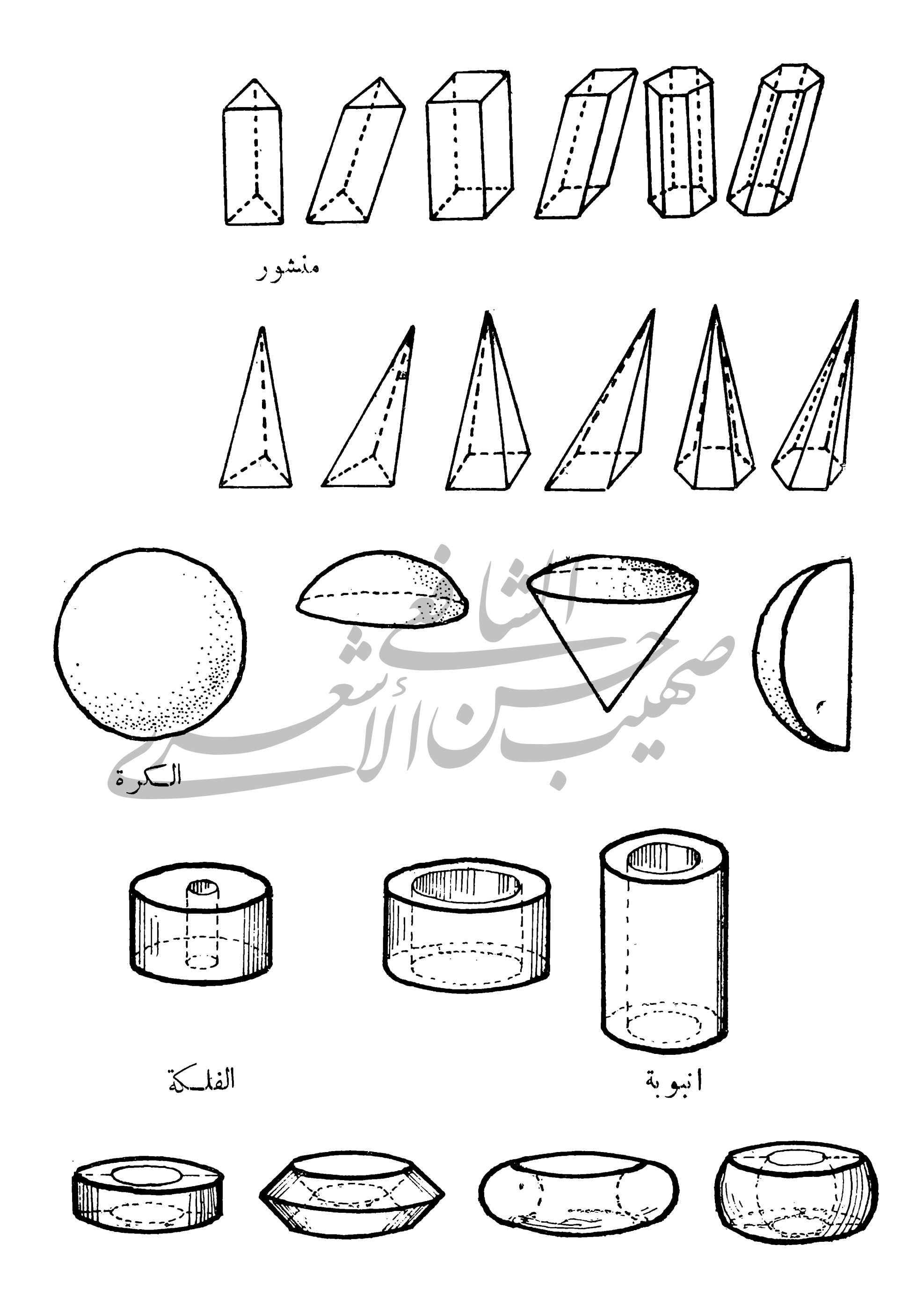
الكرة جسم يحيط به سطح مستدير وفى داخله نقطة تكون كل الخطوط الخارجة عنها إليه متساوية ، وتلك النقطة مركزها والخطوط أنصاف أقطارها ، وذلك السطح محيطها وأعظم دائرة يقع فيها مايمر بمركزها ولابد أن ينصفها ، وإذا قطعت الكرة بسطح مستو إلى قسمين فيقال لكل واحد منهما قطعة الكرة ، والدائرة التى حدثت فيها هى قاعدة القطعة ، ورأس القطعة نقطة على سطحها المستدير يتساوى جميع الخطوط الخارجة منها إلى محيط القاعدة ، ويقال لها قطب القطعة أيضاً .

والخط الواصل بين مركز القاعدة ورأس القطعة هو ارتفاع القطعة ، وسهمها أيضاً .

قطاع الكرة هو مجموع قطعة الكرة ومخروط مستدير قائم قاعدته قاعدة القطعة ورأسه مركز الكرة .

ضلع الكرة هو ما أحاط به نصفا عظيمتين وسطح كرى يكون نصف قطرها مساويا لنصف قطر الدائرتين ، وهو يشبه أضلاع البطيخ .

الفلكة اسطوانة مجوفة متساوية الثخن لا يكون سمكها أكبر من قطر قاعدتها ، ويكون قطر قاعدة تجويفها أقل من نصف قطر قاعدتها ، أو مساويا له سواء كان ثخنه اقل من سمكها أو أكثر ، وما كان قطر قاعدة تجويفه أكبر من نصف قطر قاعدته بحيث يكون ثخنه أقل من سمكه فنسميه بالدفى ، وما كان سمكه أكبر من قطر القاعدة مطلقا فهو الأنبوبة .



وبعبارة اخرى إذا أدير سطح مستطيل حول خط خارج منه مواز لضلعه الأقصر بعده عنه لا يكون اكبر من ضلعه الأطول ، أو كان ذلك الخط موازياً لضلعه الأطول ولا يكون ضلعه الأقصر أقل من بعده ،

ولا يكون مجموعهما أكبر من ضلعه الأطول ، فالشكل الحادث هو ما سميناه بالفلكة ، وإن كان ذلك الخط موازيا لضلعه الأطول ويكون ضلعه الأقصر أقل من بعده عنه ، ومجموعهما أكبر من ضلعه الأطول ، فالشكل الحادث ما سميناه بالدفى ، وإن كان مجموعهما أقل منه سواء كان بعد الخط أقل من ضلعه الأقصر أو أكثر منه فهو الأنبوبة والأشكال موضحة بالصفحة السابقة .

وكل سطح أدير حول خط خارج عنه غير مواز لضلعه الأطول إن كان مستطيلا مطلقا ، أو موازيا لضلعه الأقصر أو لأحد أضلاع المربع ، ويكون بعده عنه أكبر من اعظم أضلاعه ، وأقطاره فالشكل الحادث نسميه بالحلقة ، ننسبه إلى سطح حادث فيها عن تصور قطعها بسطح يكون محورها فيه .

فالحلقة المربعة ما كان السطح الحادث فيها مربعاً ، والمستديرة ما كان دائرة ، وعلى هذا القياس .

والحلقة المربعة إما أن يكون أحد أضلاع مربعه موازيا لمحوره أولا ، ويقال للثانى الربعة المورَبة .

وبعض رسم الدفى بكرة مجوفة متساوية الثخن افرز عنه قطعتان تكون قاعدتاها متساويتين متوازيتين ، [وما قلنا فهو أشبه بالدف عن هذا] .

الفصل الثانى : فى مساحة سطح الأسطوانة

أما القائمة فنضرب محيط القاعدة فى الخط الواصل بين محيطى القاعدتين الموازى لسهم الأسطوانة ، وهكذا تكون مساحة سطحى الداخلة والخارجة للفلكة والدفى والأنبوبة والحلقة المربعة والمستطيلة التى كانت ضلعان منها موازيين لمحورها .

نوع آخر : مخصوص بالمستدير نضرب قطر القاعدة فى ذلك الخط ثم نضرب الحاصل فى نسبة المحيط إلى القطر ، وأما المائلة فنضرب الخط المذكور فى محيط قطع يكون سهمه قائمه عليه .

الفصل الثالث : فى مساحة سطح المخروط .

وأما المستدير القائم فنضرب نصف محيط القاعدة فى الخط الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته لتحصل المساحة .

أو نضرب نصف قطر القاعدة فى ذلك الخط ثم فى النسبة بين القطر والمحيط .

وفى المخروط الناقص المستدير القائم نضرب نصف مجموع محيطى الدائرتين فى أقصر الخط الواصل بين المحيطين ، أعنى الذى كان مع السهم فى سطح واحد ليحصل المساحة[١٠٨] .

أو نضرب مجموع نصفى القطرين فى ذلك الخط ثم الحاصل فى النسبة المذكورة ، وإن لم يكن الخط المذكور معلوما ، وكان ارتفاعه معلوما ، نأخذ نصف التفاضل بين قطرى القاعدتين ، ونزيد مربعه على مربع ارتفاعه ، ونأخذ جذر الحاصل فهو مقدار الخط المذكور .

واما المستدير المائل فلم يذكر المتقدمون مساحة سطحه ، أو لم يوجد إلى تحصيلها سبيل ، فنحن نحتال فى معرفتها بتقريب لا يبعد عن الصواب ، وذلك بأن نحصل أعظم الخطوط الخارجة من رأس المخروط إلى محيط قاعدته ، وأقصرها ، وكذلك محيط قاعدته بمقياس واحد ، ثم نجزىء محيط قاعدته أجزاء يكون التفاوت بين كل جزء منها و بين وتر ذلك الجزء شيئا يسيرا بالنسبة إلى المقياس .

وتستخرج مقادير الخطوط الخارجة عن رأس المخروط إلى محيط قاعدته ، بحيث يكون البعد بين كل اثنين منها من محيط القاعدة بقدر جزء واحد من تلك الأجزاء ، ثم نجمع جميع مقادير تلك الخطوط ونضربه فى مقدار نصف جزء واحد من تلك الأجزاء ليحصل المساحة .

ومعرفة استخراج مقادير تلك الخطوط المذكورة ان نعرف بعد كل منها عن طرف اقصر الخطوط من أجزاء محيط القاعدة كم كان بما به محيط القاعدة ثلاثمايه وستون ، ونعرف كل واحد من جيبه وسهمه ، ثم نقسم نصف المحيط على نسبة المحيط إلى القطر ، فما خرج فهو نصف قطر قاعدته ، ضربناه فى كل واحد من الجيب والسهم المذكورين منحطا ، ويسمى حاصل ضرب الجيب بالمحفوظ الأول ، وحاصل ضرب السهم بالمحفوظ الثانى .

ثم نضرب مجموع الضلعين الأطول والأقصر فى تفاضلهما ، ونقسم الحاصل على [قطر] قاعدته ، فما خرج نأخذ التفاضل بينه وبين قطر القاعدة ، وننصفه فهو بعد موقع العمود الخارج عن رأس المخروط على سطح قاعدته [عن] طرف اقصر الأضلاع ، ونسميه بالمحفوظ الثالث ، وننقص مربعه عن مربع أقصر الأضلاع ، يبقى مربع العمود ، ثم نجمع بين محفوظى الثانى والثالث ، ونسميه بالمحفوظ الرابع ، ونجمع مربعه مع مربعى العمود والمحفوظ الأول ، ونأخذ جذر المجموع فهو الخط المطلوب[١٠٩] .

وأما مساحة سطح المخروط المضلع فهى مجموع مساحة المثلثات التى تحيط به .

الفصل الرابع : فى مساحة سطح الكرة واستخراج قطرها :

اما المساحة فنضرب القطر فى محيط اعظم دائرة يقع فيها تحصل المساحة .

نوع آخر : نضرب مربع القطر فى نسبة المحيط إلى القطر لتحصل المساحة ، وهو أربعة امثال أعظم دائرة تقع فيها ، ومساو لسطح أسطوانة مستديرة قائمة ، سوى القاعدتين ، يكون كل واحد من سمكها وقطر قاعدتها مساويا لقطرها ويساوى أيضا لسطح أسطوانة مع القاعدتين يكون سمكها مساويا لنصف قطرها ، وقطر قاعدتها مساويا لقطرها[١١٠]

واما استخراج قطرها فبأن نجعل نقطة من سطحها قطبا ، ونضع عليها إحدى رجلى الفرجار ، ونرسم بالرجل الأخرى محيط دائرة على سطح الكرة ، ونضع هذا الفتح على خط مستقيم ، ونمسح بين رجلى الفرجار ونسميه بالمقدار الأول ، ثم نقسم محيط تلك الدائرة ستة أقسام متساوية بالفرجار ، وتحصل مقدار هذا الفتح بتلك الأجزاء أيضا ، وننقص مربعه عن مربع المقدار الأول ونأخذ جذر الثانى فهو ارتفاع قطعة يكون سطح الدائرة المرسومة قاعدتها ، فنقسم عليه مربع مقدار الأول فما خرج فهو قطر الكرة[١١١] .

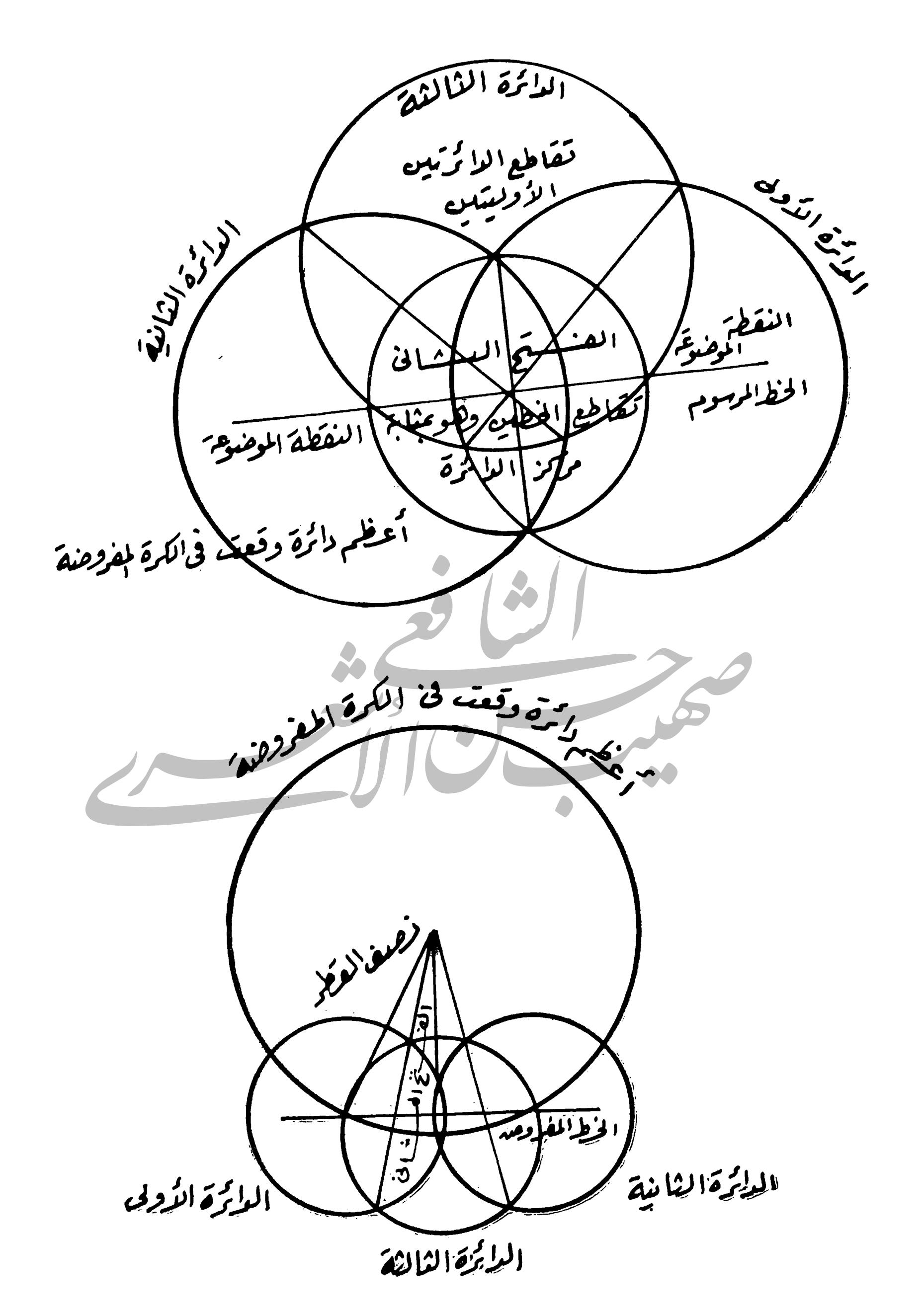
نوع آخر : نرسم على الكرة دائرة كيف(١) اتفقت ، ونحفظ فتح الفرجار ونسميه بالفتح الأول ، ثم نقسم تلك الدائرة ، إما ستة أقسام ، ونأخذ منها ثلاثة أقسام ، وإما أربعة أقسام ونأخذ منها قسمين بفرجار آخر ، ونسميه بالفتح الثانى ، ثم نرسم على سطح مستو خطا مستقيما ، ونضع عليه بالفتح الثانى

---

(١) في ل كيفما اتفقت

نقطتين ، ونرسم على كل واحد منهما يبعد الفتح الأول دائرة ، فالدائرتان تتقاطعان ألبتة ، ثم نرسم على أحد تقاطعى هاتين الدائرتين دائرة بالفتح الأول أيضا ، فيتقاطع مع كل واحد منهما من الأوليين على نقطتين .

نصل بينهما خطا وكذا بين الأخيرين ، فيتقاطع هذان الخطان البتة ، فمن هذا التقاطع إلى كل واحدة من النقطتين الموضوعتين أولا هو نصف الكرة هكذا[١١٢] .



<u>الفصل الخامس</u> : فى مساحة السطح المستدير لقطعة الكرة واستخراج أبعادها بعضها عن بعض :

أما المساحة فنضرب الخط الواصل بين رأس القطعة ومحيط قاعدتها فى نسبة المحيط إلى القطر ، ثم فى

الحاصل يحصل مساحة القطعة ، وهى تساوى الدائرة التى يكون نصف قطرها بقدر الخط المذكور[١١٣] .

نوع آخر : نضرب ارتفاع القطعة فى محيط أعظم دائرة يقع فى تلك الكرة ، يحصل المساحة .

أما استخراج أبعادها ، فاذا كان نصف قطر قاعدتها وارتفاعها معلومين ، نجمع مربعيهما ونأخذ فضل جذر المجموع فهو الخط الواصل بين رأس القطعة ومحيط قاعدتها ، وأن نقسم مربع نصف قطر قاعدتها على ارتفاعها ، فما خرج نزيده على ارتفاعها ، كان المجموع قطر الكرة .

نضربه فى نسبة المحيط إلى القطر أعنى فى ح ح كط مد يحصل محيط أعظم دائرة يقع فيها[١١٤] .

الفصل السادس : فى مساحة السطح المستدير لضلع الكرة .

نضرب قطر الكرة فى أعظم الميل بين الدائرتين المحيطين به[١١٥] .

الباب السابع

فى مساحة الأجسام ، يشتمل على ثمانية فصول :

الفصل الأول : فى حجم الاسطوانة ، نضرب مساحة إحدى قاعدتيها فى العمود الواقع على سطحيهما ، أما داخل الاسطوانة أو خارجها ، وهو فى الاسطوانة القائمة سهمها ، وأما استخراج عمودها فى المائل فبأن نضرب جيب زاوية ميلها فى الخط الواصل بين محيطى القاعدتين الموازى والمساوى لسهمها منحطا يحصل عموده .

الفصل الثانى : فى مساحة المخروط واستخراج عموده ، أما [الحجم](١) فنضرب ثلث مساحة قاعدته فى العمود الخارج عن رأس المخروط على سطح قاعدته داخلا كان أو خارجا :

نوع آخر : مخصوص بالقائم المستدير ، نضرب ثلث العمود الخارج من مركز قاعدته الواقع على ضلع من أضلاعه أى على خط واصل بين رأسه ومحيط قاعدته فى سطحه المستدير « ١٣٤ » لتحصل المساحة [الحجم](٢) [١١٦] .

وأما استخراج العمود الخارج عن رأس المخروط على سطح قاعدته ، إذا كان قطر قاعدته والخط الواصل عن رأس المخروط ومحيط قاعدته معلوما فى القائم المستدير أو الخطان الأطول والأقصر فى المائل المستدير ، وهما مع قطر القاعدة يكون أضلاع مثلثه ، فنستخرج العمود عن أضلاع مثلثة ، كما سبق فى مساحة المثلث ، وإن كان المخروط مضلعاً قائماً ويكون أضلاع قاعدته بحيث يمكن أن يحيط بها دائرة تماس جميع زواياها ، فننقص مربع نصف قطر تلك الدائرة عن مربع الخط الواصل بين رأس المخروط وإحدى زواياه القاعدة ، أو يمكن أن يحيط بدائرة تماس أضلاعها ، فننقص مربع نصف قطرها عن مربع الخط الواصل بين رأس المخروط ، وإحدى نقط التماس ، فما بقى فهو مربع العمود .

وإن كان المخروط مضلعاً مائلا ويكون أضلاع قاعدته متساويات ، ويكون السطح الموهوم المار بسهمه

(١) ، (٢) فى المخطوط المساحة والمقصود هو الحجم .

القائم على قاعدته مارا أما إحدى زوايا قاعدته ومنتصف أحد اضلاعه فيما كان عدد اضلاعه فرداً ، واما بالزاويتين المتقابلتين أو بمنتصفى الضلعين المتقابلين فيما كان عدد أضلاعه زوجا ، أو تقطع الضلعين المتقابلين على غير نقطتى المنتصف فيحدث فيه من ذلك السطح مثلث يكون قاعدته فيما كان أضلاع قاعدته فرداً ، بقدر مجموع نصفى قطرى الدائرة الداخلة والخارجة وأحد ساقيه بقدر الخط الواصل بين راسه [والزاوية(١) والآخر ، بقدر الخط الواصل بين رأسه] ومنتصف الضلع فنستخرج منه العمود ، كما سبق فى مساحة المثلث .

وأما فيما كان اضلاع قاعدته زوجا فإن كان السطح مارا بالزاويتين منها فيكون قاعدة مثلث المخروط قطر الدائرة [المارة بزوايا القاعدة] المحيطة بأضلاع القاعدة ، وأحد ساقيه الأطول الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته ، والآخر الأقصر الواصل بهما ، وإن كان ماراً بمنتصفى الضلعين فيكون القاعدة قطر الدائرة الداخلة والضلعان الآخران هما اطول الخطوط الواصلة بين رأسه ومنتصف أضلاع القاعدة وأقصرها ، فنستخرج منها العمود ، وإن كان قاطعا للضلعين على غير نقطتى المنتصف ، نزيد مربع بعد التقاطع عن منتصف الضلع على مربع نصف قطر الدائرة الداخلة ، ونأخذ جذر المجموع ، ونضعفه فهو قاعدة مثلث المخروط ، والخطان الواصلان بين راس المخروط وطرفى القاعدة مما ساقاه ، فنستخرج منهما العمود .

نوع آخر : اعم منه إن كان سهمه معلوما وكذا زاوية ميله عن القيام ، فنضرب سهمه فى جيب تمام زاوية الميل منحطا ، فما حصل فهو العمود ، وكذا الحكم فى كل خط وصل بين راس المخروط ومحيط قاعدته إذا كان مقدار زاوية ميل ذلك الخط معلوما ، وهذا شامل لجميع المخروطات .

واما استخراج العمود الخارج عن مركز القاعدة على خط وصل بين راس المخروط ومحيط قاعدته فنضرب مجموع سهم المخروط ونصف قطر قاعدته فى تفاضلهما ، ونقسم الحاصل على الخط المذكور ، فما خرج ننقصه عن ذلك الخط ثم ننقص مربع نصف الباقى عن مربع نصف قطر القاعدة ، فما بقى نأخذ جذره فهو المطلوب [١١٧] .

الفصل الثالث : فى مساحة المخروط الناقص :

اما المستدير فنضرب قطر قاعدته فى العمود الواقع بين السطحين ، ونقسم الحاصل على التفاوت بين قطرى القاعدة والسطح الأعلى الموازى لها ، فما خرج فهو عمود المخروط التام[١١٨] ننقص منه العمود الأول فما بقى فهو عمود المخروط الصغير .

ثم نمسح المخروطين ، وننقص الأقل من الأكثر لتبقى مساحة المخروط الناقص .

وأما المضلع فإن كان اضلاع قاعدته بحيث يمكن ان يحيط بها دائرة يماس جميع زواياها ، او يحيط بدائرة يماس جميع أنصاف اضلاعه ، فيعمل باحد قطرى الداخلة او الخارجة لكل واحد من السطحين ما عملنا فى المستدير بقطرى القاعدتين .

---

(١) زائدة في ل والجملة غير موجودة فى ت .

وإن لم يكن فيه العمود معلوما ، وكان المخروط قائماً وأعظم الخطوط الواصلة بين محيطى القاعدتين ، أعنى الواصل بين الزاويتين منهما معلوما ، فنأخذ فضل قطر الدائرة الخارجة للقاعدة على الخارجة أيضاً للسطح الأعلى ، وننقص مربع نصف التفاضل عن مربع الخط المذكور المعلوم ، فما بقى فهو مربع العمود ، وإن كان أصغر الخطوط الواصلة بين المحيطين معلوما ، أعنى الواصل بين الضلعين منهما القائم عليهما ، فنعمل بقطر الدائرة الداخلة منهما ما عملنا هناك بالخارجة .

نوع آخر : وإن كان زاوية ميل سهم المخروط عن القيام معلومة ، فنضرب مقدار السهم فى جيب تمام تلك الزاوية منحطا ، يحصل مقدار العمود ، وهذا شامل للمخروط المائل أيضاً .

الفصل الرابع : فى مساحة فضل المخروط ومساحة[1] فضل المعين المجسم :

أما مساحة فضل المخروط ، فنضرب ثلث العمود الخارج عن مركز قاعدته الواقع على ضلع من أضلاعه فى السطح المستدير للمخروط الناقص فتحصل المساحة[2][١١٩].

وأما مساحة فضل المعين المجسم فنضرب ثلث العمود الخارج من رأس المخروط التام الواقع على ضلع من أضلاع المخروط الناقص خارجا كان أو داخلا فى السطح المستدير الواقع بين القاعدة المشتركة وبين السطح الأعلى للمخروط الناقص ليحصل المساحة[3][١٢٠] .

الفصل الخامس : فى مساحة الكرة (ه) : نضرب نصف قطرها فى ثلث مساحة سطحها المحيط بها يحصل المساحة .

نوع آخر : نضرب ثلثى قطرها فى مساحة أعظم دائرة تقع فيها .

نوع آخر : نكعب القطر ونأخذ منه أحد عشر جزءاً من احد وعشرين بالحساب المشهور ، فإنه بحسابنا نضرب مكعب القطر فى صفر لا كد نر ك [٠ ٣١ ٢٤ ٥٧ ٢٠] رابعه وهو سدس نسبة المحيط على القطر تحصل المساحة (٣) : [١٢١] .

نوع آخر : نضرب سدس مكعب القطر فى نسبة المحيط إلى القطر .

نوع آخر : نضرب ثلثى مكعب القطر فى نسبة مساحة الدائرة إلى مربع القطر التى هى صفر مر ركو [٢٦ ٧ ٤٧ ٠] كما سبق فى الباب الرابع .

واعلم أن الكرة تساوى اسطوانة قاعدتها تساوى أعظم دائرة تقع فى الكرة ، وارتفاعها بقدر ثلثى قطر الكرة ، وأيضاً تساوى لأربع مخروطات ، قاعدة كل واحدة منها مساوية لأعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساير لنصف قطر تلك الكرة[١٢٢] .

الفصل السادس : فى مساحة قطاع الكرة وقطعتها : نضرب نصف قطر الكرة فى ثلث مساحة سطحه الأكبر يحصل مساحة القطاع ، ثم ننقص ارتفاع القطعة عن نصف قطر الكرة ، ونضرب ثلث الباقى فى سطح

---

(١) ، (٢) ، (٣) المقصود الحجم .

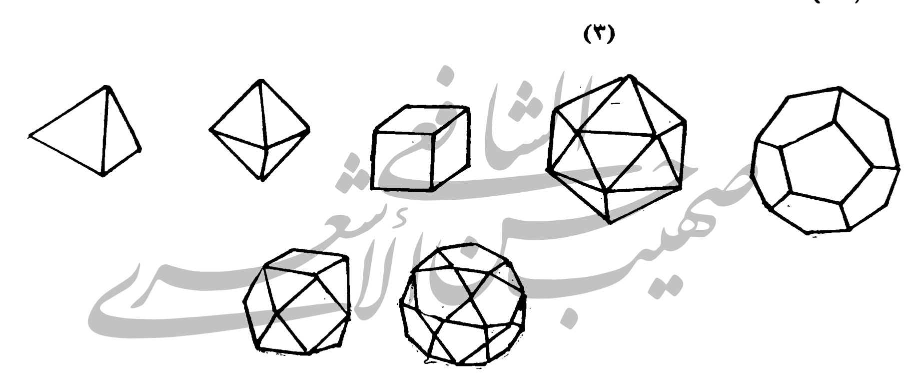
قاعدة القطعة يحصل مساحة (٤) : مخروط القطاع[١٢٣] تنقصه عن مساحة القطاع الذى هو اقل من نصف قطر الكرة ، او نزيده عليها إن كان أكثر ، فالباقى او الحاصل هو مساحة القطعة

الفصل السابع : فى مساحة الأجسام المتساويات[1] أضلاع القواعد يمكن أن يحيط بها محيط كرة يماس زواياها ، ويمكن أن يحيط كل واحد منها بكرة يماس مراكز قواعده ، أو بكرتين متوازيتين تماس احديهما بعض قواعد المجسم والأخرى تماس بواقيها ، وكل واحد منهما كمجتمع عن مخروطات مضلعات ، أومتساويات القواعد والارتفاعات ، أو مختلفة القواعد والارتفاعات ، يكون رءوسها متحدة عند مركز المجسم ، وهى سبعة مجسمات[١٢٤] :

أما الأول : فهو ذو أربع قواعد مثلثات متساويات فى الكرة ، وهو مجسم يحيط به أربعة مثلثات متساويات الأضلاع ، وهو مخروط مثلث القاعدة ، فكأنه مؤلف عن أربعة مخروطات قواعدها قواعده ، ورءوسها مركزه والعمل فيه أن نربع قطر الكرة المحيطة به ، ونأخذ جذر ثلثيه ، وكذا جذر نصف مربع القطر ، فالأول ضلع القاعدة والثانى عمود مثلث القاعدة .

نضرب أحدهما فى نصف الآخر يحصل مساحة احدى قواعده ، نضربه ١٣٨ فى تسعى[2] قطر تلك الكرة يحصل المساحة (٤) [١٢٥] .

(٣)



نوع آخر : نضرب قطر الكرة تارة فى صفر ح نط كح به ما خامسة [٤١ ١٥ ٢٣ ٥٩ ٤٨ صفر] يحصل ضلعه ، وتارة فى صفر مب كه له حـ نحـ خامسة [٥٣ ٣ ٣٥ ٢٥ ٤٢ صفر] يحصل عمود المثلث والباقى كما سبق[١٢٦] .

نوع آخر : نأخذ جذر تسعى مربع القطر ، ونضربه فى جذر سدس مربع القطر ، فما حصل نضربه فى ثلث القطر يحصل المساحة[4] ، وإن كان الضلع معلوما ، وقطر الكرة وارتفاع المجسم مجهولين ، نربع الضلع ونأخذ جذر ثلثيه[5] فهو ارتفاع المجسم يساوى ثلثى قطر الكرة ، ونزيد نصف الارتفاع عليه يحصل قطر الكرة .

---

(١) فى ت المتساويات
(٢) فى ت تسعى
(٣) الرسوم غير موجودة فى المتن .
(٤) المقصود حجم
(٥) فى ت ثلثيه وفى ل ثلثه .

نوع آخر : نضرب الضلع فى صفر مح نط كحه به ما خامسة [٤١ ١٥ ٢٣ ٥٩ ٤٨ صفر] يحصل ارتفاع الجسم وهو ثلثا قطر الكرة .

وأما الثانى فهو ذو ثمانى قواعد مثلثات متساويات الأضلاع فى الكرة والعمل فيه أن نضرب قطر الكرة التى يحيط به فى نصف القطر ، ثم الحاصل فى ثلث القطر ، أو نضرب مربع القطر فى سدس القطر فما حصل فهو [١٢٧]المساحة .

نوع آخر : نضرب القطر فى صفر مس كه له حه نحه خامسة [٥٣ ٣ ٣٥ ٢٥ ٤٢ صفر] تحصل المساحة .

نوع آخر : وإن كان ضلع قاعدته من أضلاعه معلوما وقطر الكرة المحيطة مجهولا ، فضعف مربع الضلع ونأخذ جذره فهو قطر الكرة .

نوع آخر : نضرب الضلع فى ا كد نا ىـ رمو خامسة [٤٦ ٧ ١٠ ٥١ ٢٤ ١] يحصل القطر ، ثم نضرب مربع الضلع فى ثلث القطر يحصل المساحة [١٢٨] .

وأما الثالث : فهو المكعب الذى فى الكرة ، والعمل فيه أن نأخذ ثلث مربع قطرها ، ويحصل جذره فهو ضلع المكعب ، يحصل منه مساحته بأن نضربه فى نفسه ، ثم نضربه فى الحاصل[١٢٩] .

نوع آخر : نضرب قطر الكرة فى صفر لد لح كز لط كط خامسة [٢٩ ٣٩ ٢٧ ٣٨ ٣٤ صفر] يحصل ضلعه ، ولو نقسم الضلع عليه يحصل القطر[١٣٠] وظاهر أن قطر الكرة الداخلة فيه يساوى ضلعه .

والمكعب اسطوانة مربعة القاعدة ارتفاعها يساوى ضلع قاعدتها ، وقد ذكرنا مساحة الاسطوانة .

وأما الرابع : فهو ذو عشرين قاعدة مثلثات متساوية الأضلاع فى الكرة ، والعمل فيه أن نربع قطر تلك الكرة ، ونأخذ نصف عشرة وننقص جذره عن نصف قطر الكرة فما بقى نحفظه ونزيد مربعه على خمس مربع القطر ، وناخذ جذر المجموع فهو ضلع قاعدة الجسم[١٣١] .

نوع آخر : نأخذ خمس مربع قطر الكرة ونضرب جذره فى ا ى لب حه نحه مد خامسة [٤٤ ١٣ ٣ ٣٢ ١٠ ١][1] فما حصل فهو ضلع قاعدة الجسم[١٣٢] .

طريق آخر : نضرب القطر فى صفر لا لب لز ند يح خامسة [١٣ ٥٤ ٣٧ ٣٢ ٣١ ٠] وهو وتر لنصف قوس يكون سهمها أربعة أخماس القطر ، على أن القطر واحد ، يحصل ضلع القاعدة[١٣٣] ، فاذا حصل ضلع قاعدته يحصل منه مساحة سطح القاعدة ، ونضربها فى عشرين دائما ليحصل مساحة جميع سطح الجسم ، ثم ننقص ثلث مربع الضلع عن ربع مربع القطر ، ونأخذ جذر الباقى فهو نصف قطر كرة يحيط الشكل بها ، أعنى العمود الخارج عن مركز الجسم على سطح القاعدة[١٣٤] .

---

(١) جميع الأرقام ليست فى المتن ولكننا وضعناها هنا لسهولة المقارنة والمراجعة .

نوع آخر : نضرب قطر الكرة فى كحـ ه كب ما كو خامسة [٢٦ ٤١ ٢٢ ٥٠ ٢٣] يحصل نصف قطر الكرة الداخلة ثم نضرب ثلث ذلك العمود فى جميع سطح المجسم ، فما حصل فهو مساحة المجسم[١٣٥] ، وإن كان ضلع مثلث القاعدة معلوما ، وقطر الكرة مجهولا ، نقسم مقدار الضلع على وتر خمس الدائرة وهو ا ـــ لب حـ مد كب سادسة [٢٢ ٥٤ ١٣ ٣ ٣٢ ١٠ ١ ١] على أن نصف قطرها واحد ، فما خرج نضرب مربعه فى الخمسة دائما ، فالحاصل مربع قطر الكرة الخارجة التى يحيط بالمجسم .

نوع آخر : نقسم الضـلع على صفر لا لب لز ند مح خامســة [١٣ ٥٤ ٣٧ ٣٢ ٣٤ ٠] يخرج القطر .

وأما الخامس : فهو ذو اثنى عشرة قاعدة مخمسات متساويات الأضلاع والزوايا وقع فى الكرة ، والعمل فيه أن نأخذ نصف سدس مربع القطر ، ويحصل جذره ثم نضرب ذلك ، أعنى نصف السدس المذكور فى خمسة دائما ، ونأخذ جذر الحاصـل ، وننقص منه الجذر السابق ، فما بقى فهو ضلع مخمس القاعدة[١٣٦] .

نوع آخر : نضرب القطر فى صفر كا كد لحـ لد بر خامسة [١٧ ٣٤ ٣٣ ٢١٢٤ ٠] يحصل ضلع مخمس القاعدة ، نحصل منه مساحة سطح القاعدة كما سبق ، ونضربه فى اثنى عشر ليحصل مساحة جميع سطح ذى اثنى عشرة قاعدة[١٣٧] ، ثم نحصل نصف قطر الكرة الداخلة كما سبق فى ذى عشرين قاعدة بعينه ، أعنى ننقص ثلث مربع ضلع المثلث فى ذى عشرين قاعدة عن ربع مربع قطر الكرة المحيطة ، ونأخذ جذر الباقى ، أو نضرب القطر فى كحـ ه كب ما كو خامسة [٢٦ ٤١ ٢٢ ٥٠ ٢٣] فما حصل فهو العمود الخارج عن مركز المجسم إلى مركز القاعدة .

نضرب ثلثه فى مساحة سطح المجسم يحصل مساحة جسمه وهو المطلوب .

وإن كان ضلعه معلوماً وقطر الكرة المحيطة مجهولا ، نربع الضلع ونزيد على ذلك المربع ربعه ، ونأخذ جذر المجموع ، وننقص عنه نصف الضلع ، فما بقى نزيد على الضلع المعلوم ، ونضرب مربع مابلغ فى الثلاثة دائما ، فالحاصل هو مربع قطر الكرة التى يحيط بالمجسم[١٣٨] .

طريق آخر : نقسم الضلع على صفر كا كد لحـ بد ر خامسة [١٧ ٣٤ ٥٣ ٢٤ ٢١ ٠] يحصل قطر الكرة المحيطة ، ولمـا كان كل واحد من عدد قواعد هذا المجسم ، وعدد زوايا ذى عشرين قاعدة اثنى عشر ، وعدد زوايا هـذا وقواعده عشرين ، فيمكن أن يعمل احدهما فى الآخر ، بحيث يماس زوايا مجسم الداخل مراكز أضلاع الخارج ، فيكون الكرة المحيطة بمجسم الداخل المماسة لزواياه هى الكرة الداخلة للمجسم الخارج المماسة لمراكز قواعده ، وكذا الحكم فى المكعب ، وذى ثمانية قواعد .

وقد عرفت استخراج قطر الكرة الداخلة مما سبق ، وهى الكرة الخارجة للمجسم الداخل ، فاستخرج به ضلع مجسم الداخل ، ومساحته كما ذكرنا .

وأما السادس : فهو ذو أربع عشرة قاعدة ، ثمانية منها مثلثات متساويات الأضلاع ، والستة الباقية مربعات أضلاعها أضلاع المثلثات ، وكل واحد منها مساو لنصف قطر الكرة المحيطة به ، والعمل فيه أن نضرب جذر « ١٤١ » نصف مربع القطر فى ربع مربع القطر ، أعنى قاعدته المربعة ، ونحفظ الحاصل ثم نأخذ جذر ثلث مربع القطر وكذا سدسه ، ونحصل جذر كل واحد منهما .

فالأول أربعة أمثال العمود الخارج عن مركز مثلث القاعدة إلى منتصف ضلعه ، والثانى العمود الخارج عن مركز المجسم إلى مركز المثلث ، فنضرب نصف قطر الكرة ، وهو ضلع المثلث فى أحدهما ، ثم الحاصل فى الآخر ، فما حصل نزيده على المحفوظ ، فما بلغ فهو مساحة المجسم .

طريق آخر : نضرب القطر فى صفر ے لو كح مه نح خامسة [٥٨ ٤٥ ٢٣ ٣٦ ١٠ ٠] والحاصل فى مربع القطر ، فما حصل فهو المحفوظ ، ثم نضرب القطر فى صفر يو ط مز مه يح خامسة [١٣ ٤٥ ٤٧ ١٩ ١٦ ٠] ومربع القطر فى صفر كه يح ه مد لز خامسة [٣٧ ٢٤ ٥٠ ١٨ ٢٥ ٠] ثم نضرب الحاصل الأول فى الحاصل الثانى ، فما حصل نزيده على المحفوظ ليحصل المساحة(١) [١٣٩] .

وأما السابع : فهو ذو اثنتين وثلاثين قاعدة يكون عشرون منها مثلثات متساويات الأضلاع واثنتا عشرة منها مخمسات أضلاعها أضلاع تلك المثلثات ، فكل واحد منها مساو لضلع المعشر الواقع فى أعظم دائرة ، وقعت فى الكرة ، والعمل فيه أن نقسم مربع قطر الكرة على ستة عشر ، ونأخذ جذر الخارج من القسمة فى خمسة ونأخذ جذر الحاصل وننقص منه الجذر السابق ، فما بقى فهو ضلع قاعدة المجسم [١٤٠] ، يحصل منه مساحة قاعدتيه ، أعنى المخمس والمثلث كما سبق فى مساحة السطوح ، ونضرب مساحة قاعدة المخمس فى اثنى عشر ليحصل جميع سطوح المجسمات ، ونضرب مساحة قاعدته المثلث فى عشرين ليحصل جميع سطوح مثلثاته ، ثم ننقص ثلث مربع الضلع عن ربع مربع القطر فما بقى نأخذ جذره ، ونضرب ثلثه فى جميع السطوح المثلثات ، ونحفظ الحاصل ، ثم نقسم الضلع على ا ے لب ح مح مد خامسة [٤٤ ٤٣ ، ٣٢ ١٠ ١] فما خرج ننقص مربعه من ربع مربع القطر ، ونأخذ جذر الباقى ، ونضرب ثلثه فى جميع السطوح المجسمات ، فما حصل نزيده على المحفوظ ليحصل مساحة المجسم .

نوع آخر : نضرب قطر الكرة فى صفر يح لب كز م يه خامسة [١٥ ٤٠ ٢٧ ٣٢ ١٨ ٠] يحصل الضلع نحصل منه مساحة سطحى مخمسة ومثلثة ، ونجيع مخمساته تارة ، ومثلثاته أخرى كما سبق ، ثم نضرب القطر تارة فى صفر ح ل كج كان خامسة [٥٠ ٢١ ٢٣ ٣٠ ٨ ٠] والحاصل فى جميع مجسماته ، ونحفظ الحاصل . وتارة فى صفر ط ك ل ب يح خامسة [١٨ ١٢ ٢٠ ١٠ ٩ ٠] والحاصل فى جميع مثلثاته .

ونزيد الحاصل على المحفوظ ليحصل المساحة(٢) [١٤١] وإن كان الضلع معلوماً . والقطر مجهولا نأخذ

---

(١) المقصود الحجم .

(٢) المقصود الحجم

	الدرجة	الدقائق	الثواني	الثوالث	الروابع	الخوامس
ضلع ذى أربع قواعد مثلثات على أن قطر الكرة واحد وارتفاعه على أن ضلعه واحد	صفر	مح	لط	كج	يه	ما
	"	ثمان وأربعون	تسع وخمسون	ثلاث وعشرون	خمس عشر	أحد وأربعون
عمود مثلث ذى أربع قواعد وضلع ذى ثماني قواعد على أن القطر واحد	"	مب	كه	له	ج	نج
	"	اثنان أربعون	خمس وعشرون	خمس وثلاثون	ثلاث	ثلاث وخمسون
قطر كرة ذى ثماني قواعد على أن الضلع واحد	١	كد	ما	ى	ز	مو
	واحد	أربع وعشرون	إحدى وخمسون	عشرة	سبع	ست وأربعون
ضلع المكعب على أن قطر الكرة واحد	صفر	لد	لح	كز	لط	كط
	صفر	أربع وثلاثون	ثمان وثلاثون	سبع وعشرون	تسع وثلاثون	تسع وعشرون
نسبة ضلع المخمس إلى ضلع المسدس	١	ى	لب	ج	يج	مد
	واحد	عشر	اثنان وثلاثون	ثلاث	ثلاث عشرة	أربع أربعون
ضلع ذى عشرين قاعدة على أن القطر واحد	صفر	لا	لب	لز	نه	يج
	"	إحدى وثلاثون	اثنان وثلاثون	سبع وثلاثون	أربع وخمسون	ثلاث عشرة
العمود الخارج من مركز ذى عشرين قاعدة أو ذى اثني عشر قاعدة الواقع على سطح قاعدة على أن القطر الواحد	"	كج	ن	كب	ما	كو
	"	ثلاث وعشرون	خمسون	اثنان وعشرون	إحدى أربعون	ست وعشرون
ضلع ذى اثني عشر قاعدة على أن القطر الواحد	"	كا	كد	لج	لد	يز
	"	إحدى وعشرون	أربع وعشرون	ثلاث وثلاثون	أربع وثلاثون	سبع عشرة
نصف العمود الخارج من مركز ذى أربع عشرة قاعدة على سطح مربعه على قطر الكرة واحد	"	ى	لو	كج	مه	نح
	"	عشر	ست وثلاثون	ثلاث وعشرون	خمس أربعون	ثمان وخمسون
الثلثان من العمود الخارج من مركز ذى أربع عشرة قاعدة إلى سطح مثلثه على أن القطر واحد	"	نو	نط	مز	مه	يج
	"	ست عشرة	تسع عشرة	سبع وأربعون	خمس وأربعون	ثلاث عشرة
نسبة مساحة المثلث إلى مربع ضلعه	"	كه	نح	ن	مد	لز
	"	خمس وعشرون	ثمان وخمسون	خمسون	أربع أربعون	سبع وثلاثون
ضلع ذى اثنين وثلاثون قاعدة	"	يح	لب	كز	م	يه
	"	ثمان عشرة	اثنان وثلاثون	سبع وعشرون	أربعون	خمس عشرة
ثلث العمود الخارج من مركز ذى اثنين وثلاثين قاعدة إلى سطح المخمسة على أن القطر واحد	"	ح	ل	كج	كا	ن
	"	ثمان	ثلاثون	ثلاث وعشرون	إحدى وعشرون	خمسون
ثلث العمود الخارج من مركز ذى اثنين وثلاثين قاعدة إلى سطح مثلثه على أن القطر واحد	"	ط	ك	ل	يب	يح
	"	تسع	عشرون	ثلاثون	اثنى عشر	ثمان عشرة

ربع مربع الضلع . ونأخذ جذره . ونزيد الربع المذكور على مربع الضلع . ونأخذ جذر المجموع . وننقص منه الجذر السابق . فما بقى نزيده على الضلع . فضعف الحاصل هو قطر الكرة المحيطة به[١٤٢] .

نوع آخر : نقسم الضلع على يح لدكر م ه خامسة [١٥ ٤٠ ٢٧ ٣٤ ١٨] يحصل القطر . ومساحة هذه الأجسام المتساويات أضلاع القواعد لا يورد أصحاب هذا الفن فى كتب المساحة فاستخرجتها من الأصول ووضعت الأرقام المستعملة فيها فى جدول مع كتابة أسماء تلك الأعداد والجدول هذا [١٤٣] (الصفحة السابقة)

الفصل الثامن : فى مساحة ساير الأجسام .

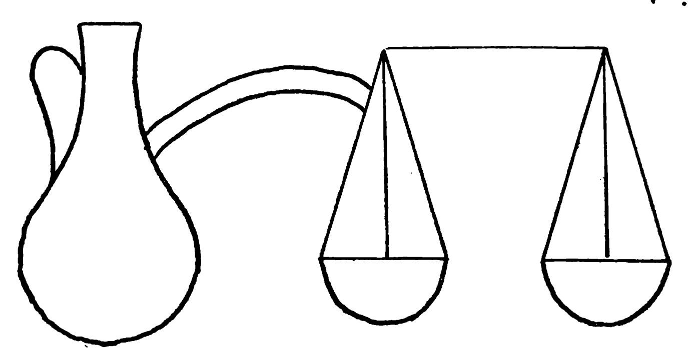
أما المركبة مما ذكرنا مثلا أسطوانة زيد عليه مخروط أو نقص منه ، وامثال ذلك فنمسح كل واحد منها ثم نجمعها ، أو نأخذ التفاضل على ما يقتضى ، وأما ما عدا ذلك فإن أمكن وضعه فى إناء أو حوض يكن مساحة تجويفه ، نضعه فيها ، ونصب عليه الماء إلى أن جاوز الماء عن رأسه ، ونعلم على الفصل المشترك بين سطح الماء والاناء أو الحوض علامة ، ثم نخرج الجسم من الماء ونمسح الهواء الواقع فى الموضع الذى انخفض عنه الماء فهو المطلوب .

الباب الثامن

فى معرفة مساحة بعض الأجسام عن وزنه وبالعكس ، وهى موقوفة على معرفة هذه المقدمة :

إذا كان جسمان متساويين فى الحجم مختلفتين فى الوزن، فإن نسبة وزن الأول إلى وزن الثانى عند تساوى حجمهما كنسبة حجم الثانى إلى حجم الأول عند تساوى وزنهما .

مثلا : يكون نسبة وزن الحديد إلى وزن الخشب عند تساوى حجمهما كنسبة حجم الخشب إلى حجم الحديد عند تساوى وزنهما ، والحيلة فى معرفة هذه النسبة بين الأجسام المتطرفة ، وغيرها ان ناخذ قمقمة يكون أنبوبتها منحنية مائلة الرأس إلى أسفل ، ونملأها ماء صافيا ، ونضع كفة ميزان تحتها ، فإذا أسقطنا أو أولجنا فيها شيئاً من الفلزات أ الجوهر أو غير ذلك ، وينبغى ان يكون مصمتا لا مجوفاً ، يخرج من الأنبوبة بقدر حجم ذلك الجسم ماء ، وإذا أسقطنا فيها جسما آخر يكون وزنه مساويا لجسم الأول يخرج منها مقدار آخر من الماء ، فيكون نسبة وزن الماء الأول إلى وزن الماء الثانى كنسبة حجم الماء الأول بل حجم الجسم الأول إلى حجم الماء الثانى بل حجم الجسم الثانى ، وكذا يكون النسبة بين وزن الجسم الثانى إلى وزن الجسم الأول عند تساوى حجمهما .



فإذا اسقطنا فى القمقمة مائة مثقال مثلا من كل واحد من الأجسام التى سنوردها فى الجدول ، ونزن ماء كل واحد يحصل لنا نسبة حجم بعضها مع بعض عند تساوى الوزن ، بل نسبة وزن بعضها مع بعض عند تساوى الحجم بالتكافى .

ولاستخراج نسب المايعات ، ينبغى أن نأخذ إناء ، ونعرف كم يسع ماء ، وهكذا كم يسع كل مايع لنعرف نسبة وزن الماء إلى وزن كل واحد منها عند تساوى الحجم ، وقد عرفت نسبة وزن الماء إلى وزن أحد من الفلزات عند تساوى حجمهما ، فتعرف نسبة وزن ذلك الفلز إلى وزن كل واحد من المايعات عند تساوى الحجم .

ولو أردنا معرفة وزن مكعب ذراع من كل واحد منها ، نطلب بركة يكون جدرانها إما مستوية أو مستديرة قائمة على سطح الأفق ، وكل واحد من أبعادها الثلاثة أكثر من ذراع ، وكلما كانت البركة أعظم يكون العمل بها أصح .

ثم نملؤها ماء ، ونعلم الفصل المشترك بين سطح الماء وجدران البركة ، ثم نخرج منها بعضاً من الماء بقدرما نخفظ به سطح الماء من العلامة ذراعاً واحداً ، ونزن ما يخرج منها ، ثم نقسم وزن الماء الذى أخرجناه على مساحة سطح الماء يحصل وزن مكعب ذراع من الماء ، ونستخرج منه وزن مكعب كل جنس نريد على نسبة وزنهما عند تساوى الحجم .

وقد أورد الحكيم المحقق عماد الدين الخوام البغدادى تغمده الله [تعالى] بغفرانه فى الرسالة [١٤٤] البهائية جدولين فى نسب الفلزات والجواهر ، وبعض المائعات متخرجين عن كتاب ميزان(١) الحكمة[١٤٥] وهما غير صحيحين فى كثير من النسخ التى طالعتها بسهو الناسخين ، ولم يتعرض لذلك أحد من شارحيه .

وقال الفاضل المحقق كمال الدين الحسن(٢) الفارسى [١٤٦] فى الشرح أن لا سبيل لنا إلى تصحيح الجداول ونحن صححناها عن كتاب ميزان الحكمة ، وذكرنا كيفية استخراجها أيضاً لمن أراد امتحانها .

وأوردنا جدولا فيه أوزان الأجسام المتساوية الحجم على أن وزن الأثقل هو الذهب مائه سواء كانت مثقالا أو أوقية أو رطلا أو غيرها[١٤٧] ، وكذا على أن وزن الذهب الفان وأربعمائة إذ هو مجنس طساسيج المائة الصحيحة مع أوزان مياه الأجسام .

على أن وزن كل واحد إما مائة وإما الفان وأربعمائة ، ونحولها إلى أرقام الجمل أيضاً لأن إذا وقع بالانتساخ منه غلط فى واحد سهل تصحيحه من آخر .

وكذا أوردنا وزن مكعب ذراع اليد بالمثاقيل والرطل أيضاً .

وهذه كلها على الأمر الأوسط والجداول هذه .

---

(١) ميزان الحكمة من تأليف (الخازن)

(٢) كمال الدين الحسن الفارسى من علماء القرن (الثالث عشر) الميلادى

أسماء الأجسام	أوزان مياه ما يساوي حجم مائة مثقال أو غيره من كل جسم ومجنس طساسيجها					أوزان الأجسام المتساوية الحجم على أن وزن الذهب مائة مثقال أو أوقية أو غيره ومجنس طساسيجها					مرفوعها إلى حساب الجمل		
	المثاقيل والأوزان	دوانيقها	طساسيجها	مجنس كلها إلى الطساسيج	مرفوعها إلى حساب الجمل	المثاقيل والأوزان	الدوانيق	الطساسيج	دقائقها	مجنس الكل إلى الطساسيج	مرفوع / مرفوع / جزء	مرفوع / أجزاء / دقائق	مرفوع / دقائق / ثواني
الذهب	ه	ا	ب	١٢٦	ب و	ق	صفر	صفر	صفر	٢٤٠٠	م	صفر	صفر
الزئبق	ر	ب	٥	١٧٧	ب نو	عا	ا	ا	كح	١٧١٨	كح	كح	
الأسرب	ح	ه	صفر	٢١٢	حو ن	بط	ب	ب	كه	١٤٢٦	كح	مو	كه
الفضة	ط	د	ا	٢٣٣	جد	لد	صفر	ج	نا	١٢٩٩	كا	لط	نا
الصفر	يا	ب	صفر	٢٧٢	دس	مو	ا	ح	مو	١١١١	ع	لا	مو
النحاس	يا	ح	صفر	٢٧٦	دلو	مه	ب	ح	مب	١٠١	ع	يا	مب
الشبة	يا	د	صفر	٢٨٥	دم	مه	صفر	صفر	صفر	١٠٨٠	ع	صفر	صفر
الحديد	س	ه	ب	٣١٠	هى	م	ح	ح	كط	٠٩٧٥	ر	له	كط
الرصاص	يح	د	صفر	٣٢٨	هكح	لح	ب	ا	نر	٩٢١	ه	لا	نر
الياقوت الكحلي	كه	ا	ب	٦٠٦	ى و	ك	د	ح	ا	٤٩٩	ح	نط	ا
الميناء	كه	صفر	صفر	٦١٠	ىى	ك	ح	ح	مه	٤٩٥	ح	له	مه
الياقوت الأحمر	كو	صفر	صفر	٦٢٤	ىكد	ك	ا	صفر	لر	٤٨٤	ح	د	لر
اللعل	كر	ه	ب	٦٧٠	ياى	ع	د	ح	كا	٤٥١	ر	لا	كا
الزمرد	لو	س	صفر	٨٧٢	للك	لل	ب	ب	مر	٣٤٦	ه	مر	مر
اللازورد	لر	ا	صفر	٨٩٢	للن	لل	صفر	ح	ا	٩٣٩	ه	لط	ا
اللؤلؤ	لح	ح	صفر	٩٢٤	نه كد	يح	ح	ح	نر	٣٢٧	ه	كر	لو
العقيق	لط	صفر	صفر	٩٣٦	ك لو	يح	ب	ح	و	٣٢٣	ه	يح	و
البسذ	لط	صفر	ح	٩٣٩	ب لط	يح	ب	ب	ا	٣٢٢	ه	ك	ا
البلور	م	صفر	صفر	٩٦٠	نو صفر	يح	صفر	ح	صفر	٣١٥	ه	له	صفر
الزجاج	م	ا	صفر	٩٦٤	نو د	يح	صفر	ا	صب	٣١٣	ه	يح	ص
الأبنوس	مو	ه	صفر	١١٢٦	ع مد	يا	ا	ا	ب	٢٦٩	د	كط	ب
العاج	سا	صفر	صفر	١٤٦٤	كد كد	ى	ح	ب	لح	٢٠٦	ح	كر	لح
العسل						ر	ا	ب	ل	١٧٤	ب	نل	ل
حليب البقر						ه	ه	صفر	له	١٤٠	ب	ك	له
خل الخمر						ه	ب	ا	كں	١٢٩	ب	ط	كب
الخمر						ه	ب	صفر	⊙	١٢٨	ب	ح	⊙
الماء						ه	ا	ب	صفر	١٢٦	ب	و	صفر
الشمع	ق			٢٥٢٤		د	ه	ح	مط	١١٩	ا	نط	مط
الزيت	البياطن			صح			ه	صفر	ا	١١٦	ا	نو	ا
عود الخلاف		صفر	ح		ا الطك	ب	صفر	ب	مه	٠٥٠	صفر	⊙	مه

البياطن صح

وزن مكعب ذراع اليد بالمثاقيل ودقائقها

الأجسام	الآحاد	العشرات	المئات	الألوف	عشرات الألوف	مئات الألوف	دقائقها	مرفوع ثلاث مرات	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	مثاقيل	دقائق المثاقيل
عود الخلاف	١	٢	٥	١	١	صفر	مد	صفر	ح	س	م	مد
الزيت	٩	٣	٣	٦	٢		ى		ر	غ	نط	ى
الشمع	٢	٠	٢	٧	٢		لط			لح	كى	لط
الماء	٥	٠	٦	٨	٢		م		ر	نو	مه	م
الخمر	٨	٤	٢	٩	٢		نه		ح	ر	كج	نه
خل الخمر	٠	٧	٣	٩	٢		صفر			ط	ل	صفر
حليب البقر	٦	١	٩	١	٣		ل		ح	نا	نو	ل
العسل	٦	١	٦	٩	٣	٠	له		ا	لا	لو	له
الرصاص	٨	٠	٣	٩	٠	٢	كه	صفر	خ	ح	كج	كط
الحديديات	٣	٠	٤	١	٢	٢	و	ا	ا	ل	ح	و
الشبّة	١	٩	١	٥	٤	٢	كو		ح	و	لا	كو
النحاس	٧	٤	٨	٧	٤	٢	م		ح	ه	مر	م
الصفر	٣	٠	٤	٢	٥	٢	كح		ى	و	مح	كح
الأسرب	٨	٣	٨	٣	٢	٣	صفر	ا	كط	نر	غ	هـ

وزن مكعب الذراع بالرطل البغدادي — وهو برقوم الجمل

الأجسام	الآحاد	العشرات	المئات	الألوف	آحاد أعشار الرطل	عشر الرطل	دقائقها	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	أعشار أعشار الرطل	دقائقها
عود الخلاف	٨	٢	١	٠	١		مد	ب	ح	ا	مد
الزيت	٢	٩	٢		٩	٥	ى	د	س	نط	ى
الشمع	٢	٠	٣		٢	٢	لط	هـ	ب	كد	لط
الماء	٧	١			٥	٧	م		نز	مه	م
الخمر	٤	٢			٨	٨	نه		كد	مخ	نه
خل الخمر	٦	٢			٠	٣	صفر		كو	ل	صفر
حليب البقر	٤	٥	٣		٦	٥	ل	هـ	ند	نو	ل
العسل	٠	٤	٤	٠	٦	١	له	ر	ك	لو	له
الرصاص	٥	٢	٣	٢	٨	٥	كط	لح	مه	غ	كط
الحديد	٠	٦	٤		٣	٠	و	ما	صفر	ح	و
الشبه	٤	٢	٧		١	٣	لو	مه	كد	لا	كو
النحاس	٣	٥	٧		٧	٧	م	مه	يح	عر	م
الصفر	٤	٠	٨	٢	٣	٤	كح	لو	مد	مح	كح
الاسرب	٨	٩	٥	٣	٨	١	هـ	نط	غ	غ	هـ

ثم إذا كان مجسم معلوم الوزن ونريد مساحته ، نقسم وزنه على وزن مكعب ذراع منه ، يحصل المساحة ، وإذا كانت مساحته معلومة ونريد الوزن نضربها فى وزن مكعب ذراع منه يحصل وزنه .

الباب التاسع

فى مساحة « ١٥٠ » الأبنية والعمارات ، ولم يذكر فيها أصحاب هذا الفن سوى الطاق والأزج ، وذلك أيضا ليس على ما ينبغى ، فأوردتها على ما ينبغى مع سائره لأن الاحتياج بمساحة العمارات أكثر من سائرها ، وجعلتها مشتملة على ثلاثة فصول :

الفصل الأول : فى مساحة الطاق والأزج :

عرفهما المتقدمون بأنهما نصف أسطوانة مستديرة مجوفة ، ولا نشاهد مثله فى العمارات القديمة والجديدة ، وما شاهدناه كان أكثره محدد الوسط ، وقليل منه أقل من نصف الأسطوانة المستديرة المجوفة بكثير ، فاعلم أن الطاق على ما ينبغى وهو ما نسميه بالطاق الحقيقى هو مسقف مبنى على قاعدتين ، هما فى سطح واحد بين خطين متوازيين ، كأنه مؤلف من خمس قطعات ، اثنتان منها قطعتا فلكة واحدة أو حلقة واحدة أو د فى واحد لا يكون قطر مقعرها أصغر من وسعة الطاق ، أعنى البعدين : قاعدتى الطاق أحديهما فى اليمين والأخرى فى اليسار ، مبنيان على القاعدتين ، وقطعتان أخريان هما قطعتا فلكة أو حلقة أو د فى يكون قطر مقعرها أعظم من قطر مقعر الفلكة الأولى ، وغلظها مثل غلظ القطعتين الأوليين بعينه .

وهما مبنيان على فوقى القطعتين الأوليين متصلان على خط هو محدد الطاق ، ويكون محورى قطعتى الأيمن فى سطح واحد ، وكذلك الأيسر فى سطح واحد آخر ، وقطعة واحدة يحيط بها لوزتان متشابهتان متساويتان متوازيتان ، وأربعة سطوح مستويات .

فمجموعها هو مجسم يحيط به مسطحان مستويان متساويان متوازيان ، هما وجهاه وسطحان مستديران لا على محور ، وأحدهما محدبه ومقعرة ، ويقال للبعد بين وجهيه عرض الطاق ، والفرق بين الطاق والأزج ، أن عرض الطاق لا يكون أكثر من وسعته ، وللأزج يكون أكثر منها ، وقد يكون(١) فى الطاق عرضه . يدعوه فى الأزج طوله .

وطريق رسمه على ما رأيناه خمسة :

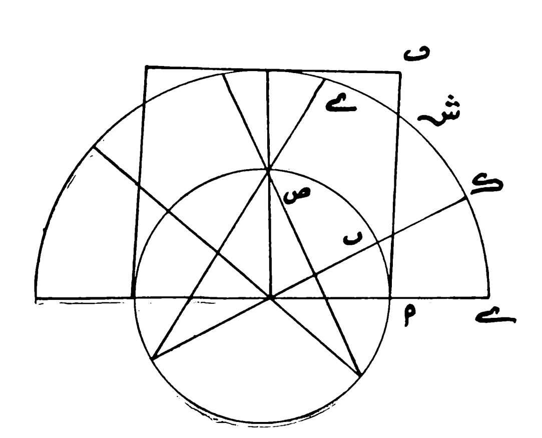
الأول : أن ندير دائرة ا ب حـ ى على ان قطرها يكون بقدر وسعة الطاق ونقطة هـ مركزها ، ونقسمها ستة أقسام متساويات على نقطة ا ب حـ ى ر ع ، ونصل أقطار ا ى ب ر حـ ع ونخرجها عن اطراف ا ب حـ ى على الاستقامة إلى نقطة ــ ك ل م بقدر ثخن الطاق ، حسب ما نريد .

ثم ندير على مركزه قوسى ــ ك م ل ، وندير على نقطة ع ببعد ع ك قوس حـ ط و على نقطة ر ببعد ر ب قوس ب ط ، ونصل ع ط ر ط ونخرجها إلى س ع بقدر ثخن الطاق ، وندير على نقطة ع

(١) فى ت وما يدعوه فى الطاق .

قوس ل ع ، وعلى نقطة ر قوس ك س ، ونخرج عمود س ن على ط س ، وعمود ن ع على ط ع فحصلت القطعات الخمس وهى قطعات ا ك ط ط ن ط ل ل ى جميعها وجه الطاق .

ولما جعلنا س ن ع ن مستقيما لا مستديرا لفائدة سنذكرها ، وصورته هكذا .



ويجوز أن نرسم قسى ب ط ط ح ك س ع ل حول نقطتين أخريين ، على خطى ه ر ه ح ، إما داخل نصف الدائرة التحتانى ، وإما خارجه وهو الأحسن(١) ، ونسمى سطح ا ب ط ح ك مجوف الطاق ، ويدعوه البناءون باسبرة .

وإذا أخرجنا من نقطة ن فى الجانبين عمودى ن ف ن ت على ه ط ن مساويين لـ ا ه ونصل ا ف ا ق نقطتان محدب الطاق على نقطتى ش ت ، فسطحا ش ف ن ن ق ت هما كتفا الطاق و ا ش ى ى ت م ما وقع من الطاق فى الجدار وخط ط ه ارتفاع محدبه الأسفل ، ه ن ارتفاع محدبة الأعلى ، وهذا الوجه يليق حيث كانت وسعة الطاق إلى خمسة أذرع .

وقد شاهدنا فى بعض العمارات أن ب ط ط ح كانا خطين مستقيمين ، وكذا ك ن ن ل .

الوجه الثانى : هو أن ندير نصف دائرة ا ب ح ى على أن خط ا ى القطر وهو وسعة الطاق ، ونخرجه فى الجهتين إلى نقطتى ى م بقدر ثخن الطاق حسب ما نريد ، ونقطة ه مركزها ، ونقسمها أربعة أقسام متساويات على نقطة ا ب ص ح ى ونصل نصفى قطرى ب ه ح ه ونخرجهما ، ونفرز منهما ه ع ه ر بقدر ا ص وتر الربع ر ح ل ب ك بقدر ثخن الطاق أعنى ى م .

وندير على مركزه قوسى ى ك م ل وندير على نقطة ع ببعد ع ح قوس ح ط ، وعلى نقطة ر ببعد ر ب قوس ر ط ، ونصل ع ط ر ط ، ونخرجهما إلى نقطتى ع س بقدر ثخن الطاق ، وندير على نقطة ع قوس ل ع ، وعلى نقطة ر قوس ك س ، ونخرج عمودى س ن ع ن على خطى ط س ط ع ، فمجموع قطعات ا ك ، ك ط ، ط ن ، ط ل ، ل ى ، وجه الطاق وتتم سطح ا ف ق ى المتوازى الأضلاع .

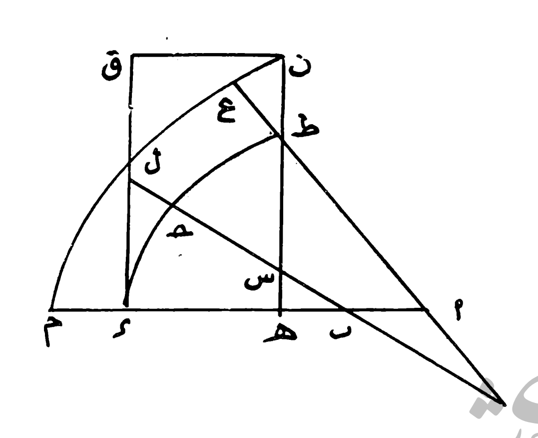
---

(١) والأحسن ما سبق (ت)

وجعلنا س ت ع ت مستقيما لا مستديرا لغرض سيفهم ، وهذا الوجه يليق حيثما نريد ، وسعة الطاق(١) . بين خمسة أذرع إلى عشرة أذرع أو إلى خمسة عشر ذراعا هكذا .

الوجه الثالث : هو أن يخرج عن منتصف ا ى وسعة الطاق هـ ت ، ونفرز منه هـ ص مثل ا هـ ونفرز عن هـ ا هـ ب بقدر ثمن ا هـ وندير على نقطة ب ببعد ب ى قوس ى ح . ثمن المحيط ، وكذا قوس م ل ونصل ب ح ونخرجه من جهة ب إلى نقطة ح بقدر ا ص وندير على مركز ح ببعد ح ح قوس ح ط إلى أن انتهت إلى عمود هـ ط على نقطة ط .

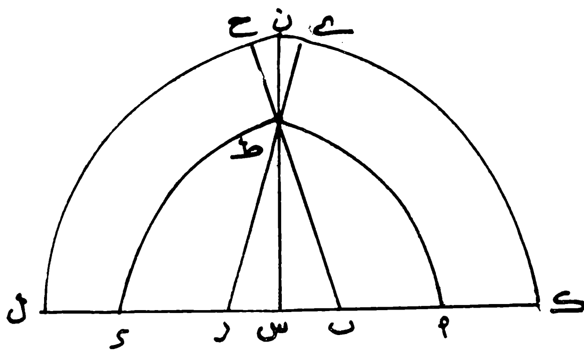
ونصل ح ط ونخرجه إلى ع بقدر ثخن الطاق وندير أيضاً على مركز ح قوس ل ع ونخرج من نقطة ع عمود ت ع على ط ع ، ونتمم سطح هـ ت ق ى المتوازى الأضلاع القائم الزوايا ، ليتم صورة نصف طاق.



وهكذا يكون العمل فى النصف الآخر ، وهذا الوجه يليق بالطاقات العظيمة التى يكون وسعتها أكثر من عشر(٢) باعات .

الوجه الرابع : هو أن تثلث [نقطتى](٣) وسعة الطاق على نقطتى ب ى وندير على نقطة ب ببعد ب ى قوس ى ط ، وعلى نقطة ر ببعد ا ى قوس ا ط ، ونصل ب ط ر ط ونخرجهما إلى نقطتى ح ے بقدر ثخن الطاق، وكذا ا ى فى الجهتين ، إلى نقطتى ك ل .

وندير على ب ببعد ب ل قوس ل ح ، وعلى نقطة ر وببعد ر ك قوس ى ك ے ونخرج من نقطتى ح ے عمودى ح ت ے ت على خطى(٤) ط ح ط ے فمجموع قطعات ط ك ط ت ط ل الثلاث وجه الطاق هكذا .

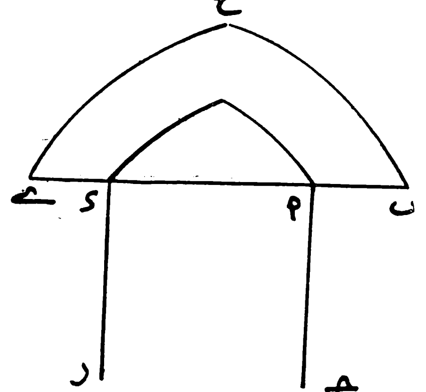


الوجه الخامس : ان نخرج من نقطتى ا ى نهايتا وسعة الطاق عمودى ا ح ى ر على ا ى ، ونجعل كل واحد منها بقدر ا ى ، ونجعل نقطتى ح ر مركزين ، وندير على كل واحد منهما ببعد

---

(١) فى مخطوط ل (طلاق) خطأ
(٢) مخطوط ل عشرة .
(٣) مخطوط ت ا د .
(٤) غير موجود فى ت .

وتر القائمة ، اعنى بعد ا ر قوس ا ط ى ط وكذا قوس ب حـ ـــ ـى ح بعد إخراج خطى ا ى من الجهتين ببعد واحد .



فيكون شكل ا ب ح ى ر ط وجه الطاق هكذا ، فاذا فرغنا عن تعريف الطاق والأزج فنشرع الآن فى كيفية مساحته وقد استخرجنا نسب بعض مقاديره إلى وسعته . وبعضها إلى ثخنه ، ووضعناها فى جدول مع شرح العمل بها .

وسنورد كيفية استخراج تلك المقادير ، وأيضاً حولناها إلى الرقوم الهندية ، ووضعناها فى الجدول أيضاً ، وهو هذا .

فاذا حصل مساحة وجه الطاق من الجدول الثانى ، فضربها فى عرض الطاق يحصل مساحة مجسمته ، وأما مساحة ما يدخل من الطاق فى الجدار الذى بنى عليه ، ومساحة كتفه ، فنضرب نصف قطر مقعر القطعة الأولى منه ، وهو نصف وسعته فى الوجهين الأولين ، ونصفها ونصف ثمنها فى الوجه الثالث ، وثلثاها فى الوجه الرابع فى نصف قطر محدبها منحطا ، وهو مجموع ثخنه مع نصف قطر مقعرها ، ونقوس الحاصل فى الجيب ، ونأخذ تمامها ، فهو قوس من محدب الطاق يدخل فى الجدار من أحد جانبيه بما به المحيط ثلاثمائة وستون .

ثم نضرب نسبة المحيط إلى القطر فى مجموع وسعة الطاق ، وضعف ثخنه فى الوجهين الأوليين ، وبزيادة ثمن الوسعة فى الثالث ، وبزيادة ثلثها فى الرابع ، فما حصل تضربه فى القوس المذكورة ، ونقسم الحاصل على ثلاثمائة وستين ، فما خرج فهو مقدار القوس المذكور . بما به وسعة الطاق ممسوحا .

نضربه فى نصف قطر محدب القطعة الأولى ، فما حصل نحفظه ، ثم نأخذ جيب تلك القوس ، ونضربه فى نصف القطر المذكور منحطا ، فما حصل نضربه[1] [١٤٩] فى نصف قطر مقعر القطعة الأولى ، فما حصل ننقصه من المحفوظ ، فما بقى هو مجموع سطح القطعتين اللتين تدخل فى الجدار .

ننقصه عن مساحة وجه الطاق فما بقى نزيده على مساحة مجوفة ، وننقص المجموع عن مضروب وسعة الطاق فى ارتفاع محدبه الأعلى ، فالباقى هو مساحة سطح كتفه ، ثم نضرب سطح كل واحد مما يدخل فى الجدار من الطاق وسطح كتفه فى عرض الطاق ليحصل مساحة مجسمه .

والأولى فى مساحة العمارات أن نمسح الجدران إلى تلثى الطاق أولا ، ثم نمسح الطاق ومجوفه ، ثم نضرب مجموع وسعة الطاق وضعف ثخنه فى ارتفاع محدبه الأعلى ، وننقص من الحاصل مجموع مساحة وجه الطاق وسطح مجوفه ، فما بقى هو مساحة سطحى كتفيه ، مع ما وقع فوق قاعدته لئلا نحتاج إلى مساحة ما يدخل فى الجدار من الطاق .

وأما إيراد ما وعدناه فى كيفية استخراج مقادير النسب الموضوع فى الجدول[١٥٠] ، فأعدنا الأشكال الثلاثة الأولى ، وفرضنا وسعة الطاق اثنين وضربناه فى نسبة المحيط إلى القطر حصل و نو نط كح أخذنا .

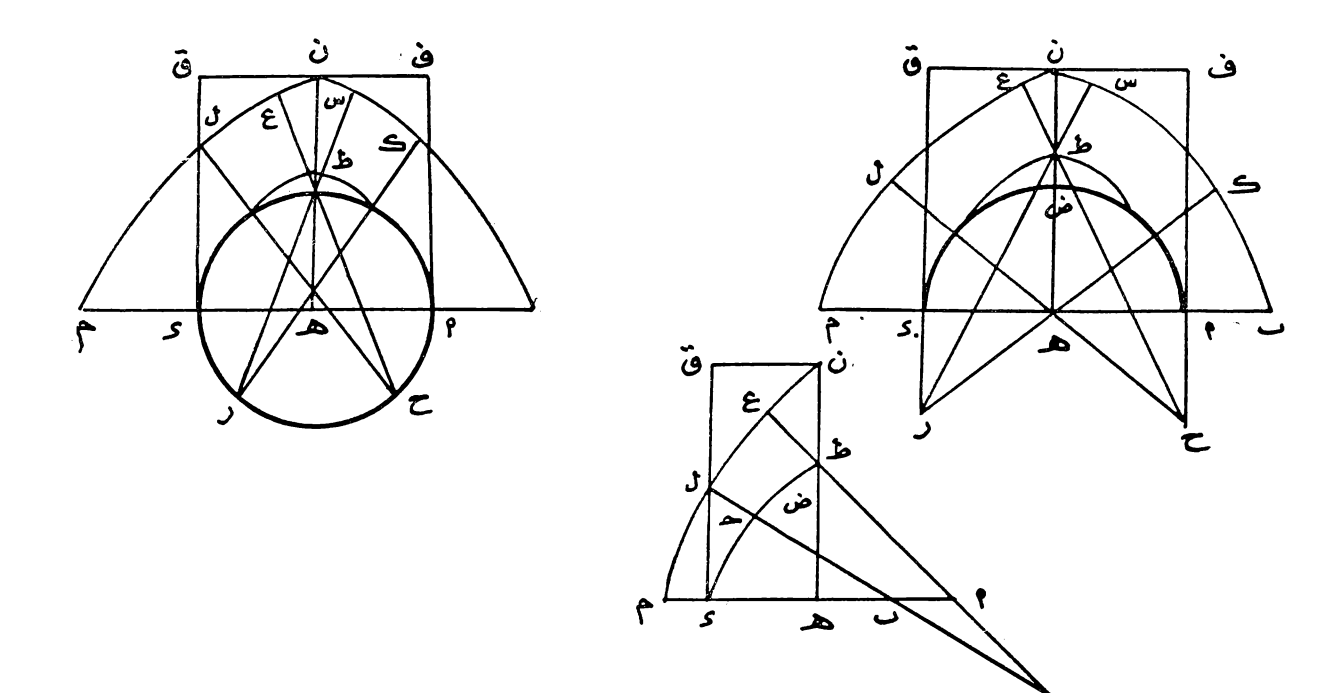
---

(١) صحتها نقسمه .

	إذا ضربنا وسعة الطاوة في هذا يحصل مقعر وجه الطاوة أجزاء دقائق ثواني ثوالث	إذا ضربنا ثخن الطاوة في هذا م ونزيد الحاصل على مقعر وجه الطاوة ونضرب المجموع في ثخن الطاوة يحصل مساحة وجهه أجزاء دقائق ثواني ثوالث	نضرب وسعة الطاوة في هذا يحصل ارتفاع محدبه الأسفل أجزاء دقائق ثواني ثوالث	نضرب ثخن الطاوة في هذا يحصل ثخن محدبه نزيده على ارتفاع محدبه الأسفل يحصل ارتفاع محدبه الأعلى أجزاء دقائق ثواني ثوالث	نضرب مربع وسعة الطاوة في هذا يحصل مساحة سطح مجوفه الذي يدعوه البناؤون باسيره أجزاء دقائق ثواني ثوالث
بالوجه الأول	ا لر كو و	م له لر كح	صفر لد بر ا	م م نح د	صفر كد كح مب
بالوجه الثاني	ا لط ب ىط	م له نه مب	صفر له نه لو	م هـ نه س	صفر كد ط مد
بالوجه الثالث	امب مد حـ	ا لو كا مر	صفر لح ر ل	م و نه لح	صفر كر ب لد
بالوجه الرابع	امه كو نر	م لد لد مر	صفر لح مح مر	كما في الثاني بعينه م هـ نه س	صفر كح ما ما

وذلك المقادير بالرقوم الهندية

	ثالث الأعشار ثاني الأعشار الأعشار الآحاد	ثالث الأعشار ثاني الأعشار الأعشار الآحاد	ثالث الأعشار ثاني الأعشار الأعشار الآحاد	ثالث الأعشار ثاني الأعشار الأعشار الآحاد	ثالث الأعشار ثاني الأعشار الأعشار الآحاد
بالوجه الأول	١٦٢٤	١٥٩٤	٥٦٩	١٠٣٣	٤٠٨
بالوجه الثاني	١٦٥١	١٥٩٩	٥٩٨	١٠٩٩	٤١٩
بالوجه الثالث	١٧١٢	١٦٠٦	٦٣٨	١١١٥	٤٥١
بالوجه الرابع	١٧٥٧	١٥٧٦	٦٤٥	١٠٩٠	٤٧٨



في الوجه الأول	سدس الحاصل	ا ب حط نه	وهو مقعر إحدى القطعتين الثانيتين وقوس إحدى ح ه وقطر م ح ه	ح ه ط	قن	محيط	ل صفر صفر صفر
في الوجه الثاني	ثمنه	صفر مر دكو		ح ه ط	فله		مه كه له د
في الوجه الثالث	ثمنه وثمن ثمنه	صفر يح صفر نب		ح س ط	فله		مه كه له د

ضربناه في الخط	ح ه	فكان	ا صفر صفر صفر	وأسقطنا العامود على خط ح ع ط وهو نصف قطر القطعة الثانية	ب صفر صفر صفر	ضربنا من الفضلة جيب زاوية ع ط ه	ب صفر صفر	قوسه وهي زاوية الموازي	مد كح لط	فضعف زاوية ح ط م	له لا كا
	ح ه		وتر ربع الدائرة ا كد نا ى		ب كد نا ى		كد نا ى		كد كح ما		ك لا مظ
	ح س		ا كه كو لج		ب لد كا ى		كو لد نظ		كو بر نه		ع مه ه

وهي مقعر احدى لقطعتين الثانيتين بمائة المحيط ثلاثمائة وستون ونصف القطر نو مد مح إما على

ب صفر صفر صفر	فكان	لد لو لو	زدناه على قوس ح د يخرج قوس ط ح د	الركو و	وهو على أن نصف وسعة الطاق والمعمول فإن ضعفناه فالمعمول الأول فإذا ضربنا نصف وسعة الطاق في ذلك نصف مقعره إذا ضربنا وسعته	كيحصل جميع مقعره وإن ضربنا ثمن الطاق د ما ح ح ر ط ع فالمحيط د ر نا وأخذنا	سدسه	ا ب مط	وهو نصف م ل على ه ر با ذلك الطاق د ا ه م م د ح
ب كد نا ى		نا ند مح		الا ب ط			ثمنه	صفر مر دكو	
ب لد كا ى		مط مح نا		ا مه مد ح			ثمنه	صفر مر دكو	

ولما كان فضل محيط على محيط آخر على أن الفضل بين نصفي قطريهما واحد وهو نط كح ونسبته إلى ثلاثمائة وستين كنسبة فضل ع ل على ط حـ إذا كان البعد بينهما واحدًا إلى زاوية ط ع حـ وهي

في الوجه الأول	نه لا كا	فيكون فضل ع ل على هـ ط	صفر بر ع هـ	ولما كانت زاوية الموازاة	مد كج لط	فيكون ضلع ع ن	صفر له كط ل	جمعناه مع قوس م ل ع ع ما فضل م ل ن على ط حـ	ا له لر كح	فإذا ضربنا أكبر الطالع في ضرب فضل نصف فضل قطر نصف فضل جميع ... مقعر وضعفناه في الجدول الثاني
في الوجه الثاني	ك لا مط		صفر كا كط نو		كد كج ما		صفر كو يح بط		ا له نب مد	
في الوجه الثالث	ع مه هـ		صفر نط له حـ		كو ر نه		صفر كط لط بط		ا لو كا مر	

ثم ضربنا ط ع ط حـ في جيب زاوية ... وهي	ب صفر صفر صفر	وقسمنا الحاصل على جيب زاوية ن ع ن ...	ل صفر صفر صفر	خرج منه القسمة محيط	هـ ط	اح له لو	وهو ارتفاع محيط أسفل الطالع فإذا ... فخرج لبعد زيادة ط هـ س على ط م ...	صفر لد د لح	وضعفناه في الجدول الثالث ... على جيب تمام ...	نح هـ ما	خرج من القسمة ... الطالع	٢٢ نح ى	وهو الموضوع في الجدول الرابع
	ب كد نا ى		مه له كه هـ		هـ ط	٢ ا ما ن لب		صفر له نه لو		نك لر لط		٢٥ نه س	
	ب لد كا ى		مه له كه هـ		س ط	ا ط هـ ٢		صفر لح ر ل		نح مر كح		٢ و نه لح	

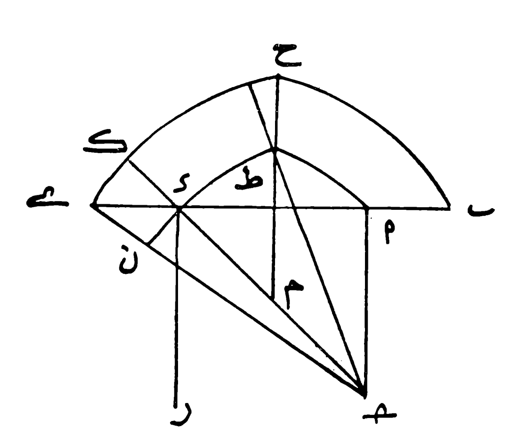
ثم ضربنا نصف قطر مقعر القطعة في ضعف قوس حـ ى ... مساحة القطاع	هـ هـ ى	١ ب مط نه	ثم ضربنا نصف قطر القطعة الثانية في قوس ط حـ ...	لد لو نو	فحصل ضعف مساحة قطاع ع م	١ ط س س	ثم ضربنا العمود ... على ط ... المثلث	ل صفر صفر صفر	في قاعدة المثلث وهو	١ ح له مو
	حـ هـ ى	صفر مه ر كو		نا ند نح		ب هـ نط نط		١ صفر صفر صفر		١ ا ما ن لب
	حـ ب ى	صفر نط لح كط		مط مح ما		ب و ند نو		١ ر ل صفر		١ ط هـ ١

فحصل ضعف مساحة المثلث	لد ر لح	نقصناه عن ضعف مساحة قطاع ط ع هـ بقي ضعف مساحة	ط هـ حـ	له ى ند	زدناه على ضعف قطاع	حـ هـ ى	فحصلت مساحة سطح ... الطالع	١ لر ند نط	فإذا جعلنا ... مربع ... الطالع ... تلك المساحة ...	كد كح مس
	١ ا ما ن لب		ط هـ حـ	بح كط كر		حـ هـ ى		١ م لو نح		كه ط بح
	١ بر مح ط		ط س حـ	مح لا مر		حـ ب ى		١ مر كو ند		كر ب لد

وهو العدد الموضوع في الجدول الخامس فإذا عرفت استخراج تلك النسب في الوجوه الثلاثة

فلا يخفى الوجه الرابع لسهولته ، إذ نصف قطر قوسى مقعره بقدر ثلثى وسعته و نصف مقعره بقدر قوس يكون جيب تمامها ثمن القطر ، وأما مساحة الطاق بالوجه الخامس ، فيكتفى فيها أن نضرب مربع وسعته فى هـ مح كر(٢) ثالثة [٥ ٤٣ ٢٧] أو فى ٩٣٣[١٠١] ثالث الأعشار ، ليحصل مساحة سطح مجوفة(٢) ، نضربها فى عرض الطاق ، و ننقص الحاصل مع ما تحته من التجويف عن مساحة الجدار .

لأن وقوعه على الأغلاق لا يحتاج إلى مساحة مجسمة ، وإن أرادها واحد ، فعليه أن يعود شكله ، ويصل حـ ى ويخرجه إلى ك ، وكذا حـ ط ويخرجه إلى ل ، و نصل ط م حـ ب ن و نخرج من ى عمود ى ن على ى ب و نأخذ جذر نصف(٣) مربع وسعة الطاق ، وهو خط حـ ى .



و نأخذ نصف جيب ثمن الدور وهو جيب زاوية حـ ط م . و ننقص قوسه عن ثمن الدور بقيت زاوية ط حـ م ، ثم نضرب حـ ى فى نسبة المحيط إلى القطر و نضرب الحاصل فى زاوية ط حـ ى .

و نأخذ ثلث الحاصل وهو مقدار ط ى بما به ا ى ممسوح ، ثم نزيد ى ك ثمن الطاق على حـ ى ليحصل حـ ك نصف قطر محدب الطاق .

و نضرب ى ك فى نسبة المحيط إلى القطر ، و نضرب الحاصل فى مقدار زاوية ط حـ ى ، و نأخذ ثلث الحاصل فهو فضل قوس ك ل على ط ى بما به ا ى ممسوح .

نزيد نصفه على ط ى ليحصل نصف مجموع ط ى ك ل نضربه فى ى ك يحصل مساحة قطعة حلقة ط ى ك ل ، ثم نقسم ا حـ بل ا ى وسعة الطاق على حـ ب أعنى حـ ك منحطا ، فما خرج نقوسه فى الجيب ثم ننصف مربع ى ك ثخن الطاق ، و نزيد جذره على وسعة الطاق ، و نقسم المجموع على حـ ك منحطا فما خرج نقوسه فى الجيب ، و نأخذ التفاضل بين القوسين ، فهو قوس ب ك بما به المحيط ، ثلاثمائة وستين أعنى زاوية ب حـ(٤) ك ، فيحصل مقدارها بما به ا ى واحد بقياس ما مر .

و نضرب حـ ى فى نصفها ليحصل مساحة قطاع ك حـ ب ، ثم نضرب جيب زاوية ب حـ ك فى خط حـ ى منحطا يحصل عمود ى ن ، نضربه فى خط حـ ب لتحصل مساحة مثلث ى حـ ب ، ننقصه عن قطاع ك حـ ب بقى سطح ك ر ب .

وعلى ذلك القياس يحصل سطح ح ط ل و نجمعها مع قطعة حلقة ط ل ك ى ليحصل سطح ط ح ب نصف وجه الطاق ، نضرب ضعفه فى عرض الطاق يحصل مساحة مجسم الطاق[١٠٢] ، ولأن محدب هذا الطاق

---

(١) غير موجودة فى ت ولا في مخطوط ل

(٢) فى مخطوط ل مساحة ارتفاع هذا الطاق على أن وسعته واحد صفر نط كب كا

(٣) فى مخطوط ل ضعف (٤) في مخطوط ل ب حـ ط

لايكون متناسباً بتزايد نخنه ما أوردناه فى الجدول ، ولذلك جعلنا الضلعين العاليين من اللوزة فى الوجوه المتقدمة خطين مستقيمين ليكون متناسباً فيها ، وهذا[١٥٣] ما وعدناه .

وأما مساحة سحطى الداخل والخارج من الطاق ، أعنى المنحنيين فنضرب عرض الطاق فى مقعر وجهه ، ليحصل مساحة سطحه الظاهر (١) ، وقد اطنبنا فى مقاصد هذا الفصل .

الفصل الثانى : فى مساحة القبة ، وهى :

إما على هيئة نصف كرة مجوفة ، وإما على هيئة قطعة كرة مجوفة ، وإما على هيئة مخروط مضلع ، إما على هيئة يحصل عن توهم إدارة وجه الطاق أى طاق من الطيقان المذكورة على خط ارتفاعه ، أعنى خطا وصل بين محدده ومنتصف ما بين قاعدتيه .

وأما مساحة النوعين الأولين ، فقد ذكرنا كيفية مساحة الكرة ، وقطعتها .

وأما مساحة النوع الثالث فمذكورة فى مساحة المخروط .

وأما مساحة النوع الأخير فلمساحة سطحه نجعل قطبه مركزاً ، وندير على سطحه محيطات دوائر كثيرة بحيث لا يعتد التفاوت بين الخطوط المنحنية الواقعة بين كل اثنين منها ، وبين المستقيمة التى هى (٢) كأوتار تلك المنحنية ، وأظن أن يكتفى بسبعة أو ثمانية من تلك المحيطات .

ثم نمسح من رأس القبة إلى محيط كان أقرب إليه ، ونضربه فى نصف ذلك المحيط ، ثم نمسح كل واحد من المحيطات ، ونمسح نصف مجموع كل متجاورين فيما بينهما ، ونجمع حواصل الضرب ليكون مساحة سطح القبة .

وأما مساحة مجسمه ، فنفرض ما بين رأس القبة وسطح الدائرة القريبة به من الدوائر المرسومة عليها ، مخروطا تاما ، وما بين كل دائرتين من تلك الدوائر مخروطا ناقصا ، ونمسحها كما ذكرنا ، ونجمعها ثم نمسح مخروطات الهواء الخالية ، أعنى مجوف القبة ، وننقصها منها ، فما بقى فهو مساحة (٣) مجسم القبة [١٥٤] .

وقد عملناها فى القبة التى عملت يسجر رسم كرسم مقعر الطاق بالوجه الرابع ، واستخرجنا نسبة المساحة إلى مربع قطر القاعدة ليسهل منه العمل .

وطريقه أن نضرب مربع قطر مقعر قاعدة القبة فى ١ مو ل ثانيةأو فى ١٧٧٥ على أن أول مراتبه ثالث الأعشار ، يحصل مساحة سطح مقعر القبة ، ولو نضرب مربع قطر محدب القاعدة فيه يحصل مساحة سطح محدبها ، لأنهما غير متوازيين ، ولو نضرب كل واحد من مكعب قطر مقعر قاعدتها ، ومكعب قطر محدبها فى صفر ح كح ثانية أو فى ٣٠٤ على أن أول مراتبه ثالث الأعشار ، ونأخذ التفاضل بين الحاصلين ، فهو مساحة مجسم القبة المجوفة .

---

(١) فى مخطوط ل الباطن وفى محدبه ليحصل مساحة سطحه الظاهر .

(٢) فى ل هى وليست موجودة فى ت (٣) يقصد حجم

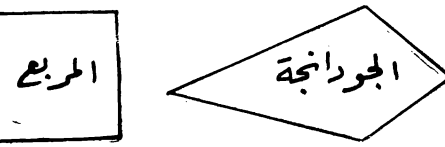
	بالستينية	بالهندية
	[illegible]	[illegible]
نسبة سطح القبة إلى مربع قطرها	٢ صو لـ	١٧٧٥
نسبة مجسم القبة مصمتاً إلى مكعب قطرها	صفر ع كـ	٠٣٠٦

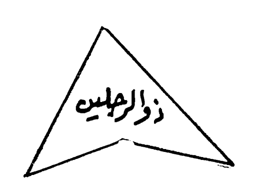
الفصل الثالث : فى مساحة سطح المقرنس ، وهو مسقف كمدرج ذات أضلاع وسط كل ضلع منه يتقاطع مع ما يجاوره على زاوية ، إما على قائمة أو نصف قائمة أو مجموع قائمة ونصف،أو غيرها ، وهما قائمتان فى الوهم على سطح مواز للأفق ومبنى على ما فوقهما سطح مستو غير مواز للأفق أو سطحين(١) مستويين أو منحنيين هما مسقفهما ، ويقال لهما مع مسقفهما بيت واحد ، ويقال للبيوت المتجاورة التى قواعدها على سطح واحد مواز للأفق طبقة واحدة ، ويقال لمقدار قاعدة أعظم الأضلاع مقياس المقرنس ، وما شاهدناه فأربعة أنواع :

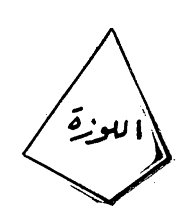
المقرنس الساذج الذى يدعوه البناءون ببرومنبر والمطين والقوس والشيرازى .

أما الساذج فهو ما يكون سطوح أضلاع بيوت معينات وشبيهات بالمعين ومستطيلات لاغير ، وسطوح أعلاها أعنى سقوفها مربعات ومعينات ولوزجات وأنصاف مربعات ومعينات وذوات الرجلين ، وهى تمام اللوزة ، وقليل من جودانجات ، ويكون أضلاع المربعات والمعينات والضلعان الأطولان من اللوزجات(٢) .









وذوات الرجلين ، وساقا نصف المعين والمربع والضلعان الأقصران للجودانجات كلها متساوية ومساوية للمقياس ولا يكون الجودانجات إلا على الطبقة العليا .

وطريق مساحته أن نمسحه أولا بمقياسه ، ثم إن أردنا نحولها إلى مقياس آخر . كذراع أو غيره وذلك أن نعد أضلاع كل طبقة كم يكون مبنياً على ضلع مربع أو ضلع يساويه أو ضلع المربع عليه . وكم على أحد

(١) فى ت سطين (٢) فى ل اللزوجات

الضلعين الأقصرين للوزة أو تمامها . أى ذات الرجلين أو هو عليه . وكم على قاعدته(١) نصف المعين أو هو عليه .

ونأخذ لكل ما هو على ضلع المربع أو المعين واحداً وما هو على أحد الضلعين الأقصرين للوزة أو تمامها صفر كد نا ـــ ح رابعة أو ٤١٤٢١٤ سادس الأعشار ، وما هو على قاعدة نصف المعين صفر مه نه نط نه رابعة أو ٧٦٥٣٦٧ سادس الأعشار ، ونجمعها ونضرب المجموع فى سمك تلك الطبقة ، أى سمك الأضلاع ، وهو فى أكثر الأحوال بقدر المقياس ، ليحصل مساحة أضلاع تلك الطبقه ، أى جدرانها بمقياس المقرنس ، ثم نأخذ لمربع وقع على السقف واحداً وللمعين صفر مب كه له د رابعة أو ٧٠٧١٠٧ سادس الأعشار .

وللوزة صفر كد نا ـــ ح رابعة أو ٤١٤٢١٤ سادس الأعشار ، ولنصف المعين صفر كا س مر كب رابعة أو ٣٥٣٥٥٣ سادس الأعشار ، ولتمام اللوزة صفر ر لد كد نو رابعة أو ٢٩٢٠٩٣ سادس الأعشار ، ولنصف المربع نصفا ، ونجمع الجميع فالمجموع مساحة مسطوح سقف تلك الطبقة بمقياس ذلك المقرنس ، ثم نجمع مساحة جميع الطبقات يحصل مساحة سطح المقرنس ، ولو نمسح السطح الذى عليه المقرنس يحصل مساحة جميع سقف المقرنس .

ثم إن أردنا أن نحولها إلى الذرعان ، نقسمها على مربع ما فى ذراع واحد من أمثال المقياس وأجزائه فما خرج فهو المطلوب .

وأما المقرنس المطين فقد شاهدناه فى عمارات قديمة باصفهان ، وأكثره على هيئة المقرنس الساذج ، إلا أن ارتفاعات طبقاته غير متساوية ، وربما وقعت طبقتان أو ثلاث(٢) فيه سقوف لا أضلاع لها ، ومساحته على قياس مساحة الساذج .

أما المقرنس القوس فهو كمقرنس ساذج جعل سقوف بيوته منحنية ، ويتخلل بين سقفى كل بيتين متجاورين سطح منحن على هيئة مثلث أو مثلثين ، يكونان معاً كذى رجلين ، وربما وقع فى بعض سقوفه مثلثات منحنيات ، بمثل المثلث المذكور ، وعليه لوزجات أو جودانجات منحنية ، ويكون أضلاع البيوت مربعات أو مستطيلات لا غير .

وقواعد تلك السطوح إما بقدر مقياس ذلك المقرنس أو بقدر نصف قطر مربعه أو بقدر فضل قطره على ضلعه ، أو بقدر ضلع مثمن يكون نصف قطره الأطول مساويا للمقياس ولا تزيد على هذه الأربعة .

وطريق مساحته : أن نعد الأضلاع كم يكون مبنياً على قواعد متساوية للمقياس ، وكم على نصف قطر مربعه ، وكم على فضل قطره على ضلعه وكم على ضلع المثمن الذى يكون نصف قطره الأطول مساويا للمقياس ونأخذ لكل واحد من الأول واحداً وللثانى صفر مب كه له د رابعة أو ٧٠٧١٠٧ سادس الأعشار ، وللثالث صفر كدنا ـــ ح رابعة أو ٤١٤٢١٤ سادس الأعشار ، وللرابع صفر مه نه نط نه رابعة أو ٧٤٥٣٤٧ سادس الأعشار ونجمعها ، ونضرب المجموع فى ا مح لح مه مارابعة أوفى واحد و ٧٢٦٠٤٥ سادس الأعشار ليحصل مساحة سطوح جميع البيوت بمقياس المقرنس .

---

(١) فى ت قاعدة

(٢) فى ت ٧٤٥٣٤٧ وفى ل ٧٦٥٤٦٧

وقد سمينا هذا العدد بالتعديل ، ثم نعدكم مثلثات منحنيات أو ذوات رجلين منحنية ، يتخلل بين السقوف ، نأخذ لكل مثلث صفر لد ا لح نه رابعة أو ٩ ٢ ١ ٧ ٦ ٥ سادس الأعشار ، ولكل ذى الرجلين الصغير صفر لو لر ب رابعة أو ٨ ٢ ٣ ٠ ١ ٦ سادس الأعشار ، ولكل ذى الرجلين[1] الكبير أو واحد صفر نب ﻫ ط رابعة أو ٣ ٧ ٦ ٦ ١ سادس الأعشار ، ولكل لوزة منحنية صفر لح ا كا حـ رابعة أو ٩ ٠ ٧ ٣ ٣ ٦ سادس الأعشار .

وإن وقع فى اعاليه جودانجات نضرب ما فى قطره الأطول من أمثال المقياس فى نصف قطره الأقصر ، ونضرب الحاصل فى عددها كم كانت ، ثم نجمع سطوح البيوت والمثلثات ودوات الرجلين واللوزجات التى تتخلل بين سقوف البيوت والجودانجات ليحصل مساحة سطح المقرنس .

وأما المقرنس الشيرازى فهو كمقرنس القوس إلا أن مقادير قواعد أضلاع بيوت القوس لا تزيد على أربعة مقادير التى سبق ذكرها ، وللشيرازى لا يحصى مقاديرها ، ووقع فى سقوفها غير السقوف المنحنية للبيوت والمثلثات وذوات[2] الرجلين المتخلله بينها مثلثات ومربعات ومخمسات ومسدسات وذوات شرفات وغيرها[3] مسطحة ومنحنية ، وربما وقع فيه ضلع ليس له سقف فى تلك الطبقة رسم عليه محراب .

وطريق مساحته : أن نعمل مسطرة بقدر مقياسه ، ونجزئه باجزاء صغار ، والأولى أن نجزئه بستين إن حسبنا بالرقوم الستينية ، وبعشرة إن حسبناها بالرقوم الهندية ونمسح به قواعد أضلاع جميع البيوت لجميع الطبقات سوى ما ليس لها سقف ، ونضربه فى التعديل وهو ا مح لحـ مه ما رابعة أو فى ٥ ٤ ٠ ٦ ٢ ٢ ٧ ١ سادس الأعشار ، فما حصل فهو مساحة سطوح[3] جميع البيوت ، ثم نمسح كل واحد من الأعمدة الخارجة من زوايا الخارجة لذوات الرجلين على أحد ضلعيها الأطول ، ونجمعها ونضرب المجموع فى صفر مه نه ب كر رابعة أو فى ٠ ٩ ٢ ٥ ٦ ٧ سادس الأعشار ، ليحصل مساحة جميع ذوات الرجلين .

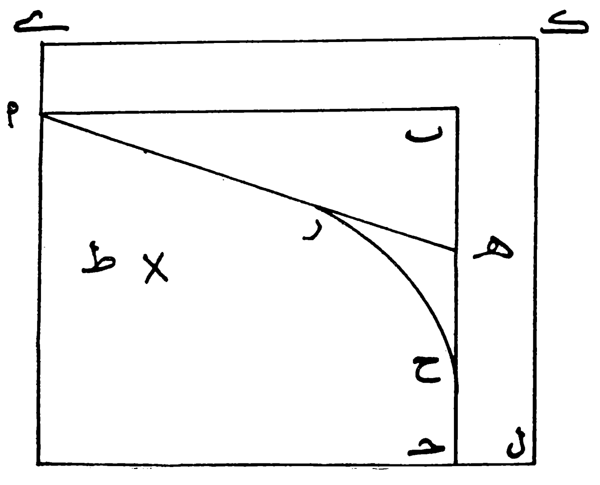
ثم نمسح جميع السطوح الواقعة فيه غير سطوح البيوت وذوات الرجلين كالمثلثات والمربعات والمخمسات والمسدسات والأضلاع التى لا سقف لها وغيرها ، بذلك المسطرة على ما ذكرنا كيفية مساحتها ، ونجمها مع مساحة سطوح البيوت ، وذوات الرجلين ليحصل مساحة سطح ذلك المقرنس .

تذنيب : اعلم أن البنائين يرسمون مستطيلا يكون عرضه مقياس المقرنس وطوله ضعف العرض كمستطيل ا ب حـ ء ويخرجون من إحدى زواياه كزاوية ا مثلا خط ا ﻫ بحيث يحيط مع ا ب بزاوية هى ثلث قائمة ، ويقسمون ا ﻫ خمسة أقسام ، ويأخذون من نقطة ﻫ ﻫ ر بقدر القسمين منها و ﻫ ح أيضاً مثل ﻫ ر ويديرون على كل واحدة من نقطتى ر ح ببعد ر ح قوسين يتقاطعان(٤) داخل المستطيل على نقطة ط ، ويديرون على نقطة ط قوس ر ح فهى لا محالة يكون سدس المحيط .

ويخرجون خطى ء ا ء حـ على الاستقامة مقدارا يسيراً إلى نقطتى ل ب ويخطون ل ك موازيا إلى ب حـ و ب ك موازيا ا ب ثم يعملون من الجص ألواحا كثيرة بحيث ينطبق كل واحد منها على سطح ك ب ا ر ح حـ ل على أن ر ح قوس .

---

(١) فى ل ذوى (٢) فى ل مسطحة (٣) فى ل جميع السطوح للبيوت (٤) فى ل متقاطعين



ويجعلون كل اثنين منها محيطا ببيت واحد ، بحيث يكون ضلع حـ ح منه شاقوليا ، فاستخرجنا مقادير ا ر — ر ح — ر ح ى على أن ا ب واحد فوجدنا مستقيم ا ر صفر مد لد ط نا [١١ ٩ ٣٤[1] ٤٤ ٠] وقوس ر ح — صفر ى نه نه مد [٤٤ ٥٥ ١٥ ٥٠٠] وخط حـ ح — صفر نز لح مح ند [١٤ ٤٣ ٣٨ ٥٧ ٠] فمجموع ا ر ح — ب كط كح مح ط ، ومجموع ا ر ح — ا لا ى ى نه نصفه صفر مه نه ب كر [٢٧ ٢ ٥٥ ٤٥ ٠] ومجموع حـ ح ونصف ا ر ح — ا مح لح مه ما [٤١ ٤٥ ٤٣ ٤٣ ١] .

وذلك ما سميناه بالتعديل واستعملناه فى المساحة ، وربما تقصر[2] وأرجل اللوح ، أعنى من خط حـ ح أو طولوه ، وذلك إذا وضعوه خلف الطاق يحتاجون إلى ذلك ليصح عليه .

ففى مساحة أمثاله ينبغى أن ننقص عن التعديل أو نزيد[3] عليه ما نقص أو زيد فى رجل اللوح ، فما بقى أوحصل نستعمله مكان التعديل ، وقد وضعنا المقادير المستعملة فى هذا الفصل فى جدول لينضبط ، وهو هذا .

	بالرقوم الجمل					بالرقوم الهندى						
	أجزاء	دقائق	ثوانى	ثوالث	روابع	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	أعشار	آحاد
إذا كان المقياس واحدا يكون أحد ضلعى الأوصرية للوزة كذا ومساحته على أن مربع المقياس واحد	صفر	كد	نا	ى	ح	٤	١	٢	٤	١	٤	٠
قطر أقصر المعين وهو ضلع مثمن يكون نصف قطره بقدر المقياس	صفر	مه	نه	نط	نه	٧	٦	٣	٥	٦	٧	
نصف قطر مربع المقياس على أن المقياس واحد ومساحة المعين على أن مربعه واحد	صفر	مب	كه	له	ک	٧	٠	١	٧	٠	٧	
نصف مساحة المعين	صفر	كا	س	مر	لب	٣	٥	٥	٣	٥	٣	
مساحة تمام اللوزة	صفر	ر	لد	كد	نو	٣	٩	٠	٢	٩	٢	٠
التعديل إذا ضرب قاعدة كل بيت من اللوزة والشيرازى فيه حصل مساحته	١	مح	لح	مه	ما	٥	٤	٠	٦	٢	٧	١
إذا ضرب العمود الخارج من الزاوية الخارجة لذى رجلين فيه يحصل مساحته	صفر	مه	نه	ب	كر	٠	٩	٢	٥	٦	٧	٠
مساحة مثلث مقوس القوس	صفر	لد	١	لح	نه	٩	٢	١	٧	٦	٥	٠
مساحة ذى الرجلين الصغير وهو مركب من مثلثين منحنيين	صفر	لو	لى	ى	نو	٨	٢	٣	٠	١	٦	٠
مساحة ذى الرجلين الكبير المركب من مثلثين منحنيين	١	صفر	نب	ه	نط	٣	٧	٤	٤	١	٠	١
مساحة شبه اللوزة وهى حصلت من مثلثين منحنيين	صفر	لح	١	كا	حـ	٩	٠	٧	٣	٣	٦	٠

(١) أضفنا الحساب الستينى لتوضيح رقوم الجمل .　(٢) فى ت قصر .　(٣) فى ل يزاد .

« المقالة الخامسة »

فى استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة والخطأين وغيرهما من القواعد الحسابية .

وهى مشتملة على أربعة أبواب .

الباب الأول : فى الجبر والمقابلة ويشتمل على عشرة فصول .

الفصل الأول : فى التعريفات وذكر اصطلاحات علم الجبر والمقابلة :[١٠٥]

هو علم بقانون يعرف منه كثير من المجهولات العددية من معلوماتها المخصوصة بوجه مخصوص ، وتلك المعلومات إما أن تكون معلومة بأعيانها كالأعداد ، أو معلومة بالاعتبارات المخصوصة ، كجذر كذا وضلع كذا ونسبة كذا وغيرها من المعارف الحسابية والهندسية ، على ما يعرف من كلام السائل ؛ فلابد عن تسمية المجهول بشىء أو دينار أو درهم أو نصيب أو سهم أو غيرها [١٠٦] .

والمعهود فى الأكثر أن نسميه شيئاً ، وإذا ضرب المجهول أى المسمى بالشىء فى نفسه يقال للحاصل مال ولأن الشىء هاهنا بمثابة الجذر .

وفى المال كعب ، وفى الكعب مال مال ، وقس عليه سائره ، كما ذكرنا فى الباب الخامس من المقالة الأولى ، وتسمى هذه المراتب بمراتب[1] المجهولات ، والأجناس المجهولات لأن ضلعها الأول هى الشىء المجهول .

فاذا سئل عن مسألة نفرض المجهول منها شيئا ، ومربع المجهول مالا ، ونعمل عليه مافهم عن كلام السائل ، ونسوقه بشروط المسألة على مايقتضى الحساب إلى أن يعرف مقدار منها ؛ باعتبارين يقال لهما المتعادلان :

مثلا : نريد عدداً يكون مجموع ضعفه ونصفه ثلاثين .

لنفرض ذلك العدد شيئا . فيكون مجموع ضعفه ونصفه شيئين ونصفا . معادل ثلاثين ، وهو مقدار واحد عرفنا أنه ثلاثون ، وعرفنا أنه شيئان ونصف .

مثال آخر : نطلب عددا يكون جذره مثل ثلثه .

نفرض جذره شيئا فيكون ذلك العدد مالا ، وثلثه ثلث المال وهو يعادل شيئا ، فمقدار واحد عرف تارة أنه شىء ، وتارة أنه ثلث مال ، وإذا إنتهى العمل إلى التعادل ، يقال له المسألة الجبرية ، وإن كان فى أحد المتعادلين أو فى كليهما استثناء ، نطرح المستثنى برأسه حتى يبقى المستثنى منه وحده ، أى يصير تاما ، ثم نزيد مثل المستثنى المطروح على الآخر ، ويعادل بين الباقى والمجموع ، فهو معنى الجبر .

مثلا : مال إلا شيئين يعادل خمسه عشر ، وبعد الجبر يصير مال معادلا لخمسة عشر وشيئين ، وإذا كان جنس واحد موجودا ، [وأخذ[2] فى كل] من المتعادلين نسقط المشترك من كل منهما ، ويعادل بين الباقيين .

مثلا : شىء وعشرة يعادل أربعين :

نسقط العشرة من كل واحد من المتعادلين يبقى شىء معادلا لثلاثين ، وهذا معنى المقابلة وإذا كان المال فى أحد المتعادلين أكثر من واحد نرده إلى الواحد ، وإن كان أقل منه نكمله ، ونأخذ سائر

(١) فى ت بالمراتب . (٢) فى ت موجود فى كل .

الأجناس التى معه فيهما على تلك النسبة بأن نقسم عدد كل جنس على عدد الأموال ، ليخرج من المال مال واحد ولسائره على تلك النسبة .

مثلا : خمسة أموال وعشرة أشياء تعادل ثلاثين .

قسمنا كلا من الخمسة والعشرة والثلاثين على الخمسة خرج مال واحد، وشيئان معادل لستة ، ويسمى هذا بعمل الرد

وإن كان نصف مال ، وخمسة أشياء يعادل سبعة ، قسمنا النصف والخمسة والسبعة على النصف خرج مال واحد ، وعشرة أشياء معادل لأربعة عشر .

ويسمى هذا بعمل التكميل .

الفصل الثانى : فى جمع الأجناس أى العدد والشىء والمال والكعب وغيرها .

وقد يسمى الجنس الذى استثنى منه الزائد ، والذى استثنى الناقص ، فنضع الأجناس الزائدة للمزيد فى جدول والناقصة فى جدول آخر فى جنبه ، ونضع للمزيد عليه محاذياً له ، الزائدة للزائدة والناقصة للناقصة ، ثم نجمع الأجناس الزائدة من المزيد مع الأجناس الزائدة من المزيد عليه ، ونجمع الأجناس الناقصة من المزيد مع الأجناس الناقصة من المزيد عليه ، بأن نجمع عدد كل جنسين متماثلين ، ونجمع المختلفين بواو العطف ، ونضعهما فى تحتها بعد أن نخط بينهما خطا .

وإن وضع أجناس المزيد والمزيد عليه ، بحيث يكون كل جنس محاذيا لجنسه إن كان ، وإلا فيوضع منفردا ، ونضع فى الجداول الخالية صفرا لكان أولى ، ثم نطرح من المستثنى والمستثنى منه ما هو مشترك فيهما ، فما بقى من المستثنى والمستثنى منه فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نجمع خمسة أموال ومائة عدد إلا عشرة أشياء وكعبا مع كعب وثلاثة أموال وستة أشياء إلا جزء مال وخمسة أعداد ، وضعناهما هكذا[١٥٧] .

	الأجناس الزائدة				الأجناس الناقصة			
المزيد	صفر	خمسة أموال	صفر	ومائة عدد	صفر	صفر	عشرة إلا أشياء	وكعب
المزيد عليه	كعب واحد	وثلاثة أموال	وستة أشياء	صفر	إلا جزء مال	وخمسة أعداد	صفر	صفر
مجموعهما	كعب واحد	وثمانية أموال	وستة أشياء	ومائة عدد	إلا جزء مال	وخمسة أعداد	وعشرة أشياء	وكعبا واحدا
المجموع بعد طرح المشترك	٠	ثمانية أموال	٠	خمسة وتسعون عددا	إلا جزء مال	صفر	وأربعة أشياء	صفر

(١)

فكان المجموع ثمانية أموال وخمسة وتسعون عددا إلا جزء مال وأربعة أشياء .

الفصل الثالث : فى التفريق فإن لم يكن فى المنقوص والمنقوص منه استثناء نضع أجناس المنقوص منه فى جدول والمنقوص تحته أو فوقه ، والأولى أن نضع كل جنس تحت جنسه ، ثم ننظر إلى كل جنس من المنقوص ، هل يوجد فى المنقوص منه ذلك الجنس أم لا ، فإن وجد وكانا متساويى العدد نطرحهما بان نخط تحت

(١) فى ت جزء مال إلا

كل واحد منهما خطا ، وإن كانا مختلفى العدد ، نطرح الأقل مطلقا ومن الأكثر مثل الأقل ونضع الباقى تحته بعد الخط الفاصل ثم نستثنى ما بقى فى الجدول المنقوص مما بقى فى جدول المنقوص منه .

مثـاله :

أردنا أن ننقص خمسة أموال وستة أشياء وعشرون عددا من كعب وستة أموال ومائة وجزء شيء عملناه هكذا :

المنقوص	صفر	خمسة أموال	ستة أشياء	وعشرون عددا	
المنقوص منه	كعب	وستة أموال	صفر	ومائة عدد	وجزء شيء
		ومال واحد		ثمانون عددا	

بقى كعب ومال وثمانون عددا وجزء شيء إلا ستة أشياء . وإن كان فى المنقوص منه استثناء فقط نضع أجناس المستثنى فى يسار المستثنى منه فى جدول ، بحيث يكون المستثنى والمستثنى منه فى صف واحد ، ونضع أجناس المنقوص تحته أو فوقه ، ونعمل كما سبق ، فما بقى فى صف المنقوص نزيده على المستثنى من المنقوص منه ، ونستثنى المجموع من الأجناس المستثنى منه من المنقوص منه .

مثـاله :

أردنا ان ننقص مالا وشيئين وخمسة أعداد من كعبين وثلاثة أشياء واثنين وجزء مال إلا مالا ، وضعناها هكذا :

المنقوص	صفر	مال	وشيئان	وخمسة أعداد	صفر	صفر
المنقوص منه	كعبان	صفر	وثلاثة أشياء	واثنان	وجزء مال	إلا مالا
			شيء واحد			

فبقى فى صف المنقوص مال وثلاثة أعداد ، وفى صف المنقوص منه كعبان وشيء وجزء مال إلا مالا ، زدنا ما بقى فى صف المنقوص على المستثنى للمنقوص منه ، وهى مال بلغ مالين وثلاثة أعداد ، استثناها من الأجناس الزائدة الباقية فى صف المنقوص منه ، فصار كعبان وشيء وجزء مال إلا مالين وثلاثة أعداد وهو المطلوب .

وإن كان فى المنقوص والمنقوص منه معا استثناء ، فتجمع الأجناس الناقصة للمنقوص مع الأجناس الزائدة للمنقوص منه لينجبر المنقوص ، ويزيد فى المنقوص منه بقدر جبر المنقوص ، ثم ننقص الأجناس الزائدة للمنقوص من الأجناس الزائدة الحاصلة والناقصة المنقوص منه بمثل مامر .

الفصل الرابع : فى ضرب هذه الأجناس بعضها فى بعض والمطلوب فيه معرفة كمية الحاصل وجنسيته :

أما الأول فكما سبق ، وأما الثانى فقد ذكرنا فى الباب الخامس من المقالة الأولى أن لهذه الأجناس سلسلتين فى طرفى الصعود والنزول ، وابتداؤهما من الواحد ، وجميعها متناسبة على الولاء ، وعدد منزلة الواحد صفر وللشيء وجزء الشيء واحد والمال ، وجزء المال اثنان ، وللكعب وجزء الكعب ثلاثة ، ولمال المال وجزء مال المال أربعة وهكذا بالغا ما بلغ وهاهنا يكون العدد فى حكم الواحد .

ولو كان أكثر منه أو أقل ، لأن العدد كم كان هو كمية جنس الواحد ، كما أن خمسة أشياء هى كمية

الأشياء ، فإذا ضربنا جنسا من هذه الأجناس فى جنس آخر يكون الحاصل من جنس ، يكون عدد منزلته بقدر مجموع عددى منزلة المضروبين ، إن كانا فى طرف واحد من سلسلتى الصعود والنزول .

وإلا يقدر فضل أحدهما على الآخر وهو طرف فى المجموع أو الفضل .

وقد أوردنا جدولا فيه جنسية حواصل ضروب هذه الأجناس بعضها فى بعض ، ويعرف منه جنسية خارج قسمة بعضها على بعض .

وهو هذا :

المضروب فيه

	مال كعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال	
مال الكعب	مال مال كعب الكعب	كعب كعب الكعب	مال كعب الكعب	مال مال الكعب	كعب الكعب	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	مال الكعب
مال المال	كعب كعب الكعب	مال كعب الكعب	مال مال الكعب	كعب الكعب	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	مال المال
الكعب	مال كعب الكعب	مال مال الكعب	كعب الكعب	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	الكعب
المال	مال مال الكعب	كعب الكعب	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	المال
الشيء	كعب الكعب	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	الشيء
الواحد	مال الكعب	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال الكعب	الواحد
جزء الشيء	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال الكعب	جزء كعب الكعب	جزء الشيء
جزء المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال الكعب	جزء كعب الكعب	جزء مال مال الكعب	جزء المال
جزء الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال الكعب	جزء كعب الكعب	جزء مال مال الكعب	جزء مال كعب الكعب	جزء الكعب
جزء مال المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال الكعب	جزء كعب الكعب	جزء مال مال الكعب	جزء مال كعب الكعب	جزء كعب كعب الكعب	جزء مال المال
جزء مال الكعب	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	جزء مال الكعب	جزء كعب الكعب	جزء مال مال الكعب	جزء مال كعب الكعب	جزء كعب كعب الكعب	جزء مال مال كعب الكعب	جزء مال الكعب
	جزء مال الكعب		جزء الكعب		جزء الشيء	الواحد	الشيء	المال	الكعب	مال المال	مال الكعب	

المقسوم عليه

المضروب

وإن كان أحد المضروبين جنسا واحداً ، والآخر أكثر منه ، نضرب كميته أى عدده فى كمية كل واحد من من أجناس المضروب فيه ، فيكون كل واحد من الحواصل كمية جنس الحاصل ، وهو ما وقع فى ملتقى المضروبين فى الجدول .

أو نحصل بما ذكرنا ، وإن كان كل واحد من المضروبين أكثر من جنس واحد نرسم ذا اربعة أضلاع ونقسمها فى الطول بعدة أجناس أحد المضروبين بخطوط ، وفى العرض بعدة اجناس الآخر ، لينقسم الشكل بمربعات ، ونكتب أحد المضروبين على أعلى الشكل ، كل جنس منه محاذيا لجدول ، والآخر على يمين الشكل .

والأولى أن نقدم أعظم المنازل ثم أعظم الباقية إلى أن يتم ، أو بالعكس ثم نضرب كل واحد من أجناس المضروب فى كل واحد من أجناس المضروب فيه ، ونعرف جنسية الحاصل ، وكميته ، ونكتبهما فى ملتقى المضروبين إلى أن يتم .

ثم نجمع كمية كل ما كان متجانسا ، ونجمعها مع ساير المختلفة بالعطف .

مثاله :

أردنا أن نضرب شيئين وخمسة اموال فى شيئين وخمسة اموال .

عملنا هكذا :

	شيئان	وخمسة أموال
شيئان	أربعة أموال	عشرة كعاب
وخمسة أموال	عشرة كعاب	خمسة وعشرون مال مال

فالحاصل أربعة أموال وعشرون كعبا وخمسة وعشرون مال مال .

مثال آخر :

	ثلاثة أعداد	وأربعة أشياء	وثلاثة أموال
خمسة أشياء	خمسة عشر شيئا	عشرون مالا	خمسة عشر كعبا
ومالان	ستة أموال	ثمانية كعاب	ستة أمول مال

فالحاصل خمسة عشر شيئاً وستة وعشرون مالا وثلاثة وعشرون كعبا وستة أموال مال .

وإن كان مع أحد المضروبين او مع كليهما استثناء ، نفرض بين مربعات الأجناس الزائدة والناقصة فى الشبكة بخطة مثناة ثم نجمع حواصل ضروب الأجناس الزئدة فى الزائدة والناقصة فى الناقصة معا على حدة ونجمع حواصل ضروب الأجناس الزائدة فى الناقصة ، ونستثنيها من الأول ، لأن حاصل ضرب الزائدة فى الزائدة زايد ، وحاصل ضرب الناقص فى الناقص أيضا زائد وحاصل ضرب الزائد فى الناقص وبالعكس ناقص ، ثم نطرح ما كان مشتركا فى المستثنى منه والمستثنى .

مثـــال : ضرب ما فيه استثناء :

	المضروب	خمسة أعداد	وشيئان	وكعب	إلا مالا	وجزء شىء
المضروب فيه	مالان وكعب إلا أربعة أشياء	عشرة أموال خمسة كعاب عشرون عددا خمسة أشياء	أربعة كعاب مالا مال أربعة أشياء مالان	مالا كعب كعب كعب أربعة كعاب مال مال	مالا مال مال كعب أربعة أموال كعب	شيئان مال أربعة أجزاء شىء واحد

فحصل كعب كعب ومالا كعب ومالا مال وعشرة كعاب واربعة عشر مالا وواحد ، وأربعة أجزاء شىء إلا مال كعب وثلاثة أموال مال وأربعة كعاب وثلاثة أموال وأحد عشر شيئا وعشرون عددا .

وبعد إسقاط المشترك[1] حصل كعب كعب ومال كعب وستة كعاب واحد عشر مالا واربعة أجزاء شىء إلا مال مال واحد عشر شيئا وتسعة عشر عدداً وهو المطلوب ، وقد أورد بعض أصحاب هذا الفن كيفية ضرب ما فيه قسمة كضرب شىء مقسوم على شىء فى شىء .

مثلا ضرب مائة مقسومة على خمسة فى ستين . أعنى ضرب خارج قسمة مائة على خمسة ، وهو عشرون فى ستين ، ولأن لاخفاء فيها تركناها .

الفصل الخامس : فى قسمة هذه الأجناس بعضها على بعض

إذا أردنا ان نقسم جنسا واحداً على جنس واحد ، نقسم كمية جنس المقسوم على كمية جنس المقسوم عليه ، فما خرج فهو عدد جنس خارج القسمة الذي يكون عدد منزلته بقدر الفضل بين عددى منزلة المقسومين ، إن كانا فى طرف واحد ، او بقدر مجموعهما إن اختلفا وهو من طرف الصعود إن كان مرتبة المقسوم فوق مرتبة المقسوم عليه ، وإلا فمن طرف النزول ، وهو الذى وقع فى ملتقى المقسومين فى الجدول الذى سبق ، ويحصل جنسيته خارج القسمة من ذلك الجدول أيضا بطريق آخر .

---

(١) فى ت ما كان مشتركا

وهو أن يطلب المقسوم فى طول جدول يكون على راسه جنس المقسوم عليه ، فالجنس الذى وقع بازاء المقسوم على الحاشية فهو المطلوب .

مثاله :

قسمنا ثلاثة أشياء على ستة كعاب خرج نصف جزء مال .

مثال آخر :

قسمنا عشرة كعاب على مالين خرجت خمسة أشياء ، وإن أردنا أن نقسم أجناساً كثيرة على جنس واحد فنقسم كل جنس من المقسوم على المقسوم عليه ، ونجمع بين الحواصل بواو العطف ، وإن كان فى المقسوم استثناء نقسم المستثنى منه أولا عليه ، فا خرج نستثنى منه خارج قسمة المستثنى على المقسوم عليه .

وإن أردنا ان نقسم جنساً واحداً أو أكثر على جنسين[1] أو اكثر ، فإن أمكن أن نجد ضرب فى المقسوم عليه ساوى المقسوم فهو المطلوب . وإلا فتعذر .

الفصل السادس : فى استخراج جذر هذه الأجناس والضلع الأول من سائر المضلعات .

إذا أردنا جذر جنس واحد ننظر إن كان عدد منزلته زوجا كالمال ومال المال وكعب الكعب ومال كعب الكعب ، نأخذ جذر عدد الجنس وننصف عدد منزلته ، فالجذر الحاصل من الجنس المسمى لذلك النصف هو المطلوب .

مثــلا : جذر تسعة أموال ثلاثة أشياء ، وجذر اربعة أموال كعب كعب مالا مال .

وإن كان عدد منزلة ذلك الجنس فردا فلا جذر له فى الأجناس ، وإن كان فى نفس الأمر مجذورا لكنه فى حكم مالا جذر له ، وكذا لم يوجد جذر جنسين او اربعة أجناس ، واما الثلاثة أجناس ، فإن وجد لكل واحد من جنسى الأعلى والأدنى فى الرتبة جذر بالعدد والجنس معا والجنس الأوسط ، يكون مساويا لحاصل ضرب احد الجذرين فى ضعف الآخر ، فيكون مجموع الجذرين جذر تلك الأجناس ، كأربعة أموال وعشرين كعبا وخمسة وعشرين مال مال يكون جذره شيئين وخمسة أموال ، وامتحانه وتيسير تصوره يحصل من هذه الشبكة[١٥٩] .

وخمسة أموال	شيئان	
عشرة كعاب	أربعة أموال	شيئان
خمسة وعشرون مال مال	عشرة كعاب	وخمسة أموال

(١) غير موجودة فى ت

فالحاصل أربعة أموال وعشرون كعبا وخمسة وعشرون مال مال .

وأما الخمسة أجناس فان وجد لجنسى الأعلى والأدنى جذر بالعدد والجنس معا ، وكذا وجد لجنس الأوسط بعد حذف حاصل ضرب أحد جذرى الطرفين فى ضعف جذر الآخر منه جذر ، ويكون الجنس الواقع بين الأدنى والأوسط مساويا لحاصل ضرب جذر الأدنى فى ضعف جذر باقى الأوسط بعد حذف ما ذكر .

والواقع بين الأوسط والأعلى مساويا لحاصل ضرب جذر الأعلى فى ضعف جذر باقى الأوسط بعد حذف ما ذكر ، فيكون مجموع الجذور الثلاثة جذر مجموع تلك الأجناس الخمسة ، ويسهل تصوره عن هذه الشبكة .

	شيئان	وخمسة أموال	وأربعة كعاب
شيئان	أربعة أموال	عشرة كعاب	ثمانية أموال ومال
وخمسة أموال	عشرة كعاب	خمسة وعشرون مال مال	عشرون مال كعب
وأربعة كعاب	ثمانية أموال مال	عشرون مال كعب	ستة عشر كعب كعب

فحصل أربعة أموال وعشرون كعبا واحد وأربعون مال مال وأربعون مال كعب وستة عشر كعب كعب .

وأما الستة أجناس ، فان وجد لكل واحد من الأعلى والأدنى واحد الأوسطين جذر بالعدد والجنس معا ، ويكون الأوسط الآخر مساويا لحاصل ضرب(١) أحد جذوى الطرفين فى ضعف جذر الآخر ، وكل واحد من الجنسين الباقيين ، يكون مساويا لحاصل ضرب(٢) جذر أحد الأقربين إليه فى ضعف جذر الآخر المجذور ، أى الأوسط(٣) الآخر .

فمجموع الجذور الثلاثة يكون جذر مجموع تلك الأجناس الستة ، ويسهل تصوره عن هذه الشبكة .

	اثنان من العدد	وثلاثة أشياء	وخمسة كعاب
اثنان من العدد	أربعة أعداد	ستة أشياء	عشر كعاب
وثلاثة أشياء	ستة أشياء	تسعة أموال	خمسة عشر مال مال
وخمسة كعاب	عشرة كعاب	خمسة عشر مال مال	خمسة وعشرون كعب كعب

فحصل أربعة أعداد واثنا عشر شيئا وتسعة أموال وعشرون كعبا وثلاثون مال مال وخمسة وعشرون كعب كعب .

وأما لسبعة أجناس فليتصور من هذه الشبكة .

---

(١) غير موجود فى ت

(٢) غير موجود فى ت

(٣) غير موجود فى ت

	شيئان	وخمسة أموال	وأربعة كعاب	وثلاثة أموال مال
شيئان	أربعة أموال	عشرة كعاب	ثمانية أموال مال	ستة أموال كعب
وخمسة أموال	عشرة كعاب	خمسة وعشرون مال مال	عشرون مال كعب	خمسة عشر كعب كعب
وأربعة كعاب	ثمانية مال مال	عشرون مال كعب	ستة عشر كعب كعب	اثنى عشر مال مال كعب (١)
وثلاثة أموال مال	ستة أموال كعب	خمسة عشر كعب كعب	اثنا عشر مال مال كعب	تسعة مال كعب كعب

مجموعه	٤ أموال	٣٠ كعبا	٤١ مال مال	٥٢ مال كعب	٤٦ كعب كعب	٢٤ مال مال كعب	٩ مال كعب كعب
	جذره شيئان		جذر بعضه منه خمسة أموال		جذر بعضه منه أربعة كعاب		جذره ثلاثة أموال مال

وأما لثمانيه أجناس فلنتصوره من هذه الشبكة .

	اثنان من العدد	وخمسة أموال	وثلاثة كعاب	وأربعة أموال مال
اثنان من العدد	أربعة أعداد	عشرة أموال	ستة كعاب	ثمانية أموال مال
وخمسة أموال	عشرة أموال	خمسة وعشرون مال مال	خمسة عشر مال كعب	عشرون كعب كعب
وثلاثة كعاب	ستة كعب	خمسة عشر مال كعب	تسعة كعاب كعب	اثنا عشر مال مال كعب
وأربعة أموال مال	ثمانية أموال مال	عشرون كعب كعب	اثنا عشر مال مال كعب	ستة عشر مال مال كعب

مجموعه	٤ أعداد	٢٠ مالا	١٢ كعب	٤١ مال مال	٣٠ مال كعب	٤٩ كعب كعب	٢٤ مال مال كعب	١٦ مال كعب كعب
	جذره اثنان			جذر بعضه خمسة أموال		جذر بعضه ثلاثة كعاب		جذره أربعة أموال مال

وإن لم نجد بتلك الشرايط ، فلا يوجد جذره فى الأجناس .

وأما الضلع الأول من سائر المضلعات ، فان كان ذلك المضلع جنسا واحدا ، ويوجد لعدد منزلة ذلك كسر سمىّ لعدد منزلة ذلك المضلع ، فنأخذه جنسا يكون عدد منزلته بقدر ذلك الكسر .

(١) فى ل اثنى عشر مال كعب الكعب وفى ت اثنى عشر مال مال كعب

مثـاله :

أردنا ضلع أول مال مال لكعب مكرر أربع مرات وعدد منزلة هذا الجنس اثنا عشر ، وعدد منزلة المضلع ، أعنى مال المال اربعة ، وسميها الربع ، وربع اثنى عشر ثلاثة وهى عدد منزلة الكعب ، وهو ضلع مال المال لكعب مكرر أربع مرات .

وإن لم يوجد لعدد منزلته كسر سمى لعدد منزلة المضلع المطلوب ، فلا يوجد ضلعه الأول .

وأما إن كان الجنس أكثر من واحد فلأن الاحتياج إليه قليل والمباحث فيه كثيرة ، فايراده يليق بغير هذا الكتاب .

الفصل السابع : فى ذكر المسائل الجبرية فإذا انتهى العمل إلى التعادل لا يخلو من أن يكون جنس واحد أو أكثر [معادلا لجنس[1] واحد أو أكثر] ولأن الأجناس غير متناهية فيكون المسائل أيضاً غير متناهية بل تكون أنواع غير متناهية ، وفى كل نوع سائل غير متناهية كما يعادل جنس واحد جنسا واحدا أو جنسين أو ثلاثة أو أربعة إلى مالا نهاية له أو يعادل جنسان أو ثلاثة أو أربعة هكذا إلى مالا نهاية له جنسين أو ثلاثة أو أربعة هكذا إلى مالا نهاية له .

ولم يبين المتقدمون كيفية استخراج المجهول إذا كانت المعادلة بين غير العدد والشيء والمال من الأجناس الأخرى إلا ما سنشير إليه ، فينحصر عملهم[2] فى ست مسائل :

وهى إما أن يعادل جنس واحد من الثلاثة جنساً واحدا منها يسمى بالمفردات ، وهى ثلاثة مسائل :

الأولى عدد معادل للأشياء ، والثانية أشياء معادلة للأموال والثالثة عدد معادل للأموال .

وأما أن يكون جنس واحد من الأجناس الثلاثة معادلة للجنسين الباقيين يسمى بالمقترنات وهى أيضا ثلاث مسائل : الأولى عدد يعادل أشياء وأموالا ، والثانية أشياء تعادل عددا وأموالا ، والثالثة أموال تعادل عددا وأشياء .

وإن كان التعادل بين أجناس أخرى يكون المناسبة بينها كالمناسبة بين أجناس المسائل الست المذكورة ، أعنى يكون المعادلة بين جنسين متواليين او ثلاثة أجناس متوالية ، فإذا بدلت بأجناس المسائل الست المذكورة كل لنظيره لصارت أيضا من الست المذكورة .

وأما إن كانت التعادل بين أربعة أجناس متوالية كعدد وشيء ومال وكعب ، أى يعادل بعض من هذه الأربعة بعضا آخر منها ، كما يعادل جنس واحد منها جنسا آخر منها أو جنسين أو ثلاثة ، أو يعادل جنسان منها جنسين آخرين ، فهى منحصرة فى خمس وعشرين مسألة ، وتكون ستة منها ما سبق .

وبقى تسع عشرة مسألة ، وقد أورد شارح البهائية ، [وهو عماد الدين[3] الكاشى] ، أن الامام شرف الدين المسعودى استخرج تسع عشرة مسألة غير الست المشهورة ، وبين كيفية استخراج المجهول

(١) غير موجود فى ت
(٢) فى ل عندم وفى ت عملهم .
(٣) غير موجودة فى ت

منها ، فيمكن أن تكون هى هى [١٦٠] وإن كانت الأجناس المتعادلة بعضها مع بعض خمسة ، اعنى من العدد إلى مال المال فينحصر فى خمس وتسعين مسألة ، ويكون خمسة وعشرون منها ما سبق ذكرها ، و بقى سبعون [١٦١] .

ولم يبين المتقدمون كيفية استخراج المجهول منها ، فضلا عما جاور الأجناس الخمسة ، وقد استنبطنا كيفية استخراج المجهول بالمسائل السبعين التى لم يتعرضها أحد من المتقدمين والمتأخرين ، وكذا بالتسع عشرة التى استخرجها الامام شرف الدين المسعودى .

وليت شعرى أهذا ابسط مما استخرجه أو هو اوكانا متوافقين أولا .

وأيضا استنبطنا مسائل كثيرة غيرها ، كما كان احد المتعادلين جنسا واحدا والآخر جنسا أو جنسين أو ثلاثة ، ولو كانا متباعدين فى الرتبة ، ولكثرة الأعمال والمباحث فيها لا يليق بهذا المختصر ، وسنوردها فى كتاب مفرد إن شاء الله تعالى ، و نورد فى هذا الكتاب منها ما يكون[١] أسهل فى العمل .

الفصل الثامن : فى كيفية استخراج المجهول بالمسائل الست المشهورة المذكورة :

أما المسألة الأولى من المفردات ، فهى عدد يعادل أشياء ، نقسم العدد على عدد الأشياء فما خرج فهو مقدار الشىء المجهول الذى فرض شيئا ، كعشرة أعداد تعادل شيئين :

قسمنا العشرة على الاثنين خرجت خمسة ، فالشىء المجهول خمسة .

واما المسألة الثانية فهى أشياء تعادل أموالا :

نقسم عدد الأشياء على عدد الأموال فما خرج فهو مقدار الشىء المجهول ، وهذا العمل مثل عمل الرد والتكميل يحصل منه كمية مال واحد من الأشياء ، بل كمية شىء واحد من العدد .

مثاله : عشرون شيئا تعادل خمسة أموال ، قسمنا العشرين على الخمسة خرجت أربعة ، وهى مقدار الشىء المجهول .

واما المسألة الثالثة منها فهى عدد يعادل اموالا : نقسم العدد على عدد الأموال فما خرج فهو المال المجهول نأخذ جذره فهو الشىء المجهول ، وهذا ايضا كعمل الرد والتكميل ، يحصل منه كمية مال واحد من العدد .

مثاله :

عشرون عدداً تعادل خمسة أموال ، قسمنا العشرين على عدد الأموال ، وهو خمسة خرجت من القسمة أربعة وهى مقدار المال المجهول ، أخذنا جذرها ، فكان اثنين وهما مقدا الشىء المجهول ؟

وأما المسألة الا ولى من المقترنات فهى عدذ يعادل اشياء وأموالا ، و بعد الرد والتكميل يصير إلى عدد معادل الأشياء ومال واحد .

نربع نصف عدد الأشياء ، ونزيده على العدد ، و نأخذ جذر المجموع ، و ننقص منه نصف عدد الأشياء ، فما بقى فهو مقدار الشىء المجهول :

---

(١) ما كان منها يكون أسهل عمل .

مثاله : احد وعشرون عدداً يعادل أربعة أشياه ومالا واحدة .

حصلنا مربع نصف عدد الأشياء فكان أربعة ، زدناها على العدد بلغت خمسة وعشرين ، أخذنا جذره وكان خمسة نقصنا منها نصف عدد الأشياء وهو إثنان بقيت ثلاثة ، وهى الشىء المجهول ، وضعنا هذا العمل فى الجدول ليسهل فهمه وضبطه وهو هذا .

كان عدد الأشياء	٤
فيكون نصفه	٢
مربعه	٤
وكان العدد	٢١
مجموع العدد ومربع نصف عدد الأشياء	٢٥
أخذنا جذره فكان	٥
نقصنا منه نصف عدد الأشياء بقى الشئ المجهول	٢

وأما المسألة الثانية من المقترنات فهى أشياء معادلة لعدد واموال ، وبعد الرد والتكميل يصير إلى اشياء معادلة لعدد ومال واحد .

نربع نصف عدد الأشياء ، وننقص منه العدد ، وما بقى نأخذ جذره ، ونزيده على نصف عدد الأشياء أو ننقصه منه ، أيهما أردنا ، فما بلغ أو بقى فهو الشىء المجهول ، وإن كان العدد أكثر من مربع نصف عدد الأشياء فالمسألة مستحيله ، وإن كان مساوياً له فنصف عدد الأشياء هو الشىء المجهول .

مثاله : عشرة أشياء تعادل مالا واحدا ، واحد وعشرين عدداً حصلنا مربع نصف عدد الأشياء فكان خمسة وعشرين، نقصنا منه العدد وهو أحد وعشرون بقيت أربعة أخذنا جذرها فكان إثنان زدناها على نصف عدد الأشياء تارة بلغت سبعة فهى الشىء المجهول ، [و نقصناها منه تارة بقيت ثلاثة وهى أيضاً الشيء المجهول ، نأخذ ايهما أردنا يصح المطلوب من كل منهما .

وضعنا هذا العمل فى الجدول هكذا .

كان عدد الأشياء	١٠
فيكون نصفه	٥
مربعه	٢٥
وكان العدد	٢١
نقصنا العدد من مربع نصف عدد الأشياء	٤
أخذنا جذر الباقى فكان	٢
زدنا الجذر على نصف عدد الأشياء تارة حصل الشئ المجهول	٧
ونقصناه منه أخرى يحصل أيضا الشىء المجهول	٣

وأما المسألة الثالثة من المقترنات فهى اموال معادلة الأشياء وعدد ، وبعد الرد والتكميل يصير إلى مال واحد معادل لأشياء وعدد ، نربع نصف عدد الأشياء ، ونزيده على العدد ، ونأخذ جذر المجموع ، ونزيده على نصف عدد الأشياء ، فما بلغ فهو الشىء المجهول

مثاله :

مال واحد يعادل ستة أشياء ، واربعين عددا ، حصلنا مربع نصف عدد الأشياء ، فكان تسعة زدناها على العدد وهو أربعون بلغت تسعة واربعين ، اخذنا جذره فكان سبعة زدناها على نصف عدد الأشياء ، وهو ثلاثة بلغت عشرة وهو الشىء المجهول ، وضعنا هذا العمل فى الجدول .

كان عدد الأشياء	٦
فيكون نصفه	٣
مربعه	٩
وكان العدد	٤٠
مجموع العدد ومربع نصف عدد الأشياء	٤٩
أخذنا جذر المجموع فكان	٧
مجموع ذلك الجذور ونصف عدد الأشياء وهو الشىء المجهول	١٠

الفصل التاسع : فى كيفية استخراج المجهول فيما تكون(١) المناسبة بينها كالمناسبة بين أجناس المسائل المذكورة .

إذا انتهى العمل إلى التعادل بين أجناس تكون المناسبة بينها ، كالمناسبة بين أجناس المسائل الست المذكورة ، نأخذ بمثل عدد ما كان عدد منزلته أقل عددا ، ويمثل عدد ما يليه أشياء ، ثم يمثل عدد ما يليه إن كان أموالا ، لينتهى بمسألة من المسائل الست المذكورة فيستخرج منه المجهول كما ذكرنا [١٦٢] .

مثلا :

إذا كانت ستة كعاب يعادل ثمانية أموال مال ومال كعب نأخذ [جذر] بدل ستة كعاب ستة أعداد ، وبدل ثمانية أموال مال ثمانية أشياء ، وبدل مال كعب مالا يكون ستة أعداد معادلة لثمانية أشياء ومال وهو المسألة الأولى من المقترنات .

الفصل العاشر : فيما وعدنا إيراده من المسائل التى استنبطناها .

إذا انتهى العمل إلى معادلة جنس واحد جنسا واحدا ، ولو كانا متباعدين فيكون مسائل هذا النوع غير متناهية ولم يذكرها المتقدمون ، وأنا استنبطت قاعدة يخرج منها جميعها ، وهى أن نقسم عدد ما كان عدد منزلته أقل على عدد ما كان عدد منزلته أكثر ، فما خرج نحفظه ، ونأخذ التفاضل بين عددى منزلتى الجنسين المتعادلين ، نأخذ الضلع الأول من المحفوظ على انه من مضلع يكون عدد منزلته بقدر التفاضل بين عددى منزلتى الجنسين المتعادلين ، فهو الشىء المجهول (١٦٣) .

مثاله :

أربعة وستون مالا يعادل أربعة كعاب كعب ، قسمنا عدد الأموال وهو أربعة وستون على عدد كعاب

---

(١) فى ت ناخذ بدل ستة كعباب . . إلخ .

الكعب وهو اربعة خرجت [١٨٨] من القسمة ستة عشر ، أخذنا ضلعه[١] الأول على انه مال مال لأن التفاضل بين عدد منزلة المال وعدد منزلة كعب الكعب اربعة ، وهى عدد منزلة مال المال ، فكان إثنين وهما الشىء المجهول .

مثـال آخر :

أربعون عددا تعادل خمسة كعاب . قسمنا الأربعين على الخمسة فخرجت ثمانية ، أخذنا كعبها لأن التفاضل بين منزلتى العدد والكعب ثلاثة ، وهى عدد منزلة الكعب .

مثال آخر :

إذا كان مايتان وثلاثة وأربعون عدداً معادلا لثلاثة أموال مال ، قسمنا العدد على عدد مال المال خرج أحد وثمانون ، أخذنا ضلعه الأول على أنه مال مال ، فكان ثلاثة وهى الشىء المجهول .

هذا ما وعدنا إيراده فى هذا الكتاب ، وهو شامل للمفردات الثلاثة أيضا ، وسنورد سائر ما استنبطناه فى هذا الباب فى كتاب مفرد ، وأما أمثلة استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة ، فسنوردها فى الباب الرابع إن شاء الله تعالى

الباب الثانى

فى استخراج المجهول بالخطأين [١٦٤]

وهو يصح إذا سئل عن مجهول عمل عليه كذا وكذا صار عدداً معينا ، مثل أن نصف او ضوعف أو زيد عليه أو نقص منه نصفه أو ضعفه ، أو ضرب فى عدد معلوم غير المجهول ، وإن أوتى فى المسألة ضرب مجهول فى مجهول آخر أو قسمة مجهول على مجهول آخر ، واحتيج إلى استخراج جذر أو كعب أو مثلهما لا يصح به : [١٦٥] .

وهو أن نفرض المجهول أى عدد شئنا ، ونعمل عليه مافهمنا من كلام السائل حتى يحصل حاصل ، فإن وافق العدد المعلوم فهو المطلوب ، وإلا نأخذ التفاضل بين ما حصل من عملنا والعدد المعلوم وهو المسمى بالخطأ الأول .

ثم نفرض المجهول عدداً آخر ، ونعمل عليه كما عملنا حتى يحصل حاصل ثان ، فان وافق المعلوم فهو المطلوب ، وإلا فنأخذ التفاضل بينه وبين المعلوم وهو المسمى بالخطأ الثانى ثم نستخرج من هذين الخطأين صوابا بأن نضرب المفروض الأول فى الخطأ الثانى، وكذا المفروض الثانى فى الخطأ الأول ، فان كان الخطآن زايدين معاً على المعلوم أو ناقصين معا منه ، فنقسم التفاضل بين حاصلى الضربين على التفاضل بين الخطأين فما خرج فهو المجهول المطلوب .

وإن كانا مختلفين فى الزيادة والنقصان ، نقسم مجموع الحاصلين على مجموع الخطأين فما خرج فهو المطلوب .

---

(١) فى ت ضلع أوله .

مثـــاله :

أردنا عدداً إذا ضرب فى ثلاثة وزيد على الحاصل عشرة ثم ضوعف المجموع وزيد عليه عشرة صار تسعين ، فضربناه خمسة ضربناها فى الثلاثة حصلت خمسه عشر ، زدنا عليها العشرة بلغت خمسة وعشرين ضعفناها صارت خمسين زدنا عليه عشرة يبلغ ستين ، وهو ناقص من التسعين المعلوم عليها بثلاثين .

وهو الخطأ الأول :

ثم نفرضه سبعة وعملنا عليها ما سبق ، حصل الخطأ الثانى ثمانية عشر ، وهو ناقص ايضاً فضربنا المفروض الأول وهو الخمسة فى الخطأ الثانى وهو ثمانية عشر حصل تسعون ، ثم ضربنا المفروض الثانى وهو سبعة فى الخطأ الأول ، وهو ثلاثون حصل مائتان وعشرة .

ولما كان الخطآن ناقصين معاً، أخذنا التفاضل بين الحاصلين فكان مائة وعشرين ، قسمناها على التفاضل بين الخطأين ، وهو اثنا عشر خرجت عشرة فهى المطلوب .

الباب الثالث

فى إيراد بعض القواعد الحسابية التى يكون الاحتياج إليها[1] فى استخراج المجهولات كثيراً ، وهو خمسون قاعدة .

القاعدة الأولى :

إذا أردنا أن نضرب جذر عدد فى جذر عدد آخر ، أو جذر جنس فى جذر جنس آخر ، ولم نعرف ذلك الجذر ، لتعذر أو لاستحالة فنضرب أحد ذينك العددين أو الجنسين فى الآخر ، ونأخذ جذر الحاصل فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نضرب جذر تسعة فى جذر خمسة وعشرين ، ضربنا التسعة فى الخمسة والعشرين حصل مائتان وخمسة وعشرون . أخذنا جذره فكان خمسة عشر وهو المطلوب .

وكذا يكون جذر تسعة أموال فى جذر خمسة وعشرين مال مال خمسة عشر كعباً .

مثال آخر :

اردنا ضرب جذر اثنين فى جذر ثمانية ؛ ضربنا الاثنين فى الثمانية حصلت ستة عشر ، أخذنا جذرها . فكان أربعة وهو المطلوب .

وكذا يكون ضرب جذر كعبين فى جذر ثمانية أموال كعب ضربنا أحد المجذورين فى الآخر حصلت ستة عشر مال كعب كعب ، أخذنا جذره فكانت أربعة أموال مال ، وكذا الحكم فى ضرب ضلع اول كل

---

(١) فى ت به .

مضلع فى ضلع أول ذلك المضلع ايضاً بجنسين متفقين أو مختلفين كـكعب جنس فى كعب جنس آخر ، أو ذلك الجنس أو ضلع مال مال جنس فى ضلع مال مال جنس آخر أو ذلك الجنس [١٦٦] .

مثاله :

أردنا أن نضرب كعب ثلاثة أعداد فى كعب تسعة كعاب ، ضربنا ثلاثة أعداد فى تسعة كعاب حصلت سبعة وعشرون كعباً ، أخذنا كعبه فكان ثلاثة أشياء وهو المطلوب .

وأما إن اردنا أن نضرب ضلع اول مضلع من جنس فى ضلع أول مضلع من ذلك الجنس أو من جنس آخر ، على ان المضلعين يكونان مختلفين كجذر مثلا فى كعب أو جذر فى مال مال ، فيرتقى احد الجنسين أو كليهما بأن نضرب أحد الجنسين فى نفسه ، ثم فى الحاصل ثم فى الحاصل الأول أو الثانى .

وكذا نعمل بالآخر إلى أن يصيرا مضلعين متفقين فنضرب أحدهما فى الآخر ، ونأخذ ضلع اول الحاصل على أنه ذلك المضلع المتفق فهو المطلوب [١٦٧] .

مثاله :

أردنا أن نضرب جذر تسعة فى كعب ثمانية ضربنا التسعة فى نفسه حصل احد وثمانون فيكون الجذر المذكور ضلع مال ماله ، ثم ضربنا التسعة فيه حصل سبعمائة وتسعة وعشرون ، فيكون الجذر المذكور ضلع كعب كعبه ، فإذا بلغ كل واحد منهما إلى مضلع واحد وهو كعب كعب ضربنا أحدهما فى الآخر ، اعنى أربعة وستين فى سبعمائة وتسعة وعشرين حصل ٦٦٥٦ ، أخذنا ضلع أوله على أنه كعب كعب ، فكان ستة وهى المطلوب .

وإذا أردنا أن نضرب جذر تسعة أموال مال فى كعب ثمانية من العدد ، ضربنا تسعة أموال مال فى نفسه حصل أحد وثمانون مال كعب كعب ، فيكون الجذر المذكور ضلعه الأول على أنه مال مال ، ولو أن ذلك الجنس مال كعب كعب ، ثم ضربنا تسعة أموال المال المذكور فى الحاصل حصل سبعمائة وتسعة وعشرون كعب كعب كعب كعب ، فيكون الجذر المذكور ضلعه الأول على أنه كعب كعب ، ولو أن ذلك الجنس كعب مكرر اربع مرات .

ثم ضربنا الثمانية المذكورة من العدد فى نفسها حصلت أربعة وستون عدداً ، فيكون الكعب المذكور ضلع أوله على أنه كعب كعب . فضربناه فى كعب كعب تسعة أموال المال المذكور ، وهو سبعمائة وتسعة وعشرون كعباً مكرراً أربع مرات حصل ٤٦٦٥٦ كعباً مكرراً أربع مرات ، أخذنا ضلعه الأول على أنه كعب كعب فكانت ستة أموال وهو المطلوب .

وكذا يكون الحكم فى القسمة ، أعنى إذا أردنا أن نقسم جذر عدد أو جنس على جذر عدد أو جنس آخر ، نقسم مجذور المقسوم على مجذور المقسوم عليه ، ونأخذ جذر خارج القسمة فهو المطلوب[١٦٨] .

القاعدة الثانية : إذا أردنا أن نستخرج جذر أجناس المجهولات بالتعيين لا على الطريق الذى مر ، فإن الجذر هناك كان مجهولا أيضاً ، فالطريق فيه أن نطلب مجذوراً ، أما إذا قوبل بالجنس المطلوب جذره ،

أو بالأجناس المطلوب جذرها ، انتهى العمل إلى معادلة جنس لجنس آخر يليه كعدد لشيء أو شيء لمال أو مال لكعب أو جزء مال لجزء شيء ، ثم نقسم عدد الجنس الأدنى على عدد الجنس الأعلى ، فما يخرج فهو مقدار شيء واحد ، نحسب منه مقدار الأجناس المطلوب جذرها ، بأن نأخذ لمال واحد مربع مقدار ذلك الشيء ، اى مربع خارج القسمة ولكعب واحد مكعبه ولمال مال‌مال ماله ، وعليه القياس ، ثم نضرب عدد كل جنس من الأجناس المطلوب جذرها فى مقدار ذلك الجنس ، ونجمع الحواصل ونزيد العدد عليه إن كان مع الأجناس المطلوب جذرها ، ونأخذ جذر المجموع فهو المطلوب[١٦٩] .

مثاله :

أردنا جذر ثلاثة كعاب ، قابلناه بمجذور ثلاثة أشياء ، وهو تسعة أموال فيكون المقابلة على الشرط المذكور ، فقسمنا عدد الجنس الأدنى وهو التسعة على عدد الجنس الأعلى وهو الثلاثة خرجت من القسمة ثلاثة ، وهى مقدار ١٩٢ شيء واحد ، يكون ماله تسعة ، وكعبه سبعة وعشرين ، وثلاثة كعابه أحدا وثمانين أخذنا جذره فكان تسعة ، وهى جذر ثلاثة كعاب .

مثال آخر :

أردنا جذر ستة أشياء وستة أموال ، قابلناها بمجذور ثلاثة أشياء ، وهو تسعة اموال ، وبعد حذف ستة الأموال(١) المشتركة صارت ستة أشياء ، معادلة لثلاثة أموال ، قسمنا الستة على الثلاثة خرج من القسمة اثنان . وهو مقدار شيء واحد من الأجناس المطلوب جذرها ، أعنى ستة أشياء وستة اموال ، فأخذنا ستة أمثال الاثنين لستة الأشياء حصل اثنا عشر وستة أمثال مربع الإثنين لستة الأموال حصلت اربعة وعشرون مجموعهما ستة وثلاثون ، وهو مقدار ستة الأشياء وستة الأموال ، على ان شيئاً واحداً اثنان أخذنا جذره فكان ستة ، وهى جذر ستة الأشياء وستة الأموال .

مثال آخر :

أردنا جذر ستة عشر عددا وعشرين شيئا وثلاثة أموال ، قابلناه بمجذور اربعة أعداد وشيئين وهو ستة عشر عددا أو ستة عشر شيئا وأربعة أموال ، وبعد حذف المشترك ، وهى ستة عشر عددا وثلاثة أموال آلت إلى معادلة أربعة أشياء لمال واحد ، قسمنا الأربعة على الواحد ، خرجت من القسمة أربعة ، وهى مقدار شيء واحد فيكون عشرون : أمثاله ثمانون وثلاثة أمواله ثمانية وأربعين وهما مع ستة عشر عددا مائة وأربعة وأربعون عددا ، وهو مقدار ستة عشر عددا وعشرون شيئا وثلاثة أموال الذى أردنا جذره .

فأخذنا جذره فكان اثنا عشر وهو الجذر المطلوب .

على أن شيئا واحدا أربعة ولا يجب أن يكون جذر ذلك الأجناس ما حصل بعينه ، بل يمكن أن يوجد لها جذور غير متناهية .

مثلا : لو قابلنا الأجناس المذكورة ، وهى ستة عشر عددا وعشرون شيئا ، وثلاثة أموال بمجذور

(١) فى ل ستة آموال مشتركة

شيئين إلا أربعة اعداد ، وهو أربعة اموال وستة عشر عددا إلا ستة عشر شيئا ، وبعد الجبر والمقابلة صارت ستة وثلاثون شيئا معادلا لمال واحد ، قسمنا عدد الأشياء على عدد الأموال خرجت من القسمة ستة وثلاثون بعينه لا غير ، لأن المقسوم عليه واحد ، وهو مقدار شيء واحد فيكون عشرون شيئا سبعمائة وعشرين ، ويكون ثلاثة أموال ٣٨٨٨ ، وهما مع ستة عشر يكون ٤٦٢٤ أخذنا جذره فكانت ثمانية[1] وستون ، وهو جذر الأجناس المذكورة ، على أن شيئا واحدا ستة وثلاثون .

واعلم أن استخراج الجذر لهذا الطريق يحتاج إلى الاستقراء ، ويمكن استخراجه أيضا بأن نطلب عددا بالاستقراء ، إذا فرضنا مقدار شيء واحد ، وحسبنا به مقدار الأجناس المطلوب جذرها ، كان مجذورا وربما كان هذا الطريق فى بعض المواد أسهل من الأول .

القاعدة الثالثة :

إذا أردنا أن نجمع الأعداد المتوالية من الواحد إلى أى عدد شئنا بالنظم الطبيعى ، نزيد الواحد على العدد الأخير ، ونضرب المجموع فى نصف العدد الأخير ، أو نضرب العدد الأخير فى نصف ذلك المجموع .

مثاله :

أردنا أن نجمع من الواحد إلى العشرة ، زدنا الواحد على العشرة بلغ احد عشرا ، ضربناه فى نصف العشرة حصلت خمسة وخمسون .

وإن أردنا أن نجمع من غير الواحد إلى أى عدد شئنا ، نجمع الطرفين ، أعنى أقل تلك الأعداد وأكثرها ، ونضرب المجموع فى نصف عدد تلك الأعداد .

مثاله :

إن أردنا أن نجمع من ثلاثة إلى عشرة جمعناهما بلغت ثلاثة عشر ، ضربناها فى نصف عدد تلك الأعداد وهو أربعة حصل اثنان وخمسون وهو المطلوب .

[هامش][2] : كذلك الجمع من كسر إلى عدد مفروض ، وذلك على وجهين أحدهما أن نجعل ذلك العدد من جنس كسره ، ثم نجمع من واحد إلى ذلك المبلغ ، ثم نقسم ما بلغ على مخرج الكسر ، والوجه الثانى أن نجمع من الطرفين ونضرب به فى نصف ذلك العدد ، فما بلغ نضرب به فى مخرج ذلك الكسر .

مثاله :

أردنا أن نجمع من دانق إلى عشرة جمعناهما بلغت عشرة ودانق ضربنا فى نصف العشر بلغ خمسين وخمس دوانيق ، ضربناه فى مخرج الدوانيق وهو ستة بلغ ثلاثمائة وخمسة : وهو المطلوب .

---

(١) فى ل ثلاثة وهو خطأ

(٢) الهامش غير موجود فى ل

القاعدة الرابعة :

إذا أردنا جمع الأفراد المتوالية دون الأزواج ، نزيد على الفرد الأخير واحدا ، ونضرب نصف المجموع وهو عدد تلك الأفراد فى نفسه يحصل المطلوب [أقول بوجه[1] آخر : نضرب نصف عدد الأفراد فى مجموع المفرد الأخير مع واحد يحصل المطلوب] .

مثـاله :

أردنا أن نجمع الأفراد المتوالية من الواحد إلى التسعة ، زدنا عليها واحدا بلغت عشرة ، حصّلنا مربع نصفها كان خمسة وعشرون وهو المطلوب .

القاعدة الخامسة :

إذا اردنا جمع الأزواج المتوالية دون الأفراد نضرب نصف الزوج الأخير وهو عدد تلك الأزواج فيما يليه ، أى فيما يزيد عليه بواحد يحصل المطلوب[2] .

مثـاله :

أردنا أن نجمع الأزواج المتوالية من الاثنين إلى العشرة ، ضربنا الخمسة فى ستة حصل ثلاثون فهو المراد .

القاعدة السادسة :

إذا أردنا جمع أزواج الأفراد المتوالية نضرب عددها فى نفسه ، ونضعف الحاصل فهو المطلوب .

مثـاله :

أردنا أن نجمع عشرة أعداد هى أزواج الأفراد متوالية ، على أن أولها اثنان ، فربعنا العشرة صارت مائة ، ضعفناها صارت مائتان وهو المطلوب .

وإن لم يعد الاثنين من أوزاج الأفراد ، وجعل زوج الفرد الأول ستة ، فنزيد على عددها واحدا ، ونعمل ما ذكرنا ، ثم ننقص من الحاصل اثنين بقى مطلوبه ، وأما جمع أزواج الأزواج سنذكره فى القاعدة التاسعة .

القاعدة السابعة :

إذا أردنا جمع الأعداد المتزايدة « ١٩٦ » من الواحد وغيرها بتفاضلات متساويات ، وهذه القاعدة مما استنبطناه : ننقص من عددها واحدا أبدا ، فما بقى نضربه فى مقدار ما يتزايد به ، ونزيد على الحاصل العدد الأقل من تلك الأعداد ، سواء كان واحدا أو أكثر ، فما بلغ فهو العدد الأكثر ، نزيد عليه العدد الأقل ثانيا ، ونضرب ما بلغ فى نصف عدد تلك الأعداد فما حصل فهو المطلوب[١٧٠] .

---

(١) هذه الجملة غير موجودة فى ت .

(٢) توجد حاشية فى ل وهى : بوجه اخر إن كان عدد الأزواج فردا نضرب الزوج الأوسط فى الفرد الذى تحته يحصل المطلوب ونضربه في نفسه ونسقط من الحاصل ، وإن كان زوجا نضرب أحد الوسطى فى الآخر ونسقط الأقل من الحاصل أو نضرب الوسط الأقل فى الفرد الذى قبله يحصل المطلوب .

وهذه القاعدة شاملة للقاعدة الثالثة أيضا .

مثال ذلك :

اردنا أن نجمع ستة أعداد متزايدة بثلاثة ثلاثة من الواحد ، وهى واحد — أربعة — سبعة — عشرة — ثلاثة عشر — وستة عشر ، نقصنا من الستة التى هى عدتها واحداً بقيت خمسة ، ضربناها فى الثلاثة التى يتزايد بها الأعداد ، حصلت خمسة عشر ، زدنا عليها واحدا لأنه أقل تلك الأعداد بلغت ستة عشر ، وهو العدد السادس زدنا عليه واحداً مرة أخرى بلغ سبعة عشر ، ضربناها فى نصف الستة التى هى عدتها حصل أحد وخمسون ، وهو مجموع تلك الأعداد .

مثال آخر :

أردنا أن نجمع أربعة أعداد ، ولهاسبعةمتزايدة بثلاثة ثلاثة ، وهى سبعةعشر — ثلاثةعشر — ستةعشر — نقصنا واحدا من الأربعة التى هى عدتها بقيت ثلاثة ضربناها فى الثلاثة التى يتزايد بها تلك الأعداد ، حصلت تسعة زدنا عليها السبعة التى هى أقل تلك الأعداد بلغت ستة عشر ، وهو أكثر تلك الأعداد ، زدنا عليه العدد الأقل ثانيا بلغ ثلاثة وعشرين ، ضربناه فى الاثنين اللذين هما نصف عددها حصلت ستة واربعون وهو المطلوب[1] (حاشية) .

القاعدة الثامنة :

إذا أردنا جمع الأعداد المتزايدة من الواحد ، وتفاضلاتها المتوالية متزايدة ، إما بواحدة واحدة أو اثنين اثنين أو ثلاثة ثلاثة ، وعلى ذلك القياس ، أما ما كانت تفاضلاتها متزايدة بواحدة واحدة فكانوا حد والثلاثة والستة والعشرة وخمسة عشر ، وما كانت تفاضلاتها متزايدة باثنين اثنين ، وهو المربعات المتوالية كالواحد والأربعة والتسعة والستة عشرة ، وما كانت تفاضلاتها متزايدة بثلاثة ثلاثة كالواحد والخمسة والاثنى عشر والاثنين والعشرين والخمسة والثلاثين ، وعليه القياس .

والعمل فى جميع تلك الأنواع ان ننقص من عددها واحدا دائما ، ونضرب الباقى فى مقدار ما يتزايد به التفاضلات ، ونأخذ ثلث الحاصل دائما ، ونزيد عليه واحدا ، فما بلغ نضربه فى جميع تلك الأعداد بالنظم الطبيعى فالحاصل هو المطلوب[١٧١] .

مثاله :

اردنا أن نجمع عشرة أعداد متزايدة بثلاثة ثلاثة أولها واحد ، نقصنا من العشرة واحدا بقيت تسعة ضربناها فى الثلاثة التى يتزايد بها التفاضلات حصلت سبعة وعشرون ، أخذنا ثلاثة فكان تسعة نزيد عليها

(١) فى ل حاشية هى : أقول بوجه أسهل وأبين إما أن يكون عدة الأعداد زوجا أو فردا فإن كانت زوجا نضرب نصف عدة الآحاد فى مجموع الأول والأخير فالحاصل هو المطلوب : مثلا فى أول مثالية ضربنا الثلاثة فى واحد وستةعشر أى سبعه عشر حصل ٥١ وفى ثانيهما ضربنا اثنين فى ثلاثة وعشرين حصل ٤٦ وهو المطلوب ، وإن كانت فردا ضربنا العدد الأوسط فى تمام العدة فالحاصل هو المطلوب ، وبرهانهذينالحكمين فىرسالة واسقلاوس فىالمطالع منالمتوسطات .

واحدا بلغت عشرة ، ضربناها فى الخمسة والخمسين الذى هو مجموع الأعداد من الواحد إلى العشرة بالنظم الطبيعى حصل خمسمائة وخمسون وهو المطلوب .

القاعدة التاسعة :

إذا أردنا أن نجمع الأعداد الحاصلة من تضاعيف الواحد وغيره ، وهذه أيضا مما استنبطناه . وطريقه إذا كان العدد الأخير معلوما أن ننقص من ضعفه واحداً ، فالباقى هو مجموع تلك الأعداد ، وإن لم يكن العدد الأخير معلوما ننظر إلى عدد مرات التضعيف ، هو عدد منزلة اى مضلع ، فيحصل ذلك المضلع ، على أن ضلعه الأول اثنان .

وطريق تحصيله أن ننظر إلى عدد تلك المرات ، وإن كان قابلا للتنصيف إلى الواحد ، ننظر أنه كم مرة تقبل التنصيف إلى الواحد ، أو نعرف انه أى مضلع للاثنين ، وكم يكون عدد منزلته .

نربع الاثنين مرة بعد أخرى بعدة ذلك العدد ، أى نضرب الاثنين فى نفسه ، ثم الحاصل فى نفسه ، ثم الحاصل الثانى فى نفسه هكذا بعدة ذلك العدد ليحصل العدد الأخير ، نضاعفه وننقص منه واحدا ابدا ليحصل مجموع تلك الأعداد .

ولو نزيد أولا واحداً على عدد مرات التضعيف ، ويكون المجموع قابلا للتنصيف ، نعمل به ما عملنا يحصل عدد المجموع بزيادة واحدة .

مثاله :

أردنا أن نضعف الواحد ثمانية مرات ، وهى قابلة للتنصيف إلى الواحد بثلاث مرات وكعب الاثنين ، وعدد منزلة الكعب أيضا ثلاثة ، ربعنا الاثنين ثلاث مرات ، فكان المربع الأول أربعة ، ومربع الثانى ستة عشر والثالث مائتين وستة وخمسين ، وهو العدد الأخير ، ضعفناه صار ٥١٢ نقصنا منه واحدا صار ٥١١ وهو المطلوب .

وإذا نقصنا منه واحداً آخر بقى ٥١٠ وهو مجموع ثمانية أزواج متواليات ، وذلك ما وعدناه فى القاعدة السادسة .

مثال آخر :

أردنا أن نضع واحدا فى بيت من بيوت الشطرنج ، والاثنين فى بيت آخر والأربعة فى بيت آخر وهكذا يتضاعف لسائر البيوت ، إلى أن يتم جميع البيوت ، فيكون عدد التضاعيف ثلاثة وستين ، ويصير بالتضعيف الأخير لجمع جميع الأعداد الموضوعة فيها أربعة وستين ، وهو قابل للتنصيف إلى الواحد بست مرات . فربعنا الاثنين ست مرات هكذا . [الجدول فى الصفحة التالية]

ثم نصفنا المربع السادس صار ٩٢٢٣٣٧٢٥٣٦٨٥٤٧٧٥٨٠٨ وهو العدد الموضوع فى البيت الأخير من بيوت الشطرنج .

المربع الأول	المربع الثانى	المربع الثالث	المربع الرابع	المربع الخامس				المربع السادس						
٤	١٦	٢٥٦	٦٥٥٣٦	٢٩٦	٩٩٧	٢٩٤	٤	٦١٦	٥٥١	٧٥٩	٥٧٣	٧٤٤	٤٤٦	١٨
أربعة	ستة عشر	مائتان وستة وخمسون	خمس وستون ألفا وخمسمائة وستة وثلاثون	ومائتان وستة وتسعون	وتسعمائة وسبعة وتسعون ألفا	ومائتان وأربع وتسعون ألف ألف	أربعة آلاف ألف ألف	وستمائة وستة عشر	وخمسمائة وخمسون ألفا	وسبعمائة وتسعة آلاف ألف	وخمسمائة وسبعون ألف ألف ألف	وسبعمائة وأربع وأربعون ألفا مكررا أربع مرات	أربعمائة وستة وأربعون ألفا مكررا خمس مرات	ثمانية عشر ألف مكرر ست مرات
تضعيف الثانى وهو موضوع فى البيت الثالث وهو مال الاثنين	تضعيف الرابع وهو موضوع فى البيت الخامس وهو مال مال الاثنين	تضعيف الثامن وهو موضوع فى البيت التاسع وهو مال الكعب كعب للاثنين	تضعيف السادس عشر وهو موضوع فى البيت السابع عشر وهو مال مال كعب كعب كعب للاثنين	تضعيف الثانى والثلاثين موضوع فى البيت الثالث والثلاثين وهو مال كعب مكرر عشرة مرات للاثنين				تضعيف الرابع والستين وهو مجموع الأعداد الموضوعة فى جميع البيوت بزيادة واحد وهو مال كعب مكرر عشرين مرة للاثنين						

وأما إن لم يكن عدد مرات التضعيف قابلا للتنصيف إلى الواحد ثم من الباقى وهكذا إلى أن لا يبقى شىء ، أو بقى واحد ، فينقسم إلى تلك الأعداد .

مثلا : إذا كان عشرة نجعلها بقسمين ، هما ثمانية واثنان كل منهما قابل للتنصيف إلى الواحد ، [نأخذ(1) منها أكثر عدد هو قابل للتنصيف إلى الواحد ، ثم من الباقى هكذا إلى أن لا يبقى شىء ، او بقى واحد فينقسم إلى تلك الأعداد .

مثلا : إذا كان عشرة نجعلها بقسمين هما ثمانية واثنان كل منهما قابل للتنصيف إلى الواحد] .

وإن كان مائة نجعلها ثلاثة أقسام كما قلناه ، وهى أربعة وستون ، واثنان وثلاثون وأربعة ، ثم ننظر إلى كل واحد منها كم مرة تقبل التنصيف إلى الواحد ، فنضع هذه الأعداد فى جدول ، ونسميها بأقسام العدد ونضع بازاء كل واحد منها عدد مرات تنصيفه فى جدول آخر ، ونسميها بإعداد المرات وإن كان أحد من عدة(2) أقسام العدد واحد ، فنضع بازائه فى جدول اعداد المرات صفرا ، ثم نربع الاثنين مرة بعد أخرى بعدة أكثر عدد المرات ، ثم نضع المربع الأخير بازاء العدد الأكثر فى الجدول .

وكذا نضع بإزاء كل عدد من إعداد المرات من المربعات ، ما هو بعدة ذلك العدد ليكون بإزاء كل عدد مربع حصل بتربيع الاثنين مرة بعد أخرى بعدة ذلك العدد .

وإن كان فى جدول المرات صفر نضع بازائه الاثنين بغير تربيع ، ثم نضرب المربعات الموضوعة فى الجدول

---

(1) الجملة التى بين قوسين غير موجودة فى ل .

(2) فى ل عدد .

بإزاء أعداد المرات بعضها فى بعض ، فالحاصل الأخير هو العدد الأخـير ، ونضعفه وننقص منه واحدا ليحصل المطلوب .

مثـاله :

أردنا أن نجمع تضاعيف الواحد أحد عشر مرة ، وهى مع الواحد اثنا عشر عددا ، ثم أخذنا من أحد عشر أكثر عدد قابل للتنصيف إلى الواحد ، وهو ثمانية ، ثم اثنان وبقى واحد فالثمانية تقبل التنصيف ثلاث مرات والاثنان تقبل مرة ، وكان الجزء الثالث الواحد لا تقبل ، فليس له عدد مرات فحصل فى جدول إعداد المرات ثلاثة وواحد وصفر ، فربعنـا الاثنين ثلاث مرات للأول ، فكان المربع الثالث ٢٥٦ ومرة للثانى وكان أربعة وأخذنا نفس الاثنين للثالث ، وهو كما وضعنا فى هذا الجدول .

أقسام أحد عشر ثمانية	اعداد المراتب ثلاث مرات تقبل التضعيف	تربيع الاثنين بعدده ربعنا الاثنين ثلاث مرات فكان المربع الأخير	٢٥٦
اثنان	مرة واحدة	مربع الاثنين مرة	٤
واحد	صفر	نفس الاثنين	٢

ثم ضربنا ٢٥٦ فى الأربعة حصل ١٠٢٤ ، ضربناه فى الاثنين حصل ٢٠٤٨ ، وهو التضعيف الأخير ، ضعفناه ونقصنا منه واحداً صار ٤٠٩٥ وهو المطلوب .

حاشية (١) : من كتاب التكملة فى الحساب : إذا أردنا تضعيف الواحد عشر مرات ، أو عشرين مرة أو ثلاثين مرة أو نحوها ، بعد أن تكمل المرات عشرات : مثلا تضعيف الواحد عشر مرات ، وضعنا الواحد مع ثلاثة أصفار قبله ، ثم وضعنا الواحد مع صفر تحت ذلك السطر على أن تكون المنزلة الأولى تحت المنزل الأولى من السطر الأول ، ثم وضعنا الواحد تحت الصفر الأسفل بلا صفر بهذه الصورة :

١٠٠٠
١٠
١

ثم ضعفنا الواحد الأسفل ، فصار اثنين ، زدناها على السطر الأوسط فصار اثنى عشر ، فضعفناه صار أربعة وعشرين ، زدناه على السطر الأول صـار ١٠٢٤ ، فهـذا مبلغ التضعيف الواحد عشر مرات ، لكن العدد الأخير اثبتناه مع ثلاثة أصفار قبله ، واثبتنا مثله تحته مع صفر واحد فى السطر الثانى ، ثم اثبتنا مثله فى السطر الثالث بلا صفر على هذه الصورة :

١٠٢٤٠٠٠
١٠٢٤٠
١٠٢٤

---

(١) هذه الحاشيه موجودة فى الهامش فى ت وليست موجودة فى ل وهى الموضحه بين القوسين .

ثم ضعفنا السطر الأسفل ، وزدنا الحاصل ، ثم السطر الأوسط وضعفنا الحاصل فصار ٢٤٠٧٦ فزدناها على السطر الأول حصل ١٠٤٨٥٧٦ ، هذا مبلغ تضعيف الواحد عشرين مرة ، فإن أردنا تضعيف هذا العدد عشر مرات ليبلغ مقدار تضعيف الواحد ثلاثين مرة اثبتناه مع ثلاثة أصفار ، فى السطر الأول ، ومع صفر واحد فى السطر الأوسط ، وبلا صفر فى السطر الثالث ، ونعمل كما وضعنا فما بلغ فهو المراد ، وقس عليه ، هذا كل ما نريد تضعيفه عشر مرات والفوايد فى التضعيف نفسه مرات]

وإن أردنا تضاعيف عدد غير الواحد مرات معينة ، نحصل أولا تضاعيف الواحد بعدة تلك المرات على ما سبق ، ثم نضرب العدد الأخير ، أو عدد المجموع أيهما أردنا فى ذلك العدد ، أعنى العدد الذى نريد تضاعيفه ليحصل العدد الأخير أو عدد المجموع بحسب ذلك العدد .

مثـــاله :

أردنا أن نضعف الخمسة أحد عشر مره ، وكان العدد الأخير ، على أن العدد الأول واحد ٢٠٤٨ كما سبق ضربناه فى الخمسة حصل ١٠٢٤٠ وهو العدد الأخير ، على أن العدد الأول خمسة ، فيكون المجموع ، على أن الأول خمسة ٢٠٤٧٥ وهو المطلوب .

القاعـــدة العاشرة :

إذا أردنا جمع حواصل ضروب كل عدد من الأعداد المتوالية من الواحد فيما يليه ، أعنى أن نضرب الواحد فى الاثنين ، والاثنين فى الثلاثة ، والثلاثة فى الأربعة ، وهكذا إلى ما أوردناه : وطريقه أن ننقص من العدد الأخير واحداً ، ونأخذ ثلثى الباقى ونضربه فى مجموع تلك الأعداد بالنظم الطبيعى[١٧٢] .

حاشية[١] : [بغير أن نضرب الواحد فى الاثنين والحاصل فى الثلاثة ، ثم نضرب الاثنين فى الثلاثة ، والحاصل فى الأربعة ، ثم نضرب الأربعة فى الخمسة والحاصل فى الستة وعلى هذا القياس] .

مثـــاله :

أردنا أن نجمع حواصل ضروب كل واحد من الأعداد المتوالية من الواحد إلى الستة ، نقصنا من الستة واحداً ، وأخذنا ثلثى الباقى فكانت ثلاثة وثلث ، ضربناه فى مجموع تلك الأعداد ، وهو أحد وعشرون حصل سبعون وهو المطلوب .

القاعدة الحادية عشرة :

إذا أردنا جمع حواصل ضروب كل عدد من الأعداد المتوالية من الواحد فيما يليه ، ثم الحاصل فيما يليه ، بحذف العدد الأخير ، ونجمع الباقية ونضرب المجموع فيما نقص عنه بواحد يحصل المطلوب[١٧٣] .

---

(١) غير موجودة فى ل .

مثـاله :

أردنا مجموع حواصل الضروب لكل عدد من الواحد إلى الستة فيما يليه ، ثم الحاصل فيما يليه ، جمعنا من الواحد إلى الخمسة كان خمسة عشر ضربناه فى أربعة عشر حصل مائتان وعشرة وهو المطلوب .

القاعدة الثانية عشرة :

إذا أردنا جمع مربعات الأعداد المتوالية من الواحد إلى كم شئنا ، نزيد واحداً على ضعف العدد الأخير ، ونضرب ثلث المجموع فى مجموع تلك الأعداد[١٧٤] .

مثـاله :

أردنا[1] أن نجمع مربعات الأعـداد المتوالية من الواحد إلى ستة ، زدنا على ضعفها واحداً بلغ ثلاثة عشر ، وكان ثلثه أربعة وثلثاً ، ضربناه فى مجموع تلك الأعداد وهو احد وعشرون حصل أحد وتسعون ، وهو المطلوب .

حاشية[2] : [إذا أردنا جمع مربعات الأفراد المتوالية إلى أى فرد شئنا ، نضرب الفرد الأخير فى الفرد الذى يليه بعده ، ونضرب الحاصل فى ثلث عدد الأفراد ، فهو المطلوب .

مثـاله :

أردنا أن نجمع مربعات الأفراد من الواحد إلى التسعة ، ضربنا التسعة فى أحد عشر ، حصل تسعة وتسعين ، ضربنا فى ثلث الخمسة التى هى عدد الأفراد منه الواحد إلى التسعة حصل ١٦٠ وهو المطلوب .

[وإذا أردنا جمع مربعات الأزواج المتوالية من الاثنين إلى أى زوج شئنا ، نضرب الزوج الأخير فى الزوج الذى يليـه بعده ونضرب الحاصل فى ثلث عدد الأزواج بزيادة سدس واحد يحصل المطلوب] .

القاعدة الثـالثة عشرة :

إذا أردنا أن نجمع مكعبات الأعداد المتوالية من الواحد إلى كم شئنا ، نضرب مجموع تلك الأعداد فى نفسه يحصل المطلوب[١٧٥] .

مثاله :

أردنا مجموع مكعبات الأعداد المتوالية من الواحد إلى ستة ، جمعنا تلك الاعداد فكان احدى وعشرين ، ضربناه فى نفسه حصل أربعمائة واحد[3] واربعين ، وهو المطلوب .

القاعدة الرابعة عشرة :

إذا أردنا جميع أموال الأموال للأعداد المتوالية من الواحد تنقص من مجموع تلك الأعـداد واحداً ،

---

(١) غير موجودة فى ت .

(٢) الحاشية التى بين قوسين غير موجودة فى ل .

(٣) فى ل أربعمائة واحد ورأبعون

ونأخذ خمس الباقى دائما ، ونزيده على مجموع تلك الأعداد ، فما بلغ نضربه فى مجموع مربعات تلك الأعداد يحصل المطلوب [١٧٦] .

مثاله :

أردنا أن نجمع أموال الأموال للاعداد المتوالية من الواحد إلى ستة ، أخذنا مجموع تلك الأعداد ، فكان إحدى وعشرين نقصنا منه واحداً بقى عشرون ، أخذنا خمسة فكان أربعة ، زدناها على احد وعشرين بلغت خمسة وعشرين ، ضربناها فى أحد وتسعين الذى كان مجموع مربعات تلك الأعداد ، حصل الفان(١) ومائتان وخمسة وسبعون .

القاعدة الخامسة عشر :

إذا أردنا جمع المضلعات المتوالية لأى عدد كان مع الضلع الأول وهذا مما استنبطناها ، نضرب الضلع الأول فى المضلع الأخير ، وننقص من الحاصل الضلع الأول ونقسم الباقى على عدد ناقص من الضلع الأول بواحد ، فما خرج فهو المطلوب .

نوع آخر : ننقص من المضلع الأخير واحداً دائماً ، ونضرب الباقى فى الضلع الأول ، ونقسم الحاصل على عدد ناقص من الضلع الأول بواحد فما خرج فهو المراد .

نوع آخر : ننقص من المضلع الأخير الضلع الأول ، ونقسم ما بقى على عدد ناقص من الضلع الأول بواحد فما خرج نزيد عليه المضلع الأخير ليحصل المطلوب [١٧٧] .

مثال النوع الأول : أردنا جمع المضلعات المتوالية للأربعة إلى مال الكعب ، ضربنا الضلع الأول ، وهو أربعة فى المضلع الأخير أى مال كعبها وهو ١٠٢٤ حصل ٤٠٩٦ نقصنا منه الضلع الأول وهو أربعة بقى ٤٠٩٢ قسمناه على ثلاثة ، وهو ناقص من الضلع الأول بواحد خرج من القسمة ١٣٦٤ وهو المطلوب

مثال النوع الثانى : نقصنا من الضلع الأخير وهو ١٠٢٤ واحداً بقى ١٠٢٣ ضربناه فى الضلع الأول وهو أربعة حصل ٤٠٩٢ قسمناه على ثلاثة خرج ١٣٦٤ وهو المراد .

مثال النوع الثالث : نقصنا الضلع الأول وهو أربعة من المضلع الأخير وهو ١٠٢٤ بقى ألف وعشرون ، قسمناه على ثلاثة وهى ناقص من الضلع الأول بواحد ، خرج من القسمة ثلاثمائة وأربعون ، زدناه على المضلع الأخير وهو ألف وأربعة وعشرون بلغ ١٣٦٤ وهو المطلوب .

وإن كان الضلع الأول كسرا ننقص كسر المضلع الأخير عن مخرجه ، ونضرب الباقى فى كسر الضلع الأول فما حصل نقسمه على فضل مخرج الضلع الاول على كسره ، فما خرج من القسمة نقسمه على مخرج المضلع الأخير إن كان أكثر منه وإلا ننسبه [إليه](٢) [١٧٨] .

مثاله :

أردنا أن نجمع مضلعات ثلاثة أرباع إلى مال المال ، وكان مال ماله ٢٥٦ نقصنا كسره عن مخرجه بقى ١٧٥

---

(١) ومائتان غير موجودة فى ل (٢) ناقصة

ضربناه فى كسر الضلع الأول الذى هو ثلاثة حصل ٥٢٥ قسمناه على مخرج المضلع الأخير فخرج من القسمة ٢ ١٣/٢٥٦ وهو المطلوب

مثال آخر :

أردنا أن نجمع مضلعات متواليات لثلاثة أسباع إلى الكعب ، وكان كعبها ٠ ٢٧/٣٤٣ ، أخذنا فضل مخرجه على كسره فكان ٣١٦ ، ضربناه فى الثلاثة التى هى كسر الضلع الأول حصل ٩٤٨ ، قسمناه على فضل مخرج الضلع الأول على كسره ، وهو أربعة خرج من القسمة ٢٣٧ نسبناه إلى مخرج المضلع الأخير الذى هو ٣٤٣ فصار هكذا ٠ ٢٣٧/٣٤٣ وهو المطلوب

والضابطة الشاملة للصحاح والكسور ، أن ناخذ التفاضل بين الواحد وكل واحد من الضلع الأول والمضلع الأخير ، ونضرب الضلع الأول فى التفاضل الثانى ، ونقسم الحاصل على التفاضل الأول ، فما خرج فهو المطلوب أو نقسم التفاضل الثانى على التفاضل الأول ، ونضرب الخارج من القسمة فى الضلع الأول يحصل المطلوب .

مثاله :

أردنا جمع مضلعات متواليات لثلاثة أسباع إلى الكعب ، وكان التفاضل الأول أربعة أسباع ، والثانى ٠ ٣١٦/٣٤٣ ضربنا الضلع الأول وهو ثلاثة أسباع فى التفاضل الثانى حصل ٠ ٩٤٨/٢٤٠١

قسمناه على التفاضل الأول وهو أربعة أسباع خرج من القسمة ٠ ٢٣٧/٣٤٣

وأما بالوجه الثانى قسمنا الثانى على الأول خرج من القسمة ١ ٣٠/٤٩

ضربناه فى الضلع الأول الذى هو ثلاثة أسباع حصل ٠ ٢٣٧/٣٤٣ وهو المطلوب

القاعدة السادسة عشر :

إذا أردنا أن نحصل مضلع عدد يكون عدد منزلته كسراً من غير ان نحصل جميع مضلعاته المتوالية التى كانت بينهما ، وهذه ايضاً مما استنبطناه . نعرف عدد منزلة ذلك المضلع ، فان كان قابلا للتنصيف إلى الواحد نعرف عدد مرات تنصيفه إلى الواحد ، فنربع الضلع الأول بعدته ، يكون المربع الأخير وهو المطلوب .

مثاله :

أردنا مال كعب كعب الخمسة ، وكان عدد منزلته ثمانية وهى تبلغ بثلاثة تنصيفات إلى الواحد ، ربعنا الخمسة ثلاث مرات حصل المربع الأول ٢٥ والثانى ٦٢٥ والثالث ٣٩٠٦٢٥ وهذا مال كعب الكعب للخمسة وإن لم يكن عدد منزلة المضلع المطلوب قابلا للتنصيف إلى الواحد نأخذ منه أكثر عدد قابل للتنصيف إلى الواحد ثم الباقى هكذا إلى ان لا يبقى شيء ، أو بقى واحد ليحصل لنا إعداد مجموعها بقدر عدد منزلة ذلك المضلع ، ويكون كل واحد منها قابلا للتنصيف إلى الواحد ، أو كان أحدها واحداً والباقية قابلة للتنصيف إلى الواحد ، نضعها فى جدول كما سبق فى القاعدة التاسعة .

ونعرف عدد مرات تنصيف كل واحد منها إلى الواحد ، ونضعه فى جنبه ، ونضع بازاء الواحد صفراً ونسميها باعداد المرات ، ثم نربع الضلع الأول مرة بعد أخرى بعدة العدد الأكثر منها ، ونضع المربع الأخير بازائه ، وكذا نضع بازاء كل واحد من تلك الأعداد المربع الذى حصل من تربيع الضلع الأول مرات بعدته ونضع بازاء الصفر الضلع الأول ، ثم نضرب هذه المضلعات الموضوعة فى الجدول ، بعضها فى بعض فيكون الحاصل الأخير هو المطلوب[١٧٩] .

مثاله :

أردنا أن نحصل مال كعب كعب الكعب للثلاثة ، وعدد منزلته أربعة عشر ، قسمناه إلى ثمانية وأربعة واثنان وضعناها فى الجدول وتممنا العمل هكذا :

أقسام أربعة عشر	ثمانية	تنصيفها إلى	يقبل التنصيف ثلاث مرات	تربيع الضلع الأول ثلاث مرات	٦٥٦١
	أربعة	الواحد عدد	مرتان	تربيع الضلع الأول مرتان	٨١
	اثنان	مرات	مرة واحدة	تربيع الضلع الأول مرة واحدة	٩

ثم ضربنا ٦٥٦١ فى ٨١ حصل ٥٣١٤٤١ ضربناه فى التسعة حصل ٤٧٨٢٩٦٩ ، وهو مال كعب كعب كعب كعب للثلاثة ، وقد ذكرنا مضمون هذه القاعدة فى القاعدة التاسعة ، على أن الضلع الأول اثنان خصوصا واوردناها هاهنا للعموم والتمييز عند الحوالة إليها .

القاعدة السابعة عشر :

كل أربعة أعداد إن كانت متناسبة ، أعنى يكون نسبة الأول منها إلى الثانى ، كنسبة الثالث إلى الرابع يكون حاصل ضرب الأول فى الرابع مساويا لحاصل ضرب الثانى فى الثالث[١٨٠] ، وقد عبر عن المنسوب والمنسوب إليه بالمقدم والتالى(١) .

---

(١) فى ت حاشيه فى الهامش هى النسبة كميه يحصل لمقدار أو عدد بالقياس إلى مثله : مثال النسبه العددية النصفيه والثلثية والضعفية وما شابهها : مثلا إذا قسمنا الواحد إلى أثنين عرض له كونه نصفا لهما ، وإذا قسمنا الاثنين إلى الواحد عرض لهما كونهما ضعفا له .

القاعدة الثامنة عشرة :

نسبة أعظم المقدارين إلى ثالث أعظم من نسبة أصغرهما إليه ، ونسبة الثالث إلى أصغرهما أعظم من نسبته إلى أعظمهما .

القاعدة التاسعة عشرة :

إذا كانت مقادير نسبة الأول إلى الثانى كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الخامس إلى الثانى كنسبة الثالث إلى السادس ، فيكون نسبة الأول إلى السادس كنسبة الخامس إلى الرابع .

القاعدة العشرون :

إذا كانت مقادير نسبة الأول إلى الثانى كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الأول إلى الخامس كنسبة السادس إلى الرابع ، فيكون نسبة الثانى إلى السادس كنسبة الخامس إلى الثالث .

القاعدة الحادية والعشرون :

إذا كانت مقادير نسبة الأول إلى الثانى كنسية الثالث إلى الرابع ، ونسبة الخامس إلى الثانى كنسبة السادس إلى الرابع يكون نسبة مجموع الأول والخامس إلى الثانى كنسبة مجموع الثالث والسادس إلى الرابع .

القاعدة الثانية والعشرون :

إذا كانت مقادير نسبة الأول منها إلى الثانى كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الأول إلى الخامس كنسبة الثالث إلى السادس ، فيكون نسبة الأول إلى مجموع الثانى والخامس كنسبة الثالث إلى مجموع الرابع والسادس .

القاعدة الثالثة والعشرون :

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، فكما يكون نسبة الأول إلى الثانى كنسبة الثالث إلى الرابع ، فتكون بالعكس أيضا متناسبة ، أعنى أن يكون نسبة الثانى إلى الأول كنسبة الرابع إلى الثالث ، أو نقول نسبة الرابع إلى الثالث كنسبة الثانى إلى الأول ، ويقال لها عكس النسبة .

القاعدة الرابعة والعشرون : (١)

إذا كانت اربعة أعداد متناسبه ، فيكون نسبة المقدم إلى المقدم ، كنسبة التالى إلى التالى ، النظير للنظير ، ويقال لهذه أبدال النسبة .

القاعدة الخامسة والعشرون :

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، فيكون نسبة الأول إلى مجموع الأول والثانى كنسبة الثالث إلى مجموع الثالث والرابع ويقال لها تركيب النسبة .

---

(١) توجد حاشية فى ت فى الهامش ترجع بعض تفسيرات النسبة والتناسب إلى كتاب الأصول لإقليدس

القاعدة السادسة والعشرون :

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، وكان المقدم أعظم من التالى ، فيكون نسبة الأول إلى فضله على الثانى ، كنسبة الثالث إلى فضله على الرابع ، ويقال لها قلب النسبة .

القاعدة السابعة والعشرون :

إذا كان صنفان من المقادير متساوى العدة ، كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر ، وانتظمت النسبة ، أعنى يكون على الترتيب مثلا نسبة الأول إلى الثانى من الصنف الأول كنسبة الأول إلى[1] الثانى من الصنف الآخر ، وكذا يكون نسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الأول «٢٠٨» كنسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الآخر ، وقس عليه ، فيكون نسبة الأول ، إلى الأخير من الصنف الأول كنسبة الأول إلى الأخير من الصنف الآخر ،[١٨١] ويقال لها المساواة المنتظمة .

القاعدة الثامنة والعشرون :

إذا كان صنفان من المقادير متساوى العدة ، كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر ، لا على الترتيب مثلا ، تكون نسبة الأول إلى الثانى من الصنف الأول كنسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الآخر ، ونسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الأول كنسبة الأول إلى الثانى من الصنف الآخر ، فتكون نسبة الأول إلى الأخير من الصنف الأول كنسبة الأول إلى الأخير من الصنف الآخر ، [١٨٢] ويقال لها المساواة المضطربة .

القاعدة التاسعة والعشرون :

إذا توالت أربعة أعداد على نسبة ١٦٨٤٢ ، أى يكون نسبة الأول ٢ إلى الثانى ٤ كنسبة الثانى ٤ إلى الثالث ٨ ، والثالث ٨ إلى الرابع ١٦ ، فيكون حاصل ضرب مربع الأول ٤ فى نفس الرابع ١٦ ، يساوى مكعب الثانى ٦٤ وحاصل ضرب مربع الرابع ٢٥٦ فى نفس الأول ٢ يساوى ٥١٢ مكعب الثالث[١٨٣]

القاعدة الثلاثون :

إذا توالت أعداد متناسبة مبتدئة من الواحد فثالث الواحد مربع ، وكذلك خامسه وسابعه وما بعده ، يترك واحد ويؤخذ واحد ورابع الواحد مكعب ، وكذلك سابعه وعاشره ، وما بعده يترك اثنان ويؤخذ واحد وخامس الواحد مال مال ، وكذلك تاسعه وما بعده يترك خمسة ويؤخذ واحد وسابع الواحد مال كعب ، وكذلك ما بعده يترك خمسة ويؤخذ واحد ، ويكون ضلع أول تلك المضلعات الأعداد المتناسبة على التوالى[١٨٤] .

القاعدة الحادية والثلاثون :

إذا توالت أربعة اعداد على نسبة ، وإذا ضرب الأول ٢ فى الثالث ٨ وكذا الثانى فى الرابع ١٦ ، مم

---

(١) فى ل من

ضرب الحاصل الأول[1] وهو ٤ مساو لمربع العدد الثانى ٤ فى الحاصل الثانى ٦٤ ، وهو مساو لمربع العدد الثالث ٨ ، يكون جذر الحاصل ١٠٢٤ هذا مساويا لحاصل ضرب العددِ الأول ٢ فى الرابع ١٦ وهو مساو لحاصل ضرب العدد الثانى ٤ فى الثالث ٨ أيضا[١٨٥]

القاعدة الثانية والثلاثون :

إذا نقص من عددين ، أو زيد عليهما عددان على نسبتهما كان الباقيان ، أو المجموعان على تلك النسبة أيضاً .

القاعدة الثالثة والثلاثون :

كل عدد يضرب فى عددين ، فيكون النسبة بين الحاصلين كالنسبة بينهما .

حاشية : [كضرب[2] الثلاثة فى الأربعة ، فإن نسبة أحدالمضروبين كالأربعة إلى مربعه وهو ١٦ كنسبة المضروب الآخر وهو الثلاثة إلى حاصل الضرب وهو [١٢] .

القاعدة الرابعة والثلاثون :

كل عدد يضرب فى عدد آخر يكون نسبة احد المضروبين إلى مربعه كنسبة المضروب الآخر إلى حاصل الضرب ، فيكون بعد العكس والابدال نسبة حاصل الضرب إلى مربع أحدهما كنسبة المضروب الآخر إليه ، اى إلى جذر ذلك المربع فتكون نسبة المربع إلى عدة أجذاره كنسبة الجذر إلى تلك العدة[١٨٦] ، مثلا نسبة ستة عشر إلى ثلاثة أجذاره وهو اثنا عشر كنسبة الجذر وهو أربعة إلى عدة الأجذار ، وهو ثلاثة ، فإذا ضرب الأربعة فى الثلاثة حصل اثنا عشر ويكون نسبته إلى مربع الأربعة ، وهو ستة عشر كنسبة الثلاثة إلى الأربعة .

القاعدة الخامسة والثلاثون :

كل عدد ٨ ضرب تارة فى عدد ٤ وتارة قسم عليه وضرب الحاصل فى الخارج من القسمة ، فما حصل فهو مساوٍ لمربع ذلك العدد .

حاشية [3] : [قاعدة فى خواص الضرب والقسمة : كل عدد يقسم كل واحد منهما على الآخر ، فإن ضرب ما خرج من القسمة أحدهما فى الآخر يكون واحداً أبداً] .

القاعدة السادسة والثلاثون :

كل عددين قسم كل واحد منهما على الآخر ، وضرب مجموع الخارجين من القسمتين فى حاصل ضرب «٢١١» أحد العددين فى الآخر ، فما حصل فهو مساو لمجموع مربعى العددين[4] .

---

(١) الأرقام غير موجودة فى ل

(٢) هذه الحاشية غير موجودة فى ل

(٣) هذه الحاشيه غير موجودة فى ل

(٤) فى ل العدد وهوخطأ

القاعدة السابعة والثلاثون :

إذا قسم أحد العددين على الآخر وكذا الآخر على الأول ، فنسبة احد الخارجين إلى الآخر كنسبته إلى الواحد مثناة ، وإذا قسم الواحد على أحد الخارجين ، يخرج الآخر ، وإذا ضرب مجموع أحد الخارجين والواحد فى المقسوم عليه يحصل مجموع العددين[١٨٧] .

القاعدة الثامنة والثلاثون :

كل عدد قسم على عدد فيكون نسبة الخارج من القسمة إلى مربعه كنسبة المقسوم عليه إلى المقسوم .

فاذا أردنا أن نحصل مجذوراً يكون نسبته إلى جذره كنسبة عدد إلى عدد آخر ، نقسم الأول على الثانى فما يخرج[١] من القسمة يكون مجذوره العدد المطلوب .

القاعدة التاسعة والثلاثون :

نسبة سعر إلى سعر عند تساوى المسعرين كنسبة مثمن بالسعر الثانى إلى مثمن بالسعر الأول حين تساوى الثمن على التبادل[١٨٨] .

مثـــاله :

إذا كان مثقال من اللؤلؤ بعشرة دراهم ، ومثقال من الذهب بخمسة دراهم ، فيكون عشرون مثقالا من الذهب بمائة دينار ، وعشرة مثاقيل من اللؤلؤ بمائة دينار أيضاً ، وكذا يكون النسبة بين الوزنين والمكيلين والذراعين المصطلحين فى بلدين ، أو فيما بين طائفتين ، وبين ما يوزن ويكال ويمسح بهما .

حاشية[٢] : [الثمن هو من جنس الدينار أو الدرهم أو الفلس وأمثالها التى يعطى فى عوض شىء أخذ ، والمثمن ذلك الجنس المعوض والسعر هو ثمن مقدار معين مصطلح بين كل طائفة ، والمسعر هو المقدار المصطلح المشهور بين القوم ، كالوقر والمن والرطل والمد والتوب والذراع والجريب والعدد ، وربما كان المسعر أكثر من واحد كما يقال عشرة مثاقيل بسبعة دنانير ، ومائة حبة بدرهمين ، ومائة من الحنطة والشعر بخمسة دنانير] .

مثلا لما كان ذراع اليد[٣] ثلاثة أرباع الذراع الهاشمى ، فيكون عدد ذرعان ثوب ممسوح بذراع الهاشمى ثلاثة أرباع عدد ذرعان ذلك الثوب ، إذا مسح بذراع اليد على التبادل .

وأما نسبة مربع ذراع اليد إلى مربع ذراع الهاشمى كنسبة تسعة إلى ستة عشر ، فيكون نسبة مساحة سطح ممسوح بذراع الهاشمى إلى مساحة ذلك السطح بذراع اليد أيضاً ، كنسبة تسعة إلى ستة عشر ، وأما نسبة

---

(١) فى ل فما خرج

(٢) الحاشيه غير موجودة فى ل

(٣) فى ل البلد وهذا خطأ

مكعب ذراع اليد إلى مكعب ذراع الهاشمى ، كنسبة ٢٧ إلى ٦٤ ، فيكون نسبة مساحة الجسم[1] ممسوح بذراع الهاشمى إلى مساحته بذراع اليد أيضاً كنسبة ٢٧ إلى ٦٤ ، وأيضاً يكون نسبة أجرة أجير إلى أجرة أجير إذا تساوت أيام عملهما كنسبة أيام عمل الثانى إلى أيام عمل الأول على تقدير تساوى الأجرتين .

وكذا الحكم إذا كانت عدة من جنس معادلة لعدة من جنس آخر يكون نسبة مقدار جنس واحد من الأعلى إلى مقدار جنس واحد من الأدنى كنسبة عدد الجنس الأدنى إلى عدد الجنس الأعلى [١٨٩] .

مثلا : إذا كانت عشرة أشياء معادلة لثلاثة أموال ، يكون نسبة مال واحد إلى شىء واحد كنسبة عشرة إلى ثلاثة على التبادل ، لأن المتعادلين مقدار واحد قدر بمقياسين هما شىء واحد ومال واحد .

« القاعدة الأربعون »

مربع كل عدد تساوى مجموع مربع قسميه ، وحاصل ضرب أحدهما فى ضعف الآخر ، فيكون التفاضل بين كل مربعين بقدر حاصل ضرب مجموع جذريهما فى تفاضلهما [١٩٠] .

« القاعدة الحادية والأربعون » .

كل عدد نصف وقسم بمختلفين فمجموع حاصل ضرب أحد القسمين فى ضعف الآخر ، ومربع الفضل بين النصف والقسم يساوى مربع النصف ، وأيضا مجموع مربعى القسمين يساوى ضعف مربعى النصف ، والفضل بين النصف والقسم [١٩١] .

« القاعدة الثانية والأربعون »

كل عدد ضرب فى احد قسميه ، وزيد على الحاصل مربع نصف القسم الآخر ، يكون المجموع مساويا لمربع مجموع ذلك القسم ونصف القسم الآخر [١٩٢] .

« القاعدة الثالثة والأربعون »

نسبة المربع إلى المربع كنسبة الجذر إلى الجذر مثناة ، أعنى إذا كانت نسبة الجذر إلى الجذر نسبة النصف يكون نسبة المربع إلى المربع نسبة نصف النصف أى الربع ، كل لنظيره ، وكذا يكون نسبة الدائرة إلى الدائرة كنسبة القطر إلى القطر مثناة ، وكذا يكون النسبة بين كل سطحين متشابهين وبين أضلاعهما وأقطارهما النظائر [١٩٣]

[حاشية : ضلعا كل مسدس ومعشر يقعان فى دائرة ، إذا اتصلا كان الكل مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين] .

« القاعدة الرابعة والأربعون »

نسبة المكعب إلى المكعب كنسبة الضلع إلى الضلع مثلثة ، وكذا يكون نسبة الكرة إلى الكرة ، كنسبة

---

(١) فى ل مساحة جسم ممسوح

القطر إلى القطر مثلثة ، وكذا الحكم بين كل جسمين متشابهين و بين اضلاعهما و بين أقطارهما النظير للنظير ، وكذا يتزايد تكرار نسبة المضلع الأول إلى الضلع الأول بتزايد عدد منزلة المضلعات ، ويكون عدد التكرار مساوياً لعدد منزلة المضلع ، كما تكون نسبة مال الكعب إلى مال الكعب كنسبة الضلع الأول إلى الضلع الأول مخمسة [١٩٤] .

« القاعدة الخامسة والأربعون »

إذا اردنا ان نقسم عدداً على نسبة ذات وسط وطرفين ، أى يكون نسبته إلى اعظم قسميه . كنسبة أعظم قسميه إلى الأصغر ، ولابد أن يكون نسبة القسم الأصغر إلى الأعظم ، كنسبة الأعظم إلى مجموعهما .

[حاشية(1) : قال صاحب البلاغ استخراجه بأقرب تقريب أن نضرب العدد الذى نريد أن نقسمه على نسبة ذات وسط وطرفين فى أحد وعشرين ، ونقسم الحاصل على أربعة وثلثين فما يخرج من القسمة فهو القسم الأعظم ، وثمانية من العدد المفروض والقسم الأصغر] .

فطريقه ان نضرب ذلك العدد فى نفسه ، ونزيد على الحاصل ربع الحاصل ، ونأخذ جذر ما بلغ ، وننقص منه نصف ذلك العدد ، فما بقى فهو قسمه الأعظم ، وإن كان القسم الأعظم معلوما والأصغر ومجموعهما مجهولين ، نعمل عليه ذلك العمل بعينه ، يحصل القسم الأصغر ويكون مجموعهما العدد المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وإن كان أصغر القسمين معلوما فقط نعمل عليه ذلك العمل بعينه ، فما بقى آخر العمل نزيد عليه الأصغر المعلوم ، فمابلغ فهو القسم الأعظم [١٩٥] .

نوع آخر :

كل عدد نضربه فى لر د نه ك كط لط سادسة ، وننقص الحاصل من ذلك العدد ، فحاصل الضرب والباقى هما قسما ذلك العدد ، لكن العدد على نسبة ذات وسط وطرفين ، وإذا كان القسم الأعظم معلوما نقسمه على لر د نه ك كط لط سادسة يخرج من القسمة ، القسم الأصغر ، وإذا كان الأصغر معلوما نقسمه على فضل الواحد على تلك الرقوم وهى كب نه د لط ل كا سادسة فما خرج من القسمة فهو القسم الأعظم [١٩٦].

واعلم أنه كلما كان احد هذه المقادير الثلاثة منطقا ، فليس الباقيان بمنطقين وقد استخرجنا هذه القاعدةِ من الأصول [١٩٧] .

القاعدة السادسة والأربعون :

إذا كان مثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعى ضلعيه المحيطين بها مساويا لمربع الضلع المتوتر بها [١٩٨] .

القاعدة السابعة والأربعون :

كل مثلث إذا خرج من إحدى زواياه خطوط إلى الضلع المتوتر بها ، ليصير مثلثات تكون نسبة بعضها إلى البعض كنسبة قواعدها من الضلع الذى وصل إليه تلك الخطوط النظير للنظير [١٩٩] .

---

(١) الحاشية ليست موجودة في ل

القاعدة الثامنة والاربعون :

كل وترين متقاطعين فى دائرة ، فيقسم كل واحد منهما بالآخر يكون حاصل ضرب أحد قسمى وتر منهما فى القسم الآخر مساويا لحاصل ضرب أحد قسمى الوتر الآخر فى القسم الآخر منه [٢٠٠] ، فإذا تقاطع وتر مع القطر على زوايا قائمة تكون حاصل ضرب أحد قسمى القطر فى الآخر مساويا لمربع نصف الوتر .

القاعدة التاسعة والأربعون :

إذا اردنا أن نستخرج العدد التام ، وهو الذى يكون اجزاؤه مثله ، أعنى يكون مجموع كل عدد يعده يساويه ، كالستة ، فإن الواحد والاثنين والثلاثة يعدها ، ومجموعها ستة .

وطريقه ان نجمع أعداد متوالية منالواحد على نسبة الضعف ،وكان عدد المجموع عددا أولا ، أى لايعده غير الواحد ، ثم نضرب المجموع فى آخر تلك الأعداد يحصل عدد تام [٢٠١] .

مثاله :

جمعنا الواحد والاثنين والأربعة . كان المجموع سبعة ، ولا يعدها غير الواحد ، ضربناها فى الأربعة التى هى آخر تلك الأعداد حصلت ثمانية وعشرون ، وهو العدد التام ، لأن مجموع مايعده يساويه ، اعنى مجموع الواحد والاثنين والأربعة والسبعة والأربعة عشر .

القاعدة الخمسون :

إذا أردنا ان نستخرج العددين المتحابين وهما عددان يكون مجموع أجزاء كل واحد منهمامساويا للاخر ، نطلب عدداً من تضاعيف الاثنين إذا ضربناه تارة فى واحد ونصف ، وتارة فى ثلاثة ، وننقص من كل واحد من الحاصلين واحدا ، فلا يعد لكل واحد من الباقيين غير الواحد ، فإذا وجد يسمى الباقى الأول الفرد الأول ، والثانى الفرد الثانى .

ولا بد يكون الفرد الثانى زايدا على ضعف الفرد الأول بواحد ، ثم نضربالفرد الأول فى الفرد الثانى ، ونسمى الحاصل بالفرد الثالث ، ثم نضرب العدد الموجود من تضاعيف الاثنين تارة فى الفرد الثالث وتارة فى مجموع الفردين الأول والثانى ، فيكون الحاصل الأول أحد العددين المتحابين وإذا نريد الحاصل الثانى عليه فما بلغ فهو العدد الأخير من المتحابين[٢٠٢] .

مثاله :

اخذنا من تضاعيف الاثنين الأربعة وضربناها فى واحد ونصف حصلت ستة ، نقصنا منها واحداً بقيت خمسة ، ولا يعدها غير الواحد ، فهى الفرد الأول ثم ضربنا الأربعة ايضاً فى ثلاثة حصل اثنا عشر ، نقصنا منه واحدا بقى أحد عشر ، وهو الفرد الثانى او زدنا على ضعف الفرد الأول واحداً بلغ ايضاً الفرد الثانى ، ضربنا أحد الفردين فى الآخر حصلت خمسة وخمسون وهو الفرد الثالث ، ثم ضربنا الأربعة فى الفرد الثالث حصل مائتان وعشرون ، وهو احد المتحابين .

وايضا ضربنا الأربعة فى مجموع الفردين الأول والثانى حصلت أربعة وستون ، زدناه على ذلك بلغ مائتان وأربعة وثمانون ، وهو العدد الثانى من المتحابين ، وقد اوردنا هذا المثال مع مثال آخر فى جدول ليسهل فهمه ويكون دستوراً لمن أراد هذا (١) ذلك وهو .

أخذنا عدداً من تضاعيف الاثنين بالصفة المذكورة فكان	ضربناه فى واحد ونصف ونقصنا منه الحاصل واحداً بقى الفرد الأول	زدنا على ضعف الفرد الأول واحداً بلغ الفرد الثانى	ضربنا أحد الفردين فى الآخر حصل الفرد الثالث	حاصل ضرب مجموع الفردين الأولين فى العدد الزوج المذكور من تضاعيف الاثنين	ضربنا الفرد الثالث فى العدد المذكور حصل أقل المتحابين	زدنا عليه الحاصل المتقدم بلغ أكثر المتحابين
٤	٥	١١	٥٥	٦٤	٢٢٠	٢٨٤
٨	١١	٢٣	٢٥٣	٢٧٢	٢٠٢٤	٢٢٩٦

وأما استخراج أجزاء كل واحد من المتحابين للامتحان ، أما اجزاء العدد الأقل منها فهى الواحد وتضاعيفه إلى العدد الزوج الذى نعمل عليه ، وكذا كل واحد من الفرد الأول والثانى ، وتضاعيف كل واحد منهما بعدة تضاعيف الواحد إلى الزوج المذكور ، وكذا الفرد الثالث وتضاعيفه بعدة تضاعيف الواحد إلى نصف الزوج المذكور ، فيكون المجموع جميع أجزاء العدد الأقل من المتحابين يساوى العدد الأكثر منهما .

وأما اجزاء العدد الأكثر فهى (٢) الواحد وتضاعيفه إلى الزوج المذكور ، ومجموع الأفراد (٣) الثلاثة وتضاعيفه بعدة تضاعيف الواحد إلى نصف الزوج المذكور [حسب الجدول فى الصفحة التالية] .

الباب الرابع فى الأمثلة

أعلم أن فى استخراج المجهولات العددية من معلوماتها طرقاً مختلفة ، وهى إما محتاجة إلى فرض المجهول شيئا مبهما ، كعلم الجبر والمقابلة ، وإما لا يحتاج إليه سمى بعلم المفتوحات وهى كمقدمات الحساب التى سبقت او كما يحصل ببعض من تلك المقدمات ، واستعانة بعض القوانين من النسبة وهو شامل لمسألة الخطأين أيضاً أفرزها (٤) منه لخصوصيتها بفرض المجهول عدداً ، ثم عدداً آخر ، وربما كان السؤال مغلقاً من جهة العبارة لا يفهم فى عرض الحال كيفية المناسبة بين مجهولاته ومعلوماته نظن أن لا يحصل استخراجه بالمفتوحات أو لا يمكن التصرف فيه بالجبر والمقابلة ، أو لا ينتهى بعد التصرف فيه إلى المعادلة ، أو يكون مستحيلة ،

(١) فى ل لمن أراد ذلك العمل والجدول هذا .
(٢) فى ل على
(٣) فى ل الأجزاء
(٤) فى ل أفرزت منه .

مثال لجمع أجزاء العددين المتحابين المستخرجة عن الأربعة

أجزاء العدد الأقل أعنى ٢٢٠ مجموعها يساوى الأكثر				أجزاء العدد الأكثر أعنى ٢٨٤ مجموعها يساوى الأقل	
الواحد وتضاعيفه إلى الأربعة	الفرد الأول وتضاعيفه مرتين	الفرد الثانى وتضاعيفه مرتين	الفرد الثالث وضعفه	الواحد وتضاعيفه إلى الأربعة	مجموع الأفراد الثلاثة وضعفه
١	٥	١١	٥٥	١	٧١
٢	١٠	٢٢	١١٠	٢	١٤٢
٤	٢٠	٤٤		٤	
مجموع هذه الأعداد ٢٨٤			مجموع هذه ٢٢٠		

مثال لجمع أجزاء العددين المتحابين المستخرجين عن الثمانية

أجزاء العدد الأقل أعنى ٢٠٢٤ مجموعها يساوى الأكثر				مجموع أكثرها أعنى ٢٢٩ مجموعها يساوى الأقل	
الواحد وتضاعيفه إلى الثمانية	الفرد الأول وتضاعيفه ثلاث مرات	الفرد الثانى وتضاعيفه ثلاث مرات	الفرد الثالث وتضاعيفه مرتين	الواحد وتضاعيفه إلى الثمانية	مجموع الأفراد الثلاثة وتضاعيفه مرتين
١	١١	٢٣	٢٥٣	١	٢٨٧
٢	٢٢	٤٦	٥٠٦	٢	٥٧٤
٤	٤٤	٩٢	١٠١٢	٤	١٠٤٨
٨	٨٨	١٨٤		٨	
مجموع هذه الأعداد ٢٢٩٦				مجموعها ٢٠٢٤	

فينبغى للمستخرج أن يمعن النظر فيه ، ويخلص عبارته ، ويعرف المناسبة بين معلوماته ومجهولاته ، وخواص بعضها مع بعض ولوازمه حتى سهل عليه استخراج المجهول منه ، ويقال لهذا الأمر التحليل والتركيب ، وينبغى أن يكون ماهرا مستحضرا على مقدمات الحساب وسائر قوانينه ، ويكون صاحب ذهن ذكى وحدس قوى وطبع سليم .

وبعد إيراد هذه المباحث نشرع فى إيراد أمثلة استخراج بعض المجهولات من معلوماتها بالقوانين المذكورة ليكون منهاجا للمبتدئين فى طريق استعمال القوانين السابقة ، وهى أربعون مثالا ، أوردناها فى ثلاثة فصول ، وإنما اوتى بعض هذه الأسئولة فى البهائية ، لكنا نورد فى عمله ما لا يورد فيها مع فوائد كثيرة لا يخفى على من نظر فيه .

الفصل الأول : مشتمل على خمسة وعشرين مثالا .

المثال الأول :

نريد عدداً إذا ضوعف وزيد عليه واحد وضرب المجموع فى ثلاثة وزيد على الحاصل اثنان ثم ضرب ما بلغ فى أربعة ، وزيد على الحاصل ثلاثة ، بلغت خمسة وتسعين .

طريق استخراجه بالجبر والمقابلة أن نفرض ذلك العدد شيئا ، زدنا على ضعفه واحدا بلغ شيئين وواحد ضربناه فى الثلاثة حصلت ستة أشياء وثلاثة ، زدنا عليه اثنين بلغت ستة أشياء وخمسة ، ضربناها فى الأربعة حصلت من الأشياء أربعة وعشرون ومن العدد عشرون ، زدنا عليه الثلاثة بلغ أربعة وعشرين شيئا ، وثلاثة وعشرين عددا ، وهو يعادل خمسة وتسعين ، فأسقطنا المشترك من المتعادلين ، أعنى ثلاثة وعشرين عددا بقيت أربعة وعشرون شيئا معادلا لاثنين وسبعين عددا ، فانتهت المسألة إلى الأولى من المفردات ، فقسمنا العدد على عدد الأشياء خرجت ثلاثة وهى العدد المجهول[٢٠٣].

والأسهل ان نعمل فى استخراج هذه المسألة بالتحليل هكذا :

نقصنا من الخمسة والتسعين المعلوم ثلاثة ، بقى اثنان وتسعون ، قسمناه على الأربعة خرجت ثلاثة وعشرون نقصنا منه الاثنين بقى أحد وعشرون ، قسمناه على ثلاثة خرجت سبعة ، نقصنا واحدا بقيت ستة ، أخذنا نصفها كانت ثلاثة وهى المطلوب[٢٠٤].

وأما استخراجه بالخطأين :

فرضنا ذلك العدد اثنين خرج أحد وسبعون ، وهو ناقص من خمسة وتسعين بأربعة وعشرين ، وهو الخطأ الأول ، ثم فرضناه[1] خمسة خرجت مائة ثلاثة وأربعون ، وهو زايد من الخمسة والتسعين بثمانية وأربعين وهو الخطأ الثانى ، فضربنا المفروض الأول وهو اثنان فى الخطأ الثانى ، وهو ثمانية وأربعون حصلت ستة وتسعون ، وضربنا المفروض الثانى وهو خمسة فى الخطأ الأول وهو اربعةوعشرون حصلت مائة وعشرون .

ولما كان أحد الخطأين ناقصا ، والآخر زائدا قسمنا مجموع الحاصلين ، وهو مائتان وستة عشر على مجموع الخطأين وهو اثنان وسبعون خرجت ثلاثة وهى المطلوب .

المثال الثانى :

جماعة دخلوا بستانا ، وقد اجتنى أحدهم رمانا واحدا والثانى اثنين والثالث ثلاثة وهكذا ، يتزايد بواحد واحد ، ثم قسموا جميع ما معهم فيما بينهم بالسوية ، فأصاب كل واحد منهم ستة ، فكم يكون عدد الجماعة .

وأسهل استخراج هذه المسألة بالمفتوحات باستعانة القاعدة الثالثة ، وهو أن تنقص واحدا من ضعف الستة ، التى هى حصة كل واحد منهم ليبقى أحد عشر وهو عدد الجماعة .

---

(١) فى ل ضربناه .

واما بالجبر والمقابلة ، فبأن نفرض عدد الجماعة شيئا ، ونزيد عليه واحداً ، ليصير شيئا وواحدا ، نضربه فى نصف شىء يحصل نصف مال ونصف شىء ، وهو عدد جميع الرمان الذى اجتنوه بالنظم الطبيعى على ما سبق فى القاعدة الثالثة .

ثم نضرب الستة ، وهى نصيب كل منهم فى شىء وهو عدد الجماعة تحصل ستة أشياء ، وهو عدد جميع الرمان ، وهى معادلة لحاصل الأول ، وهو نصف مال ونصف شىء ، وبعد حذف نصف الشىء المشترك من المتعادلين يبقى خمسة أشياء ونصف معادلا لنصف مال ، وقد انتهت المسألة بالثانية من المفردات ، قسمنا الخمسة والنصف على النصف ، خرج أحد عشر ، وهو عدد الجماعة مثل ما سبق .

المثال الثالث :

بحر وعلى ساحله سائران تفارقا فى وقت واحد ، وسار أحدهما كل يوم عشرة اميال ، والآخر فى خلاف جهة الأول فى اليوم الأول ميلا ، وفى الثانى ميلين ، وفى الثالث ثلاثة وهكذا يتزايد واحد واحد بحيث لم يبعدا عن ساحله ، فإذا لاقيا قطع الأول سدسا من المحيط والآخر خمسة أسداسه ، نريد أن نعرف مقدار المحيط ، ومقدار أيام السير .

فرضنا أيام السير شيئا ، فيكون مقدار حركة السائر الأول عشرة أشياء ، ومقدار حركة السائر الثانى نصف مال ونصف شىء الذى هو مجموع الشىء[1] بالنظم الطبيعى ، كما سبق فى المثال المتقدم ، ولأنه قطع خمسة أسداس المحيط ، والسائر الأول سدسه ، ضربنا مقدار حركة السائر الأول فى خمسة حصل خمسون شيئا ، وهو معادل لنصف مال ونصف شىء .

وبعد اسقاط نصف الشىء المشترك من المعادلين ، يبقى نصف مال معادلا لتسعة وأربعين شيئا ونصف شىء ، قسمنا على عدد الأموال ، وهو النصف بأن ضعفناه صار تسعة وتسعين ، وهو الشىء المجهول اعنى أيام السير ، ضربناه فى مقدار حركة السائر الأول وهو عشرة أميال حصل تسعمائة وتسعون ميلا ، وهو سدس المحيط ، فيكون محيط البحر خمسة آلاف وتسعمائه وأربعين ميلا ، نقصنا منه ما قطع السائر الأول ، بقى أربعة آلاف وتسعمائه وخمسون ميلا ، وهو ما قطع السائر الثانى ، امتحانه كان أيام السير تسعة وتسعين ، زدنا عليه واحداً بلغ مائة ضربناها فى نصف تلك الأيام حصلت أربعة آلاف وتسعمائة وخمسون كما سبق .

وأما بالمفتوحات فضربنا مقدار سير السائر الأول فى يوم واحد وهو عشرة فى خمسة حصل خمسون ضعفناه صار مائة ، نقصنا منه واحدا بقيت تسعة وتسعون ، وهو عدد أيام سيرها .

المثال الرابع :

ثوب قيمته مجهول ، وهو عشرة أذرع ، فبيع بعض منه ، يكون عدد ذرعانه سبع قيمة الثوب بسبعة عشر دينارا ونصف دينار ، نريد أن نعرف قيمة الثوب ، ومقدار المبيع منه .

---

(١) فى ت حاشية : لأن نسبة حاصل الضرب إلى مربع ذرعان المبيع ، كنسبة قيمة الثوب إلى ذرعان المبيع ، وقيمة الثوب سبعة أمثال ذرعان المبيع ، فلهذا يأخذ سبعة .

فبالمفتوحات لما كان نسبة ذرعان الثوب إلى قيمته ، كنسبة ذرعان المبيع إلى ثمنه ، فعلى ما ذكرناه فى القاعدة السابعةعشرة ، ضربنا عدد ذرعان الثوب وهو عشرة فى ثمن المبيع وهو سبعة عشر ونصف حصلت مائه وخمسة وسبعون ، وبالقاعدة الرابعة والثلاثين اخذنا سبعه[1] فكان خمسة وعشرين أخذنا جذره فكان خمسة ، وهو ذرعان المبيع ، فيكون قيمة الثوب خمسة وثلاثين .

وبالجبر والمقابله فرضنا ذرعان المبيع شيئا فيكون قيمة الثوب سبعة أشياء ، وحاصل ضربهما يكون سبعة أموال ، وهو معادل لحاصل ضرب ذرعان الثوب فى ثمن المبيع ، وهو مائه وخمسة وسبعون عددا ، ولما انتهى العمل بالثالثه من المفردات ، قسمنا العدد على عدد الأموال خرجت من القسمة خمسة وعشرون ، اخذنا جذره فكان خمسة وهى ثمن المبيع وسبعة أمثالها تكون قيمة الثوب ، وهى خمسة وثلاثون .

وبوجه آخر فرضنا قيمة الثوب شيئا ، وقسمنا عليه حاصل ضرب ذرعان الثوب فى ثمن المبيع منه ، وهو مائة وخمسة وسبعون عددا ، خرجت من القسمة مائة وخمسة وسبعون جزء شىء ، وهو معادل لسبع شىء ، ولما كانت المناسبة بين جزء الشىء والشىء كالمناسبة بين العدد والمال ، فبدلنا جزء الشىء بالعدد والشىء بالمال فصارت مائة وخمسة وسبعون عددا معادلا لسبع مال ، فانتهى بالثالثة من المفردات .

قسمنا العدد على عدد المال بأن ضربناه فى مخرج السبع حصل ١٢٢٥ وهو الخارج من القسمة ، أخذنا جذره فكان خمسة وثلاثين وهو قيمة الثوب يكون سبعه بخمسة وهو ذرعان المبيع .

المثال الخامس :

اشترينا جنسا بعشرة ، وبعناه باثنى عشر ربحنا ثلاثة أجذار راس المال ، فكم يكون راس المال .

فبالمفتوحات ضربنا عدد الأجذار وهو ثلاثة فى سعر الشرى حصل ثلاثون قسمناه على فضل ما بين المسعرين وهو اثنان خرج من القسمة خمسة عشر ، وهو جذر رأس المال ، لأن نسبة المربع إلى عدة من أجذاره كنسبة الجذر إلى تلك العدة بالقاعدة الرابعة والثلاثين ، فيكون رأس المال مائتين وخمسة وعشرين .

طريق آخر : بالتحليل والتركيب خلاصة كلام هذا السؤال أنا أردنا عددا مربعا تكون ثلاثة أجذاره خمس ذلك العدد ، فإذا ضربنا الثلاثة فى مخرج الخمس نحصل خمسة عشر ، فعلم أن ذلك المربع خمسة عشر مثلا لجذره فيكون ضلعه أيضا خمسة عشر لأن المربع هو تكرار الجذر بعدته .

وبالجبر والمقابلة فرضنا رأس المال مالا لاحتياجنا لجذره فتكون ثلاثة أجذاره معادلا لخمس مال . انتهى بالثانية من المفردات ، قسمنا عدد الأجذار وهو ثلاثة على عدد المال وهو خمس خرجت خمسة عشر وهو الشىء المجهول ربعناه صار مائتين وخمسة وعشرين وهو رأس المال مثل ما مر .

[حاشيه[2] فى الهامش : نسبة المربع إلى عدة من أجذاره كنسبة الجذر إلى تلك العدة ، ونسبة المربع إلى عدة من أجذاره كنسبة رأس المال إلى ثلاثة أجذاره ، ومن نسبة العشرة إلى الاثنين كما مر فيكون نسبة

(١) فى ل أثناء السير وفى ت ناقصة .

(٢) الحاشية موجودة فى ت وليست موجودة فى ل

العشرة إلى الاثنين كنسبة جذر رأس المال إلى الثلاثة التى هى عدة الأجذار ، فإذا ضربنا الثلاثة فى العشرة وقسمنا الحاصل على الاثنين فما خرج فهو جذر رأس المال] .

المثـال السادس :

حلى مركب من الذهب واللؤلؤ وزنه ثلاثة مثاقيل ، وقيمته أربعة وعشرون دينارا ، وقيمة مثقال من الذهب خمسة دنانير ، ومن اللؤلؤ خمسة عشر دينارا نريد معرفة وزن كل منهما .

فبالجبر والمقابلة فرضنا وزن الذهب شيئا تكون ثمنه خمسة أشياء ، وبقى وزن اللؤلؤ ثلاثة مثاقيل إلا شيئا ، ضربناه فى قيمة مثقال منه أعنى خمسة عشر حصلت خمسة وأربعون دينار إلا خمسة عشر شيئا وهو ثمن اللؤلؤ .

جمعنا الثمنين بلغ خمسة وأربعين دينارا إلا عشرة أشياء ، وهو معادل لأربعة وعشرين دينارا قيمة الحلى ، وبعد جبر الاستثناء[1] والمقابله يكون أحد وعشرون دينارا معادلا لعشرة أشياء : انتهى بالأول من المفردات ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج من القسمة اثنان وعشر ، وهو الشىء المجهول أعنى وزن الذهب فبقى وزن اللؤلؤ تسعة أعشار مثقال ، وبالمفتوحات ضربنا وزن الحلى وهو ثلاثة فى السعر الأعلى وهو خمسة عشر حصل خمسة وأربعون ، أخذنا التفاضل بينه وبين قيمة الحلى فكان أحدى وعشرين ، قسمناه على التفاضل بين السعرين وهو عشرة خرج اثنان وعشر وهو المطلوب .

نوع آخر : ضربنا وزن الحلى وهو ثلاثة فى السعر الأدنى وهو خمسة حصل خمسة عشر ، أخذنا التفاضل بينه وبين قيمة الحلى فكان تسعة[2] ، قسمناها على التفاضل بين السعر وهو عشرة خرج تسعة اعشار وهو وزن اللؤلؤ .

[حاشية[3] فى الهامش : برهانه حلاصة كلام هذا السؤال إنا نريد أن نقسم الثلاثة بقسمين ، إذا ضرب احدها فى خمسة والآخر فى خمسة عشر يكون مجموع الحاصلين أربعة وعشرين .

فرضنا ا ب ثلاثة وأحد قسميه ا حـ والآخر حـ ب و ونفرض عمود حـ ى خمسة عشر و حـ ع خمسة ومسطح ب ى هو حاصل ضرب ب حـ فى حـ ى و وسطح ا ع حاصل ضرب ا حـ فى حـ ع فجموع الحاصلين مجموع سطحى ا ع و حـ ه ويكون فضل ر ب على مجموع السطحين بعدد سطح ر ع فإذا قسمناه على ع ر و ر حـ حاصل فضل حـ ى اعنى خمسة عشر على حـ ع أعنى خمسة خرج من القسمة ر ى أحد القسمين المطلوبين] .

المثال السابع :

حلى مركب من ثلاثة جواهر كالذهب واللؤلؤ والياقوت وزنه ثلاثة مثاقيل ، وقيمته ستون ديناراً ،

---

(١) فى ل وبعد الجبر والمقابلة

(٢) فى ل خمسة وهو خطا .

(٣) الحاشية موجوده فى ت وليست فى ل .

وقيمة مثقال من الذهب اربعة دنانير ومن اللؤلؤ عشرون ديناراً ، ومن الياقوت ثلاثون ديناراً ، نريد أن نعرف وزن كل واحد منها .

وفى استخراجه طرق ثلاثة :

الطريق الأول : نضرب وزن الحلى فى السعر الأعلى ، وتنقص منه قيمة الحلى فما بقى نقسمه على التفاضل بين سعرى الأعلى والأدنى فما خرج نحفظه[٢٠٥] ثم نأخذ وزن الأرخص مقداراً يكون اقل من المحفوظ كم كان وليكن نصف مثقال من الذهب يكون قيمته دينارين ، تنقص الوزن من وزن الحلى وقيمته من قيمته ليتبقى حلياً مركباً من اللؤلؤ والياقوت وزنه مثقالان ونصف ، وقيمته ثمانية وخمسون ديناراً .

نستخرج وزنهما كما سبق فى المثال المتقدم بأن نفرض وزن اللؤلؤ شيئاً ، يكون قيمته عشرين شيئاً ويبقى وزن الياقوت مثقالان ونصف إلا شيئاً ضربناها فى ثلثين حصل ثمن الياقوت خمسة وسبعون ديناراً إلا ثلثين شيئاً يكون مجموع الثمنين خمسه وسبعين ديناراً إلا عشرة أشياء وهو معادل لقيمة الحلى المركب من اللؤلؤ والياقوت ، وهى ثمانية وخمسون ديناراً .

وبعد الجبر[1] والمقابلة يكون سبعة عشر ديناراً ، معادلا لعشرة أشياء نخرج من قسمة العدد على عدد الأشياء وزن اللؤلؤ مثقال وسبعة أعشار ، وبقى وزن الياقوت أربعة اخماس مثقال ، وضعناها مع وزن الذهب وثمن كل منهما فى جدول وهو هذا .

	الذهب	اللؤلؤ	الياقوت
وزن كل منها	نصف مثقال	مثقال وسبعة[4] أعشار	أربعة أخماس مثقال
ثمن كل منها	ديناران	أربعة وثلاثون دينارا	أربعة وعشرون دينارا

الطريق الثانى : أن نجمع سعرى الأرخصين ، وبنصف المجموع ليصيرا كجنس واحد قيمة مثقال منه ذلك النصف ، أعنى إثنى عشر ديناراً ، فكان الحلى مركب من جنسين أحدهما مركب من جنسين قيمة مثقال منه إثنا عشر ديناراً والآخر ياقوت قيمة مثقال منه ثلاثون ديناراً ، وقيمة الحلى ستون ديناراً ، فيستخرج وزن كل منهما كما سبق فى المثال السادس : مثلا ضربنا وزن الحلى وهو ثلاثة فى السعر الأعلى وهو الثلاثون حصل تسعون أخذنا التفاضل بينه وبين قيمة الحلى فكان ثلثين قسمناه على التفاضل بين السعرين أعنى الإثنى عشر والثلاثين وهما ثمانية عشر خرج من القسمة وزن مجموع الأرخصين ، مثقال وثلثان على التناصف بينهما وبقى وزن الياقوت مثقال وثلث كما فى هذا الجدول .

---

(١) فى ل وهو مع عشرين شيئاً أى خمسة وسبعون معادل لعشرة ... الخ .

(٢) فى ل تسعة بدل من سبعة وهذا خطأ .

	الذهب	اللؤلؤ	الياقوت
الأوزان	خمسة أسداس مثقال	خمسة أسداس مثقال	مثقال وثلث
الأثمان	ثلاثة دنانير وثلث دينار	ستة عشر دينار وثلثا دينار	أربعون دينارا

[حاشية(١) : ولو فرض وزن الذهب مثقالا ، بقي مثقالان من اللؤلؤ والياقوت ، قيمتها ستة وخمسون ، فرضنا اللؤلؤ شيئاً قيمته عشرون شيئاً ، فالياقوت مثقالان إلا شيئا قيمته ستون إلا ثلثين (ثلاثين) شيئاً . فقيمة المجموع ستون إلا عشرة أشياء تعدل ستة وخمسين ، فالشيء خمسان منها اللؤلؤ قيمته ثمانية دنانير والياقوت مثقال وثلاثة أخماس مثقال قيمته ثمانية واربعون وهكذا فالمسألة سيالة] .

الطريق الثالث :

أن نفرض وزن الذهب شيئا ووزن اللؤلؤ أيضا شيئا بقي وزن الياقوت ثلاثة مثاقيل إلا شيئين ، فيكون ثمن الذهب أربعة أشياء وثمن اللؤلؤ عشرين شيئا وثمن الياقوت تسعين دينارا إلا ستين شيئا مجموعها تسعون دينارا إلا ستة وثلاثين شيئا . وهو معادل لستين دينارا .

وبعد إسقاط المشترك والجبر يكون ثلاثون معادلا لستة وثلاثين شيئا ، فاذا قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج وزن الذهب خمسة أسداس مثقال ، وكذا وزن اللؤلؤ وبقي وزن الياقوت مثقال وثلث كما سبق .

وإن قيد فى السؤال ان وزن احد من الجواهر ثلث وزن أحد الباقيين أو أربعة (ربعه) أو على نسبة أخرى ، نفرض ذلك الجوهر شيئا والآخر ثلاثة أشياء أو أربعة أشياء على النسبة المقيدة فى السؤال ونتم العمل ، وإن كان الحلى مركبا من أربعة أجناس فبالطريق الأول نضرب وزن الحلى فى السعر الأعلى ، وننقص منه قيمة الحلى ، فما بقي نقسمه على فضل السعر الأعلى على نصف مجموع سعرى الأرخصين ، أو على ثلث مجموع سعر الأرخص ، وضعف سعر الأرخص الآخر .

وأن نأخذ وزن الأول نصف وزن الثانى ، وقس عليه فما خرج فهو المحفوظ ، ثم نأخذ وزن كل واحد من الأرخصين مقدارا إما متساويين أو مختلفين ، بحيث يكون مجموعهما أقل من المحفوظ ، وينقص وزنهما عن وزن الحلى ، وقيمتهما عن قيمته ، فما بقي من الأول يكون وزنى الباقيين معا ، ومن الثانى يكون قيمتهما معا ، نستخرجها كما سبق فى المثال السادس .

وبالطريق الثانى :

إما أن نفرض كل جنسين منهما جنسا واحدا ليؤدى إلى المثال السادس ، ويحصل جنسان منها متساويا الوزن ، وكذا الجنسان الآخران ، أو نفرض ثلاثة أجناس منها جنسا واحدا مركبا من الثلاثة ليحصل الثلاثة متساوية الوزن ، وعلى هذا القياس إن كان مركبا من أجناس كثيرة .

---

(١) هذه الحاشية ليست موجودة فى ت وموجودة فى ل .

وبالطريق الثالث :

نفرض وزن كل واحد منها سوى الأعلى شيئا ، ونستثنى جميع تلك الأشياء عن وزن الحلى ليكون الباقى[1] وزن الجنس العالى وباقى العمل كما سبق .

المثال الثامن :

أجير أجرته فى الشهر ، أعنى ثلاثين يوما عشرة دنانير وثوب ، عمل ثلاثة أيام ، فاستحق الثوب ، فكم تكون قيمة الثوب .

فرضناها شيئا فيكون الأجرة فى الشهر عشرة دنانير وشيئا ، أخذنا عشره لأن أيام عمله عشر أيام الشهر ، فكان دينارا وعشر شيء ، وهو قيمة الثوب يعادل شيئا ، وبعد المقابلة أى إسقاط العشر المشترك يكون دينارا ، معادلا لتسعة أعشار شيء ، فقسمنا الدينار على عدد الأشياء وهو تسعة أعشار خرج من القسمة واحد وتسع وهو المطلوب .

وإن عمل سبعة أيام ، واستحق الثوب فبكم يكون ثمنه .

فرضناه شيئا فيكون الأجرة فى الشهر عشرة دنانير وشيئا ، ونسبته إلى أيام الشهر كنسبه[2] الشيء إلى أيام عمله ، وكما مر فى القاعدة السابعة عشرة ، ضربنا الثلاثين فى الشيء حصل ثلاثون شيئا ، وضربنا السبعة فى عشرة دنانير وشيء حصل سبعون دينارا وسبعة أشياء معادلا لحاصل الأول وهو ثلاثون شيئا ، وبعد إسقاط سبعة الأشياء ، المشتركة فيهما بقى سبعون ديناراً معادلا لثلاثة وعشرين شيئاً .

قسمنا العدد على عدد الأشياء ، يخرج من القسمة ثلاثة وجزء من ثلاثة وعشرين ، وهو الشيء المجهول ، اعنى الثوب .

امتحانه :

زدناه على العشرة بلغت الأجرة فى الشهر ثلاثة عشر وجزء من ثلاثة وعشرين ، ضربناه فى السبعة التى هى أيام العمل ، حصل أحد وتسعون وسبعة أجزاء من ثلاثة وعشرين ، قسمناه على أيام الشهر خرج من القسمة ثلاثة وجزء من ثلاثة وعشرين مساوياً لثمن الثوب .

وبالمفتوحات إذا عمل سبعة أيام ، استحق الثوب فإن عمل بقية الشهر استحق عشرة دنانير ، قسمنا العشرة على البقية أعنى ثلاثة وعشرين ، خرج من القسمة عشرة أجزاء من ثلاثة وعشرين ، وهوأجرة يوم واحد ، فيكون أجرة سبعة أيام ثلاثة دنانير وجزء من ثلاثة وعشرين .

[حاشية[3] : كل أربعة أعداد متناسبة يكون حاصل ضرب الأول فى الرابع مساوياً لحاصل ضرب الثانى فى الثالث] .

---

(١) فى ت ليكون وزن الجنس العالى وباقى العمل كما سبق .

(٢) فى ل كنسبته .

(٣) هذه الحاشية ليست موجودة فى ل .

المثال التاسع :

ثلاثة أجراء — أجرة أحدهم فى الشهر خمسة والثانى أربعة والثالث ثلاثة ، عمل كل واحد منهم أياماً وكسوراً مجهولة مجموعها ثلاثون يوما ، وكانت اجرتهم فى أيام العمل متساوية ، نريد أن نعرف أيام عمل كل واحد منهم .

لما كانت نسبة أجرة الأول فى الشهر إلى أجرة الثانى فيه كنسبة الخمسة إلى الأربعة ، ونسبة أجرة الأول فيه إلى أجرة الثالث فيه كنسبة الخمسة إلى الثلاثة ، فتكون [نسبة[1] أيام عمل الأول إلى أيام عمل الثانى كنسبة الأربعة إلى الخمسة] ونسبة أيام عمل الأول إلى أيام عمل الثالث كنسبة الثلاثة إلى الخمسة على التبادل عند تساوى الأجرة كما مر فى القاعدة التاسعة والثلاثين .]

[حاشية[2] : وهو أن نسبة أجرة أجير إلى أجرة أجير آخر ، تساوت أيام عملهما كنسبة أيام عمل الثانى إلى أيام عمل الأول على تقدير تساوى الأجرتين] .

ففرضنا أيام عمل من يأخذ فى الشهر خمسة — شيئا ، ولمن يأخذ فى الشهر اربعة[3] أشياء وربع شىء ، لأن الخمسة مثل وربع للأربعة ، ولمن يأخذ فى الشهر ثلاثة أشياء وثلثى شىء .

جمعناها صارت ثلاثة أشياء وأحد عشر جزءا من اثنى عشر ، وهو معادل لثلاثين ، قسمنا الثلاثين عليه يخرج من القسمة سبعة وأحد وثلاثون جزءا من سبعة وأربعين جزءا وهو الشىء المجهول ، أعنى أيام عمل من يأخذ فى الشهر خمسة .

أخذنا ربعه فكان واحداً وثلاثة واربعين جزء من سبعة وأربعين ، زدناه عليه بلغت تسعة أيام وسبعة وعشرون جزءاً من سبعة وأربعين . وهذا أيام عمل من يأخذ فى الشهر أربعة ، ثم أخذنا ثلثى أيام عمل الأول فكان خمسة وخمسة أجزاء من سبعة وأربعين .

زدناه على أيام عمل الأول بلغ اثنى عشر يوما وستة وثلاثين جزءا من سبعة وأربعين وهو أيام عمل الثالث ، وإن أخذنا ثلث أيام عمل الأجير الثانى ، ونزيده عليه بلغت أيضاً أيام عمل الأجير الثالث ، وقد وضعنا هذه المقادير فى جدول مع امتحانها[4][فى الصفحة التالية][٢٠٦] .

المثال العاشر :

أربعة اجراء : يكون اجرة أحدهم فى الشهر ستة والثانى خمسة والثالث أربعة والرابع ثلاثة ، عمل كل واحد أياما مجهولة مجموعها ثلاثون يوما .

فرضنا أيام عمل الأول شيئا ، فيكون للثانى شىء وخمس شىء بما مر فى المثال المقدم .

---

(١) هذه الجملة التى بين قوسين ليست موجودة فى ت .

(٢) هذه الحاشية موجودة فقط فى ت .

(٣) في ل شيئا وربع شىء .

(٤) امتحانها ليست موجودة فى ل .

	الأجير الأول	الأجير الثاني	الأجير الثالث
أجرتهم في الشهر	خمسة دنانير	أربعة دنانير	ثلاثة دنانير
مدة عمل كل منهم (٤)	٧ ٣١ ٤٧	٩ ٢٧ ٤٧	١٢ ٣٦ ٤٧
	ضربناه في الخمسة	ضربناه في الأربعة	ضربناه في الثلاثة
الامتحان	حصل من كل واحد من هذه الضروب قسمناه على ثلاثين خرج من القسمة دينار وثلاثة عشر جزءا من سبعة وأربعين		٣٨ ١٤ ٤٧ (٥)

[حاشية(٤) لأن نسبة أجرة الأول إلى الثاني كنسبة الستة إلى الخمسة ، فيكون نسبة أيام عمل الأول إلى أيام عمل الثاني كنسبة الخمسة إلى الستة وعلى هذا القياس في البواقي]

وللثالث شيء ونصف شيء وللرابع شيئان مجموعها خمسة أشياء وسبعة أعشار شيء معادل لثلاثين . قسمناه عليه خرجت من القسمة خمسة ، وخمسة عشر جزءا من سبعة وخمسين .

فهو أيام عمل الأجير الأول .

فيكون للباقي كما وضعناه في جدول وهو هذا . [الصفحة التالية]

المثال الحادي عشر :

أردنا أن نقسم عشرة بقسمين ، يكون مجموع مربع قسم منهما مع نفس القسم الآخر مربعا .

فرضنا ذلك القسم شيئا والقسم الأخير شيئين وواحدا من العدد ، ليكون مع المال مربعا ، أعني ليكون مجموع مربع الأول وهو مال ونفس الثاني وهو شيئان وواحد ، مالا وشيئين واحدا .

نوجد جذره وهو شيء وواحد ، فجمعنا المفروضين فكانت ثلاثة أشياء وواحدا ، وهو معادل العشرة وبعد إسقاط الواحد المشترك منهما يكون ثلاثة أشياء معادلة لتسعة ، قسمناها عليها خرجت من القسمة ثلاثة ،

(١) في ت الأجر .

(٢) صحتها مدة .

(٣) ١٤ خطأ وصحته ٨٣ وا لخطأ في المخطوطين .

(٤) هذه الحاشية موجودة فقط في ت

	أجرة الأول	الثانى	الثالث	الرابع
أجرتهم فى الشهر	ستة دنانير	خمسة دنانير	أربعة دنانير	ثلاثة دنانير
أيام عمل كل منهم	٥ ١٥ ٥٧	٦ ١٨ ٥٧	٧ ٥١ ٥٧	١٠ ٣٠ ٥٧
امتحان العمل	ضربناه فى الستة	ضربناه فى الخمسة	ضربناه فى الأربعة	ضربناه فى الثلاثة
	حصل من كل واحد من هذه الضروب ٣١ قسمنا على ثلاثين، خرج دينار وثلاثة أجزاء ٣٣ ٥٧ من سبعة وخمسين وهو أجرة كل واحد منهم فى تلك الأيام			

وهو الشيء المجهول ، أعنى القسم الأول ، وبقية القسم الآخر سبعة . وهى مع مربع الثلاثة تكون ستة عشر وهو مربع .

وإن أردنا نفرض القسم الأول شيئين والثانى اثنى عشر شيئا وتسعة من العدد ، ليكون مربع الأول وهو أربعة أموال مربعا جذره شيئان وثلاثة ، فيكون المجموع أربعة عشر شيئا وتسعة وهو معادل للعشرة .

وبعد إسقاط التسعة المشتركة يبقى جميع(1)أربعة عشر شيئا معادلا لواحد قسمناه عليه ، خرج من القسمة نصف سبع ، وهو الشيء الواحد المجهول ، ولما فرضنا القسم الأول شيئين يكون هو(2)السبع ، والقسم الآخر تسعة وستة أسباع ، وهو مع مربع الأول تسعة وثلاثة وأربعون جزءا من تسعة وأربعين ، وهو مربع إذ يكون جذره ثلاثة وسُبُعاً ، وهو ما فرضناه شيئين وثلاثة .

المثال الثانى عشر :

نريد عددا إذا زدنا عليه ثلاثة ونصفا أو نقصنا منه ثلاثة ونصفا يكون بعد الزيادة والنقصان مربعا .

وخلاصة الكلام فيه إنا أردنا عددا إذا زدنا على مربعه سبعة كان المبلغ مربعا [فإذا وجد(3) وزيد على مربعه سبعة كان المبلغ مربعا] فإذا وجد وزيد على مربعه ثلاثة ونصف(4) يكون بعد الزيادة والنقصان مربعا[٢٠٨] .

(١) جميع ليست موجودة فى ت
(٢) هو ليست موجودة فى ت
(٣) الجملة بين القوسين ليست فى ت
(٤) فى ت التعبير التالى : بلغ العدد الذى إذا زيد عليه أو نقص منه ثلاثة ونصف يكون بعد الزيادة والنقصان مربعاً

فبالجبر والمقابلة فرضناه شيئا ، فيكون مربعه مالا ، زدنا عليه السبعة بلغ مالا وسبعة ، قابلناه بمربع وهو مال وشيئان وواحد ، وقد أوردنا شرط هذه المقابلة فى القاعدة الثانية وبعد إسقاط المشتركة بقيت ستة معادلة لشيئين ، قسمنا الستة على الاثنين خرجت ثلاثة وهو المطلوب .

فإذا زدنا على مربعه ثلاثة ونصفا بلغ اثنى عشر ونصفا وهو العدد المطلوب أولا ، أى الذى إذا زيد عليه أو نقص منه ثلاثة ونصف يكون بعد الزيادة أو النقصان مربعا .

وإن قابلناه بمال وأربعة أشياء إلا أربعة ، وبعد إسقاط المشتركة بقيت ثلاثة معادلة لأربعة أشياء ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرجت ثلاثة أرباع ، فاذا زدناه على مربعه وهو تسعة أجزاء من ستة عشر السبعة المذكورة ، بلغت سبعة وتسعة أجزاء من ستة عشر ، وهو مجذور جذره اثنان وثلاثة ارباع .

وبالمفتوحات تنقص أى مربع كان من العدد الذى نريد أن يقع بين المربعين ، ونقسم نصف الباقى على جذر ذلك المربع فما خرج فهو المطلوب اى جذر المربع الأقل ، وهو مع جذر(1) ذلك المربع يكون جذر المربع الأكثر .

مثلا : فى هذه المسألة نقصنا مربعا ، وهو الأربعة من السبعة التى نريد أن يقع ما بين المربعين ، بقيت ثلاثة قسمنا نصفها وهو واحد ونصف على جذر ذلك المربع ، وهو اثنان فخرجت ثلاثة أرباع وهى جذر المربع الأقل وهو المطلوب .

ولو نربع نصف العدد الذى نريد أن يقع بين المربعين ، ونزيد عليه ربع(2) مربع الواحد دائما ، فاذا زدنا على المبلغ أو نقصنا منه ذلك النصف لكان ما بلغ أو ما بقى مربعاً ، وما سبق أعم من هذا .

المثال الثالث عشر :

أردنا أن نقسم عشرين بقسمين ، يكون أحد قسميه مساويا لمربع الآخر .

فرضنا أحد القسمين شيئا ، فيكون القسم الآخر عشرين إلا شيئا ، وهو معادل لمال ، وبعد الجبر صار عشرون معادلا لمال وشىء ، فانتهى العمل بالمسألة الأولى من المقترنات .

أخذنا مربع نصف عدد الأشياء وهو النصف ، فكان ربعا زدناه على العدد وهو عشرون بلغ عشرين وربعا ، أخذنا جذره فكان أربعة ونصفا ، نقصنا منه نصف عدد الأشياء وهو النصف بقيت أربعة وهو المطلوب ، ووضعنا أرقام العمل وشرحه فى جدول لتسهيل ضبطه .

عدد الأشياء	نصفه	مربع نصف عدد الأشياء	العدد	مجموعها	جذره	نقصنا منه نصف عدد الأشياء بقى الشىء المجهول
واحدة	ـ ١ ٢	٠ ١ ٤	٢٠ ـ	٢٠ ١ ٤	٤ ١ ٢	أربعة

(1) فى ل عدد
(2) ليست موجودة فى ت

المثال الرابع عشر :

أجير أجرته فى الشهر تسعون دينارا عمل أياما مجهولة ، فاستحق مقدارا إذا نقص منه ديناران بقى مربع أيام عمله .

وخلاصة كلام هذا السؤال إنا نريد عددا إذا نقصنا من ثلاثة أمثاله اثنين بقى مربع ذلك العدد ، لأن نسبة الأجرة إلى الأيام نسبة ثلاثة إلى الواحد ، ففرضنا أيام عمله شيئا فتكون أجرته ثلاثة أشياء نقصنا منه دينارين بقيت ثلاثة أشياء إلا دينارين ، وهو معادل لمال .

وبعد الجبر يكون ثلاثة أشياء معادلة لمال ودينارين ، فانتهى بالثانية من المقترنات .

أخذنا نصف عدد الأشياء فكان واحداً ونصفا ، يكون مربعه اثنين وربعا ، نقصنا منه العدد وهو اثنان بقى الربع أخذنا جذره فكان هو النصف ، زدناه على نصف عدد الأشياء تارة بلغ اثنين ونقصناه منه أخرى بقى واحد ، وكل واحد منهما الشىء المجهول أعنى أيام عمله ، وضعنا أرقام العمل فى جدول لتسهيل فهمه على المتأمل[1] فيه وهو هذا :

عدد الأشياء	نصفه	مربع نصف عدد الأشياء	العدد	نقصناه من مربع نصف عدد الأشياء بقى	جذره	زدناه على نصف عدد الأشياء تارة	ونقصنا منه أخرى
٣	١ ١/٢	٢ ١/٤	٢	٠ ١/٤	٠ ١/٢	٢	١

امتحانه :

فإن عمل يومين تكون اجرته ستة دنانير ، فاذا نقصناه منه اثنين بقيت أربعة ، وهى مربع الاثنين ، وإن عمل يوما تكون أجرته ثلاثة دنانير ، وإذا نقصنا منه اثنين بقى واحد وهو مربع الواحد أيضاً .

المثال الخامس عشر :

اردنا عدداً إذا نقص من ضعفه واحد ثم ضرب الباقى فى ثلاثة ، ونقص من الحاصل اثنان ، وضرب الباقى فى اربعة [ونقص من الحاصل[2] اثنان وضرب الباقى فى أربعة] ، ونقص من الحاصل ثلاثة يكون جذر الباقى مثلى ذلك العدد وثلث مثله .

فرضنا ذلك العدد شيئاً ، ونقصنا من ضعفه واحدا بقى شيئان إلا واحدا ، ضربناه فى ثلاثة حصلت ستة أشياء إلا ثلاثة ، نقصنا منه اثنين بقيت ستة أشياء إلا خمسة ، ضربناه فى أربعة حصلت أربعة وعشرون شيئا إلا عشرون عددا ، نقصنا منه ثلاثة بقيت أربعة وعشرون شيئا إلا ثلاثة وعشرين عددا ، وهو معادل لمربع شيئين وثلث شىء ، وهو خمسة أموال وأربعة أتساع مال .

---

(١) غير موجودة فى ت (٢) مكررة فى ل

جبرنا الاستثناء[1] صارت أربعة وعشرون شيئا معادلا لخمسة أموال وأربعة أتساع مال وثلاثة وعشرين عددا رددنا الأموال إلى مال واحد ، واخذنا الجنسين الباقيين على تلك النسبة ، بأن قسمنا كل واحد منهما على عدد الأموال فصار — بعد الرد — أربعة أشياء وعشرون جزءا من تسعة وأربعين معادلا لمال واحد وأربعة أعداد وأحد عشر جزءاً من تسعة واربعين ، فانتهى العمل[2] إلى الثانية من المقترنات ، واستخراج المجهولات ، فأوردناها فى هذا الجدول .

عدد الأشياء	نصفه	مربع نصف عدد الأشياء	العدد	نقصنا العدد من مربع نصف عدد الأشياء	جذره	زدناه على نصف عدد الأشياء فكان المبلغ الشيء المجهول	وإن أردنا نقصنا الجذر من نصف عدد الأشياء بقي المجهول
٤ ٢٠ ٤٩	٢ ١٠ ٤٩	٤ ٢٠٦ ٢٤٠١	٤ ١١ ٤٩	٠ ١٥٢١ ٢٤٠١	٠ ٣٩ ٤٩	ثلاثة	١ ٢٠ ٤٩

المثال السادس عشر :

أردنا ان نقسم عشرة بقسمين ، بحيث إذا نقصنا من العشرة نصف أحد قسميها بقى مربع القسم الآخر .
وخلاصة الكلام فيه إنا أردنا عددا يكون فضل مربعه عليه مساويا لفضل العشرة على ذلك المربع .

فرضناه شيئا ، نقصناه من العشرة بقيت عشرة إلا شيئا ، وهو ضعف أحد الفضلين ، فيكون نصفه خمسة إلا نصف شيء ، نقصناه من العشرة بقيت خمسة ونصف شيء ، وهو[3] معادل لمال واحد ، فانتهى بالثالثة من المقترنات .

حصلنا مربع نصف عدد الأشياء وهو الربع فكان جزءاً من ستة عشر ، زدناه على العدد بلغت خمسة وجزءاً من ستة عشر ، اخذنا جذره ، فكان اثنين وربعا ؛ زدنا عليه نصف عدد الأشياء وهو الربع بلغ اثنان ونصف ، وهو الشيء المجهول الذى يساوى فضل مربعه عليه فضل العشرة على مربعه .

وهو أيضا احد قسمى العشرة والآخر سبعة ونصف ؛ إذا نقص سبعة ونصف وهو ثلاثة وثلاثة أرباع بقيت ستة وربع ؛ وهو مربع اثنين ونصف ؛ وقد وضعنا أرقام العمل فى جدول وهو هذا :

عدد الأشياء	نصفه	مربعه	العدد	مجموعهما	جذره	الشيء المجهول
٠ ١ ٢	٠ ١ ٤	٠ ١ ١٦	٥	٥ ١ ١٦	٢ ١ ٤	٢ ١ ٢

(١) فى ل الأشياء
(٢) غير موجودة فى ت
(٣) فى ت معادلا

المثال السابع عشر :

جنسان ؛ عشرة من أحدهما بدينار وخمسة عشر من الآخر بدينار ؛ نريد بدينار واحد منهما بالسوية ؛ فبالمفتوحات طلبنا أقل عدد بعدة كل واحد من السعرين فوجدناه ثلاثين، قسمناه على العشرة خرجت ثلاثة ، وعلى خمسة عشر خرج اثنان ، جمعناهما كانت خمسة ، جعلناها مخرجا ، ونسبنا كل واحد من خارجى القسمة إليه ، كان الأول ثلاثة أخماس والثانى خمسان ، وهما قسما الدينار .

إذا أخذنا بالأول من الجنس الأول وبالثانى من الثانى كان المأخوذان متساويين ، والمأخوذ هو الستة .

طريق آخر :

جمعنا السعرين كان خمسة وعشرين ، ولما كانت نسبة السعر الثانى إلى المجموع كنسبة ثلاثة أخماس إلى الواحد ، أخذنا بثلاثة أخماس دينار من السعر الأول ، وبخمس دينار من السعر الثانى حصلت ستة ، بما مر فى القاعدة التاسعة والثلاثين .

وإن أردنا بخمسة دنانير أو بخمس دينار منهما على السوية ، يحصل أولا بدينار منهما على السوية ، ثم نضرب كل واحد من قسمى الدينار والمأخوذ بهما فى الخمسة أو فى الخمس ، وعليه القياس .

وبالجبر والمقابلة ، فرضنا أحد القسمين شيئاً والآخر دينارا إلا شيئاً ، ضربنا الأول فى السعر الأول والثانى فى السعر الثانى حصل من الأول عشرة أشياء ، وهو معادل لحاصل ضرب الثانى ، وهو خمسة عشر دينارا إلا خمسة عشر شيئا .

وبعد الجبر يكون خمسة وعشرون شيئا معادلا لخمسة عشر دينارا ، قسمنا العدد على عدد الأشياء فخرجت ثلاثة أخماس ، وهو الشىء المجهول ؛ ضربناه فى عشرة حصلت ستة وبقى القسم الآخر الخمسان ضربناهما فى خمسة عشر ؛ حصلت أيضاً ستة وهو المطلوب .

وإن أردنا أن نشترى أربعة عشر منهما بدينار ، فنعادل[1] بين أربعة عشر وبين مجموع حاصلى[2] الضربين أعنى خمسة عشر دينارا إلا خمسة أشياء ، وبعد الجبر واسقاط المشتركة تكون خمسة أشياء[3] معادلة لدينا واحد قسمناه عليه خرج من القسمة خمس دينار ؛ وهو الشىء المجهول ، ضربناه فى عشرة حصل اثنان وبقى القسم الآخر ؛ أربعة أخماس ؛ ضربناها فى خمسة عشر حصل اثنا عشر مجموعهما أربعة عشر وهو المطلوب .

وبالمفتوحات — قسمنا الفضل بين السعر الأكثر — والمطلوب هو واحد — على التفاضل بين السعرين وهو خمسة خرج خمس دينار ، أخذنا به السعر الأول كان اثنان ؛ وبالباقى من السعر الأكثر كان اثنى عشر مجموعهما هو المطلوب .

وإن اردنا أربعين[4] بثلاثة دنانير ، نضرب الثلاثة فى السعر الأكثر ؛ ونأخذ فضل الحاصل على الأربعين ، وهو خمسة نقسمها على الفضل بين السعرين ؛ وهو ايضاً خمسة خرج واحد ، نأخذ به السعر الأقل حصلت عشرة ؛ وبالباقى من الأكثر حصل ثلاثون مجموعهما أربعون وهو المطلوب .

---

(١) فى ت من
(٢) فى ل حاصل
(٣) فى ت معادلا
(٤) فى ت أربعون

المثـال الثامن عشر :

ثلاثة أجناس ؛ عشرة من الأول بدينار ؛ وخمسة عشر من الثانى بدينار ؛ وثلاثون من الثالث بدينار ؛ وأرنا بدينار واحد من تلك الأجناس بالسوية .

فبالمفتوحات — طلبنا أقل عدد بعدة كل واحد من المسعرات الثلاثة ؛ وجدناه ستين [٢٠٩] [والثلاثون[1] ايضاً بعدة كل واحد من المسعرات الثالثة] قسمناه على كل واحد من المسعرات ، خرجت من الأولى ستة ، ومن الثانية أربعة ، ومن الثالثة اثنان .

قسمنا كل واحد من هذه على مجموعها وهو إثنا عشر ، خرج من القسمة الأولى النصف ، ومن الثانية الثلث ، ومن الثالثة السدس ، وهى أجزاء الدينار ، إذا اخذنا بالأول من الجنس الأول ، وبالثانى من الثانى ، وبالثالث من الثالث تكون المأخوذات متساوية ، كما أن نصف العشرة ، وثلث خمسة عشر وسدس الثلاثين تكون خمسة .

وقد وضعنا دستور العمل فى جدول ليسهل فهمه على المتأمل فيه ، وعليه القياس إذا كانت الأجناس كثيرة .

<table>
<tr><td>من الجنس الأول</td><td>من الجنس الثانى</td><td>من الجنس الثالث</td></tr>
<tr><td>عشرة بدينار</td><td>خمسة عشر بدينار</td><td>ثلاثون بدينار</td></tr>
<tr><td colspan="3">أردنا بدينار منها بالسوية وطلبنا أقل عدد بعدة كل واحد منها وجدناه ستين ، قسمناه على كل واحد منها خرج</td></tr>
<tr><td>ستة</td><td>أربعة</td><td>اثنان</td></tr>
<tr><td colspan="3">يكون مجموعها اثنى عشر قسمنا عليه كل منها فخرج</td></tr>
<tr><td>النصف</td><td>الثلث</td><td>السدس</td></tr>
<tr><td colspan="3">أخذنا بكل واحد منها ذلك الجنس فحصل</td></tr>
<tr><td>خمسة</td><td>خمسة</td><td>خمسة</td></tr>
</table>

وأما بالجبر والمقابلة .

فلما كان خلاصة كلام هذا السؤال ، أنا أردنا أن نقسم دينارا بثلاثةأقسام ، إذا ضرب القسم الأول فى عشرة ، والثانى فى خمسة عشر ، والثالث فى ثلاثين تكون الحواصل متساوية .

---

(١) موجودة فى ت وناقصة فى ل

فرضنا القسم الأول شيئا ، والثانى ثلثى شىء ، لأن حاصل ضرب القسم الأول فى عشرة[1] يساوى حاصل ضرب القسم الثانى فى خمسة عشر ، فبما مر فى القاعدة السابعة عشر ، تكون نسبة القسم الأول إلى الثانى ، كنسبة خمس عشرة إلى عشرة .

هذا بحسب مفهوم خلاصة الكلام ، وأما بحسب مفهوم أصل السؤال ، فلأن نسبة السعر الأول إلى السعر الثانى كنسبة المسعر الثانى إلى المسعر الأول كما سبق فى القاعدة التاسعة والثلاثين ، فبقى القسم الثالث دينارا إلا شيئا ، وثلثى شىء .

ضربنا الأول فى العشرة والثانى فى خمسة عشر[2] حصلت عشرة أشياء وضربنا الثالث فى ثلاثين حصل ثلاثون دينارا إلا خمسين شيئا ، وهو معادل لأحد الحاصلين الأولين وهو عشرة اشياء ، وبعد الجبر يكون ثلاثون دينارا معادلا لستين شيئاً .

قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج من القسمة النصف ، وهو القسم الأول من الدينار ، ويكون القسم الثانى ثلثيه ، أعنى الثلث ، والباقى يكون القسم الثالث وهو السدس .

ومن لم يقدر فى أمثال هذه المسائل على معرفة كيفية النسبة بين الأقسام ، فعليه بفرض القسم الأول شيئا والثانى فلسا والثالث دينارا إلا شيئا وفلسا ، فإذا حصل له بضرب الأول عشرة أشياء ، وبضرب الثانى خمسة عشر فلسا وبالثالث ثلاثون دينارا إلا ثلاثين شيئا وإلا ثلاثين فلسا ، فتبين له أن خمسة عشر فلسا يساوى عشرة أشياء [٢١٠] .

لأن الفرض يساوى حاصل المضروب ، فيكون ثلاثون فلسا مساويا لعشرين شيئا ، فيكون الحاصل الثالث ثلاثين دينارا إلا خمسين شيئا ، والباقى[3] كما سبق بعينه ، وهو معادل لعشرة أشياء وهذا الطريق يليق بالمبتدئين ، ولا يليق بالماهرين فى العلم والعمل .

لأن من عمل به يعرف النسبة بين الشىء والفلس فى آخر العمل ، وعلى الماهر أن يعرفها قبل الشروع فى العمل .

وإن أردنا عشرين منها بدينار ، أى أردنا أن نقسم دينارا بثلاثة أقسام ، إذا ضرب الأول فى عشرة والثانى فى خمسة عشر والثالث فى ثلاثين يكون مجموع الحواصل عشرين ، ففى استخراجها طرق ثلاثة على قياس ما ذكرنا فى المثال السابع فى الحلى ، إلا أن المسعر هاهنا الأول[4] منهما ، بمثابة السعر هناك ، وبالعكس وكذا الثمن والمثمن والرخيص بمنزلة الغالى وبالعكس فأوردناها لسهولة فهم المبتدئين .

الطريق الأول : أن تنقص المسعر المطلوب وهو عشرون عن المسعر الأكثر وهو ثلاثون ، وتقسم الباقى وهو عشرة على فضل المسعر الأكثر على الأقل ، وهو عشرون فما يخرج وهو النصف تحفظه ؛ ثم نفرض

---

(١) فى ت العشر
(٢) عشر غير موجودة فى ل
(٣) فى ل الثانى كما سبق
(٤) الأول منهما ليست فى ت

القسم الأول من الدينار مقدارا أقل من المحفوظ كم كان ؛ وليكن خمسين ، ونشترى به من المسعر الأقل ، حصلت أربعة ، تنقص الثمن أعنى الخمسين[1] من الدينار يبقى ثلاثة أخماس ، وتنقص المثمن أعنى الأربعة عن الأربعة عن المسعر المطلوب وهو عشرون بقيت ستة عشر ، فتصير المسألة إلى أن لنا جنسين أحدهما خمسة عشر بدينار والآخر ثلاثون بدينار ، نريد ستة عشر بثلاثة أخماس دينار ؛ نعمل بها كما عملنا فى المثال المتقدم .

والطريق الثانى : أن ناخذ نصف مجموع المسعرين الأولين وهو إثنا عشر ونصف ، وندعوه بالمسعر المشترك ، ونفرضه سعرا واحداً ، فآلت المسألة إلى جنسين ، من الأول إثنى عشر ونصف بدينار ، ومن الثانى ثلاثون[2] بدينار . نريد عشرين منهما بدينار ، نعمل بها كما عملنا فى المثال المتقدم ، فما حصل من المسعر المشترك بنصف الثمن والمثمن ليحصل المطلوب .

والطريق الثالث : أن نفرض القسم الأول من الدينار شيئا ، وثانيها أيضاً شيئاً[3] ، وثالثها ديناراً إلا شيئين ، ونضرب كلا منهما فيما بازائه من المسعرات ، ونجمع الحواصل ونقابل المجموع بعشرين ، وقد أوردنا الحواصل بالطرق الثلاثة ، وهى هذه وقس عليه وعلى ما سبق إن أردناه بخمسة دنانير وكانت الأجناس أكثر من ثلاثة .

الحواصل بالطريق الأول			
مجموع هذه عشرون	من الجنس الأول	من الجنس الثانى	من الجنس الثالث
	أربعة	اثنان	أربعة عشر
مجموع هذه دينار	٦/١٥	٢/١٥	٧/١٥

الحواصل بالطريق الثانى والثالث			
مجموع هذه عشرون	من الجنس الأول	من الجنس الثانى	من الجنس الثالث
	٢ ٦/٧	٤ ٢/٧	١٢ ٦/٧
مجموع هذه دينار	٠ ٢/٧	٠ ٢/٧	٠ ٣/٧

« المثال التاسع عشر »

مائة من الطيور بط وعصافير ودجاج ، كل واحدة من البط بأربعة دنانير ، وكل خمسة من العصفور بدينار ، وكل واحدة من الدجاج بدينار واحد ، وأردنا مائة بمائة دينار ، ولما كان واحدة من الدجاج بواحد وسعر البط أكثر من مسعره ، والمسعر من العصفور أكثر من مسعره ، فإن تكافئا يكون الباقى عدد الدجاج .

فبالمفتوحات : إن لم يكن السعر والمسعر فى كل منهما صحيحين ، نردهما إلى صحيحين كما فى هذا السؤال : كان كل واحد من العصفور بخمس دينار ، وجعلناهما خمسة بدينار ، ثم أخذنا الفضل بين سعر البط

---

(١) فى ل الخمس

(٢) ليست فى ل :

(٣) فى ل مساويا .

وهو أربعة ، ومسعره وهو واحد ، فكان ثلاثةضربنا فى المسعر من العصفور وهو خمسة ، حصلت خمسة عشر وهو عدد العصفور .

ثم أخذنا الفضل بين سعر العصفور ومسعره ، فكان أربعة ضربناها فى السعر من البط وهو واحد [فلا[1] يتغير عن حالها وهى عدد البط ، جمعناه مع عدد العصفور وهو خمسة عشر بلغت تسعة عشر] .

بلغت تسعة عشر بتسعة عشر ديناراً ، والباقى يأخذ من الدجاج .

وإن أردنا نأخذ من كل منهما مثلى الذى سبق أو ثلاثة امثاله إلى حد لا يجاوز المائة ، ونأخذ الباقى من الدجاج فيحصل بخمسة وجوه كما فى هذا الجدول (٢١٠) .

		البط	العصفور	الدجاج
النوع الأول	العدد	٤	١٥	٨١
	الثمن	١٦	٣	٨١
النوع الثانى	العدد	٨	٣٠	٦٢
	الثمن	٣٢	٦	٦٢
النوع الثالث	العدد	١٢	٤٥	٤٣
	الثمن	٤٨	٩	٤٣
النوع الرابع	العدد	١٦	٦٠	٢٤
	الثمن	٦٤	١٢	٢٤
النوع الخامس	العدد	٢٠	٧٥	٥
	الثمن	٨٠	١٥	٥

وإن كان التفاضلان مشتركين أو متداخلين ، نأخذ جزء وفق كل منهما ، ونعمل به ما عملنا بالفضل وإن كان كل ثلاثة من البط بسبعة دنانير ، وكل تسعة من العصفور بدينارين ، والدجاج واحدة بواحد .

ضربنا فضل[2] سعر البط على مسعره ، وهو أربعة تارة فى المسعر من العصفور وهو تسعة حصلت ستة وثلاثون ، وهو عدد العصفور ، وتارة فى سعرها وهو اثنان حصلت ثمانية وهى ثمن العصفور ، ثم ضربنا فضل المسعر من العصفورعلى مسعرها وهو سبعة تارة فى المسعر من البط وهو ثلاثة ، حصل أحد وعشرون وهو عدد البط ، وتارة فى سعرها وهو سبعة حصلت تسعة وأربعون وهو ثمن البط ، والباقى إلى المائة وهو ثلاثة وأربعون عدد الدجاج هكذا .

وإن لم نبال عن أن يكون فى الثمن كسر ، فإن كان عددا البط والعصفور متشاركين ، نأخذ جزء الوفق منهما كما فى هذا السؤال :

نأخذ عدد البط سبعة ، وعدد العصفور اثنى عشر مجموعهما تسعة عشر ، بتسعة عشر ديناراً ، ونأخذ الباقى من الدجاج ، وكذا يكون :

(١) الجملة بين القوسين غير موجودة فى ل .

(٢) فضل ليست موجودة فى ل .

	البط	العصفور	الدجاج
المسعر	ثلاثة	تسعة	واحد
السعر	السبعة دنانير	بدينارين	بدينار
التفاضل	٤	٧	٥
عدد كل منها في المائة	أحد وعشرون	ستة وثلاثون	ثلاثة وأربعون
الأثمان	بتسعة وأربعين دينارا	بثمانية دنانير	بثلاثة وأربعين دينار

نضاعف السبعة واثنى عشر ، إذا لم يجاوز مجموعهما عن المائة .

وإن أردنا مائة من الطيور بمائتى دينار ، نأخذ التفاضل بين سعر كل منهما ، وضعف سعره ، ونضرب به فى مسعر الآخر لافى ضعفه ، وإن أردنا بالعكس ، فبالعكس وهاهنا ينبغى أن يكون كل دجاجة بدينارين هكذا .

وأما إن أردنا أن يكون دجاج واحد بدينار واحد فسنورده بعد العمل بالجبر والمقابلة .

وأما بالجبر والمقابلة فرضنا عدد البط شيئا وعدد العصفور عدد مسعرها ، وهو تسعة ، مجموعهما شىء وتسعة فيكون ثمن البط شيئين وثلثا ، وثمن العصفور دينارين مجموعهما شيئان وثلث ، وديناران تعادل شيئا وتسعة ، إذ الثمن يساوى المثمن ، وبعد إسقاط المشترك بقى شىء وثلث يعادل سبعة ، قسمناها على واحد

	البط	العصفور	الدجاج
المسعر	٣	٩	١
السعر	٧	٢	٢
التفاضل بين السعر وضعف المسعر	١	١٦	٠
عدد كل منها من المائة	٤٨	٩	٤٣
الأثمان مائتا دينار	١١٢	٢	٨٦

وثلث خرجت عن القسمة خمسة وربع ، بسطناها لئلا يقع فى عدد الطير كسر ، فحصل عدد البط أحدا وعشرين وعدد العصفور ستة وثلاثين ، وهو حاصل ضرب التسعة فى مخرج الكسر كما سبق فى المفتوحات .

وإن أردنا ثمن الطيور ضعف عددها ، يكون اسعارها كما سبق ، ويكون دجاج واحد بدينار واحد لا بدينارين كما وعدناه فينبغى فيه أن نزيد على أحد المتعادلين الذى بازاء عدد البط والعصفور فضل مجموع أثمان الطيور على عددها ، ونجعل المجموع معادلا لآخر .

مثلا : أردنا مائة وخمسين طيرا بمائتين وخمسين دينارا .

فرضنا عدد البط شيئا وعدد العصفور ستة وثلثين وأربعة أمثال مسعرة ، لأنا لو نفرضه تسعة ليخرج عدد العصفور مكسورا ، بحيث إن بسطناه يزيد على مائة وخمسين ، فيكون ثمن البط شيئين وثلثا ، وثمن العصفور

ثمانية دنانير مجموعهما شيئان وثلث شيء[1] وثمانية دنانير يعادل مجموع عدد البط والعصفور والمائة ، التى هو التفاضل بين الثمن والمثمن ، وذلك شيء ومائة وستة وثلاثون .

وبعد الجبر والمقابلة يكون شيء وثلث شيء معادلا لمائة وثمانية وعشرين ، قسمنا عليه خرجت من القسمة ستة وتسعون ، وهو عدد البط ، وذلك مع عدد العصفور مائة واثنان وثلاثون ، فما بقى إلى مائة وخمسين وهو ثمانية عشر[2] عدد الدجاج ، وضعفناها مع الأثمان فى جدول وهو هذا .

	البط	العصفور	الدجاج
عدد الطيور وهو مائة وخمسون	٩٦	٣٦	١٨
أثمانها وهو مائتان وخمسون	٢٢٤	٨	١٨

وإن كانت الطيور اكثر من ثلاثة ، نفرز أولا ما كان مسعره أكثر من سعره ، فما كان مسعره أكثر من سعره أى الغالى من الرخيص ، ونترك ما كان واحدا بواحدة بحاله ، ويحصل التفاضل بين كل سعر ومسعره ، وينبغى أى يكونا صحيحين وإلا نردها إلى صحيحين ، ثم نجمع تفاضلات ما كان عاليا ، ونضرب المجموع تارة فى كل واحد من مسعرات ما كان رخيصا ليحصل عدد كل صنف من الطيور الرخيصة ، وتارة فى كل واحد من أسعاره ليحصل ثمن كل صنف منها ، ثم نجمع تفاضلات ما كان رخيصا ، ونضرب المجموع تارة فى كل واحد من مسعرات ما كان غاليا ليحصل عدد كل صنف من الطيور الغالية ، وتارة فى كل واحد من أسعاره ليحصل أثمانه .

ونتمم تلك الأعداد بعدد ما كان واحداً بواحد أى إلى عدد نريد أن يكون عدد الطيور .

مثلا :

أردنا أن نشترى عشرة أصناف من الطيور مجموعها ثلاثمائة بثلاثمائة دينار ، عملنا كما ذكرنا وأوردنا فى هذا الجدول مع شرح العمل .

	الغالية			المتوسطة	الرخيصة					
	الكركى	الوز	البط	القبج	اليتهوج	الدراج	الحمام	الدجاج	السلوى	العصفور
مسعراتها	١	٣	٢	١	٣	٢	٣	٤	٥	٦
أسعارها	٣	٥	٣	١	٢	١	١	١	١	١
التفاضلات	٢	٢	١	٠	١	١	٢	٣	٤	٥

(١) شيء ليست موجودة فى ث .　　(٢) عشر ليست موجودة فى ت

شرح العمل	مجموع هذه التفاضلات خمسة ضربناها فى كل واحدة من المسعرات الرخيصة وكذا فى أسعاره				مجموع هذه التفاضلات ستة عشر ضربناها فى كل واحد من مسعرات الطيور الغالية تارة حصل عدد كل منها وتارة فى كل واحد من أسعارها حصل كل واحد من أثمانها					
أعدادها والمجموع ثلاثمائة	١٦	٤٨	٣٢	٨٩	١٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠
أثمانها ومجموعها ثلاثمائة	٤٨	٨٥	٤٨	٨٩	١٠	٥	٥	٥	٥	٥

جمعنا عدد الطيور غير القبح وكان مائتين وأحد عشر ، نقصناها من ثلاثمائة ، بقيت تسعة وثمانون جعلنا عدد القبح مثله وكذا يكون ثمنه ، فحصل جميع عدد الطيور ثلاثمائة ، وجميع أثمانها أيضا ثلاثمائة وهو المطلوب

المثـال العشرون :

خمسة أعداد يكون الأول مع الثانى عشرة والثانى مع الثالث خمسة عشر والثالث مع الرابع ثمانية عشر ، والرابع مع الخامس أربعة وعشرون والخامس مع الأول ثلاثون .

فرضنا العدد الأول شيئاً ، نقصناه من العشرة ليبقى الثانى ، ونقصنا الثانى من خمسة عشر ليبقى الثالث ، ووضعنا العمل فى جدول ليسهل ضبطه ويكون دستورا وهو هذا .

السؤال	الأول مع الثانى عشرة	والثانى مع الثالث خمسة عشر	والثالث مع الرابع ثمانية عشر	والرابع مع الخامس أربعة وعشرون	والخامس مع الأول ثلاثون
شرح العمل	فرضنا الأول شيئا ونقصناه من العشرة ليبقى الثانى	فيكون الثانى عشرة إلا شيئا نقصناه من خمسة عشر ليبقى الثالث	فيكون الثالث خمسة وشيئا نقصناه من ثمانية عشر	فيكون الرابع ثلاثة عشر إلا شيئا نقصناه من أربعة وعشرين	يبقى الخامس أحد عشر عددا وشىء
	فيكون الخامس مع الأول أحد عشر عددا وشيئين ، وهو معادل لثلاثين ، وبعد إسقاط أحد عشر من المعادلين بقى شيئان معادلان لتسعة عشر ، قسمناه عليها خرجت من القسمة تسعة ونصف وهو العدد الأول				
الجواب	تسعة ونصف	نصف	أربعة عشر ونصف	ثلاثة ونصف	عشرون ونصف

المثال الحادى والعشرون :

خمسة رجال . قال الأول للثانى أعطنى أربعة أخماس ما معك ليكون ثمن هذا الفرس . وقال الثانى للثالث أعطنى ثلاثة أخماس ما معك ليكون ثمن الفرس ، وقال الثالث للرابع ، أعطنى خمس ما معك ، وقال الرابع للخامس أعطنى خمس ما معك ، وقال الخامس للأول أعطنى سدس ما معك ليكون ثمن الفرس .

فبالجبر والمقابلة ، فرضنا ثمن الفرس شيئا .

وما مع الرجل الأول واحداً لأن المسألة سيالة أى لا ينحصر المجهول فى مقدار واحد بل يمكن أن يكون أى عدد كان ، ووضعنا تتمة العمل فى جدول ليسهل ضبطه ، وهو هذا ولنسم الرجال بزيد وعمرو وبكر وخالد ووليد .

زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد
طلب أربعة أخماس ما مع عمرو ليكون ثمن الفرس	طلب ثلاثة أخماس ما مع بكر	طلب خمس ما مع خالد	طلب خمس ما مع وليد	طلب سدس ما مع زيد
فرضنا ما مع زيد واحدا نقصناه من الشيء أعنى ثمن الفرس ليبقى ما طلب من عمرو فبقى شيء إلا واحدا وهو أربعة أخماس ما مع عمرو ضربنا ربعه فى خمسه أو نزيده عليه فما حصل فهو ما مع عمرو وضعناه تحت اسمه	فيكون ما مع عمرو شيئا وربع شيء إلا واحدا أو ربعا ، نقصناه عن الشيء بقى ما طلب من بكر وهو واحد وربع إلا ربع شيء وهو ثلاثة أخماس ما مع بكر ، ضربنا ثلثه فى خمسه أو زدنا ثلثيه عليه ، فما حصل فهو ما مع بكر	فيكون مع بكر ٢ / ١ / ١٢ إلا ٥ / ١٢ نقصناه من الشيء . بقى ما طلب من خالد ١ / ٥ / ١٢ إلا ٢ / ١ / ١٢ وهو خمسا ما مع خالد	فيكون مع خالد ٣ / ١٣ / ٢٤ إلا ٥ / ٥ / ٢٤ نقصناه من الشيء بقى ما طلب من وليد ٥ / ٥ / ٢٤ إلا ٢ / ١٣ / ٢٤ وهو خمس ما مع وليد	فيكون مع وليد ٦ ٢ / ١ / ٤ ٢ إلا ١٣ / ١٧ / ١٤ نقصناه من الشيء بقى ما طلب من زيد ١٣ / ١٧ / ٢٤ إلا ٦ ٢ / ١ / ٤ ٢ وهو سدس ما مع زيد

ثم ضربنا ذلك السدس فى مخرج السدس حصل مقدار ما مع زيد بهذا الاختبار .

٢ ٨ ١٥٦ / ٦ إلا ٦ / ٤ ٢ ٢٤	وهو معادل لواحد لأننا فرضناه واحدا فى الأول فيكون بعد الجبر	١٥٧ / ٦ / ٢٤ عددا	٨٢ / يعادل ٦ / ٢٤ أشياء

فبسطنا الصحاح إلى الكسور فيها فصار العدد ٣٧٧٤ والأشياء المعادلة ١٩٧٤ ، فإذا قسمنا العدد على عدد الأشياء لخرج مقدار ثمن الفرس ، على أن ما مع زيد واحد كما فرضناه لكنا نريد أن لا يكون مع الأعداد المطلوبة كسر .

أخذنا العدد الحاصل من البسط وهو ٣٧٧٤ ثمن الفرس وعدد الأشياء الحاصلة من البسط وهو ١٩٧٤ مقدار ما مع زيد ، لأن المتعادلين هما مقدار واحد مقدر بمقياسين أحدهما شيء والآخر واحد ، فيكون نسبة العدد المعادل لعدد الأشياء إلى عدد الأشياء كنسبة الشيء الواحد إلى الواحد كما ذكرنا فى القاعدة التاسعة والثلاثين ، فإذا حصل ثمن الفرس ومقدار ما مع زيد حصلنا مقدار ما مع كل واحد من الباقين بأن نقصنا ما مع زيد عن ثمن الفرس فما بقى كان أربعة أخماس ما مع عمرو ، ثم زدنا ربعه عليه لحصل ما مع عمرو ، ثم نقصنا ما مع عمرو عن ثمن الفرس بقى ثلاثة أخماس ما مع بكر ، حصلنا منه ما مع بكر وقس عليه سائره .

زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد
١٩٧٤	٢٢٥٠	٢٥٤٠	٣٠٨٥	٣٤٤٥

وكتبنا أيضا هذه(١) المقادير على طريقة أصحاب السياقة لأنها أليق بأمثال هذه المحاسبات وأبين من غيرها هكذا .

لزيد	لعمرو	لبكر	لخالد	لوليد
١٩٧٤ بزيادة	٢٢٥٠ بزيادة	٢٥٤٠ بزيادة	٣٠٨٥ بزيادة	٣٤٤٥ بزيادة
١٨٠٠	١٥٢٤	١٢٣٤	٦٨٤	٣٢٩
أربعة أخماس ما لعمرو مضار	ثلاثة أخماس ما لبكر مضار	خمسا ما لخالد مضار	خمس ما مع وليد مضار	سدس ما مع زيد مضار
٣٧٧٤	٣٧٧٤	٣٧٧٤	٣٧٧٤	٣٧٧٤

وإن كان الجماعة أربعة زيد وعمرو وبكر وخالد .

وطلب كل منهم من صاحبه ما طلب سابقا ، إلا أن لخالد طلب من زيد ما طلب هناك من وليد ، فيعدل بين الواحد والعدد المستثنى بالأشياء الذى وضعناه هناك من تحت اسم الوليد ، وبسطناهما حصل ثمن الفرس ٦٠١ وما مع زيد ٣٠٥ فيكون للبواقى ومقدار ما يأخذ كل من صاحبه هكذا .

لزيد	لعمرو	لبكر	لخالد
٨٥ بزيادة ٦٤	٣٧٠ بزيادة ٣٧٠	٣٨٥ بزيادة ٢١٦	٥٤٠ بزيادة ٦١
أربعة أخماس	ثلاثة أخماس	خمسا	خمس
ما مع عمرو	ما مع بكر	ما مع خالد	ما مع زيد
فصار ٦٠١ (ثمان دينار)	فصار ٦٠١ (ثمان دينار)	فصار ٦٠١ (دينار)	فصار ٦٠١

وإن كان الرجال ثلاثة فهكذا حسابهم .

---

(١) هذه الجملة غير موجودة فى ل .

وإن كان الرجال ثلاثة فهكذا حسابهم :

لزيد	لعمرو	لبكر
٨٥ بزيادة ٦٤	٨٠ بزيادة ٦٩	١١٥ بزيادة ٣٩
وهو أربعة أخماس ما مع بكر	وهو ثلاثة أخماس ما مع بكر	وهو خمسا ما مع زيد
فصار ١٤٩	فصار ١٤٩	فصار ١٤٩

واما بالمفتوحات فرسمنا جداول بعدة الرجال ، وكتبنا فى كل جدول اسم رجل ووضعنا تحت كل اسم الكسر الذى يطلب من صاحبه ومخرجه ، ثم ضربنا الكسور بعضها فى بعض بأن ضربنا الكسر الأول فى الثانى ثم الحاصل فى الثالث وهكذا إلى أن يتم ، ونضع الحواصل تحت المخارج فى صف آخر ، بحيث وقع كل حاصل تحت المخرج المضروب فيه أعنى الحاصل الأول فى الجدل الثانى ، والثانى فى الثالث وقس عليه .

وكان الحاصل الأخير فى هذه المسألة ٢٤ سميناه المحفوظ الأول ، ثم ضربنا المخارج بعضها فى بعض ،ونضع الحواصل فى صف تحت حواصل الأول على ماسبق ، فكان الحاصل الأخير ٣٧٥٠ وسميناه المحفوظ الثانى .

ولما كان عدد الرجال فرداً ، جمعناهما صار ٣٧٧٤ وهو ثمن الفرس ، يصح منه ما مع كل واحد من الرجال ، وما طلب من صاحبه ، حيث كان زوجا ، فينبغى أن يؤخذ التفاضل بينهما ليبقى ثمن الفرس ، ولذلك رسمنا صفا آخر تحت حواصل الثانى ، ووضعنا فيه مجموع الحواصلين ، تحت أساس الفرد وتفاضلهما تحت أساس الزوج ، فما وقع منها فى الجدول الخامس هو ثمن الفرس إذا كان الرجال خمسة ، وما وقع فى الجدول الرابع للأربعة والثالث للثلاثة ، وفى الثاں الثانى للاثنين .

عدد الجداول	١	٢	٣	٤	٥	
الأسامى	زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد	
الكسور والمخارج	٤ ٥	٣ ٥	٢ ٥	١ ٥	١ ٦	
الحواصل الأولى		١٢	٢٤	٢٤	٢٤	← المحفوظ الأول
الحواصل الثانية		٢٥	١٢٥	٦٢٥	٣٧٥٠	المحفوظ الثانى
المجموع أو التفاضل		١٣	١٤٩	٦٠١	٣٧٧٤	
ما بلغ أو بقى بعد الزيادة والنقصان		٠ ١ ٤ زوج	١ ٥ ١٢ فرد	٢ ١٣ ٢٤ زوج	١٣ ١٧ ٢٤ فرد	
الخوارج من القسمات		١ ١ ٤	٠ ٥ ١٢	٣ ١٣ ٢٤	١٢ ١٧ ٢٤	٨٢ ٦ ٢٤
ما مع زيد			٥ اذا كانا اثنين	٨٥ اذا كانوا ثلاثة	٣٠٥ اذا كانوا أربعة	١٩٧٤ إذا كانوا خمسة

ثم رسمنا خطا تحت هذا الصف يبعد صالح ، وأعلمنا عليه علامات جداول الزوج والفرد ، ونسميه بخط العلامات . ثم قسمنا المخرج الأول على كسره أى الذى طلب زيد عمرو بمخرج واحد وربع وضعناه فى الجدول الثانى تحت خط العلامات ، ونقصنا منه واحداً لأن فيه علاقة الزوج ، ووضعنا الباقى وهو ربع فوقه ثم ضربنا هذا الربع فى المخرج الموضوع فى هذا الجدول ، حصل واحد وربع .

وقسمناه على كسره وهو ثلاثة خرج ٠ ٥ ١٢ وضعناه فى الجدول الثالث تحت خط العلامات

وزدنا عليه واحدا لأن الجدول فرد ووضعنا المجموع فوقه ثم ضربنا المجموع وهو ١ ٥ ١٢ فى المخرج

الموضوع فى هذا الجدول أيضا حصل ٧ ١ ١٢ قسمناه على كسره خرج ٣ ١٣ ٢٤

وضعناه فى الجدول الرابع تحت خط العلامات ثم نقصنا منه واحدا ووضعنا الباقى فوقه ثم ضربنا الباقى

فى المخرج الموضوع فيه حصل ١٢ ١٧ ٢٤

قسمناه على كسره فلم[1] يتغير لأن المقسوم عليه واحدا لفرديته[2] .

ووضعنا المجموع فوقه ، وضربناه فى المخرج الموضوع فيه حصل ٨٢ ٦ ٢٤

قسمناه على كسره لم يتغير .

وضعناه إما فى الجدول الأول أو خارج الجدول أيهما شيئا تحت خط العلامات ، ثم بسطناه كسورا ، وكذا البواقى التى وضعت تحت خط العلامات ووضعنا جميع المبسوطات تحتها فى صف آخر ، فما وقع خارج الجدول ، وهو ما مع زيد إذا كان الرجال خمسة ، وما وقع فى الجدول الخامس هو ما معه إذا كان الرجال أربعة وما وقع فى الرابع[3] للثلاثة ، وما وقع فى الثالث للاثنين .

وقد حسبنا أيضا ما كان خمسة رجال ، يطلب الأول نصف ماللثانى ، والثانى ثلث[4] ثلث ما للثالث ، والثالث ربع ما للرابع خمس ما للخامس ، والخامس سدس ما للأول فكان .

---

(١) فى ت فلا .

(٢) لفرديته ليست فى ت .

(٣) فى ت للرابع .

(٤) فى ثلث ما للثالث .

خالد ٤	بكر ٣	عمرو ٢	زيد ١	
١/٥	١/٤	١/٣	١/٢	
١	١	١		الحواصل الأول
١٢٠	٢٤	٦		الحواصل الثانية
١١٩	٢٥	٥		
١٥	٤	١		خط العلامات
زوج ١٧ زدناها على أربعة	فرد ٣ زدناها على ثلاثة	زوج ٣ زدناها على اثنين	مامع زيد	

مال الزيد	مال العمرو	مال البكر	مال الخالد
٧٥ بزيادة ٤٤	٨٨ بزيادة ٣١	٩٣ بزيادة ٢٦	١٠٤ بزيادة ١٥
نصف الثاني	ثلث الثالث	ربع الرابع	خمس الأول
فصار ١١٩	فصار ١١٩	فصار ١١٩	فصار ١١٩

لزيد	لعمرو	لبكر	لخالد	لوليد
٤٦٥ بزيادة	٥٣٠ بزيادة	٥٧٣ بزيادة ١٤٨	٥٩٢ بزيادة	٦٢٥ بزيادة
٢٦٥ نصف الثاني	١٩١ ثلث الثالث	ربع الرابع ما لخالد	١٢٩ وهو خمس	٧٦ وهو سبع مال الزيد
فصار ٧٣١	فصار ٧٣١	فصار ٧٣١	مال الوليد فصار ٧٣١	فصار ٧٣١

المثال الثاني والعشرون :

لزيد ألف وثلث ما لعمرو ، ولعمرو ألف وربع ما لبكر ، ولبكر ألف إلا سدس ما لخالد ، ولخالد ألف وسبع ما لزيد ، استخرجا بالجبر والمقابلة هكذا :

فرضنا ما لزيد شيئا	فيكون ما لعمرو	فيكون ما لبكر	فيكون ما لخالد ألفا وسبع
فرضنا ما لزيد شيئا فيكون ما لخالد ألفا وسبع شيء ، وضعناه تحت اسم خالد وعملنا منه تقهقر الآن ما لخالد زائد على ألف بسبع ما لزيد	فيكون ما لعمرو ١٢٠٨ ١/٣ إلا ١٦٨ / أ أخذنا ثلثه فكان ٤٠٢ ٧/٩ أ / ٥٠٤ زدناه على ألف ليبلغ ما لزيد	فيكون ما لبكر ٨٣٣ ١/٣ إلا أ / ٤٢ أخذنا ربعه فكان ٢٠٨ ١/٣ إلا أ / ١٦٨ زدناه على ألف ليبلغ ما لعمرو	فيكون ما لخالد ألفا وسبع شيء أخذنا سدسه كان منه العدد ومنه الشيء ١٦٦ ٢/٣ أ / ٤٢ نقصناه عن ألف ليبقى ما لبكر
فيكون ما لزيد باعتبار ما عملنا بالقهقرى ١٤٠٢ ٧/٩ إلا أ / ٥٠٤ وهو معادل لشيء لأنه كان باعتبار الفرض الأول شيئا واحدا			

وبعد الجبر يعادل ١٤٠٢ $\frac{٩}{٧}$ عدداو ١ $\frac{١}{٥٠٤}$ شيئا قسمنا العدد على عدد الأشياء ، بأن بسطنا الشيء وكسره صار ٥٠٥ ، ولما كان مخرج كسر العدد عاد المخرج كسر ذلك[1] الشيء ، ضربنا العدد مع كسره فى مخرج كسر الشيء وهو ٥٠٤ حصل ٧٠٧٠٠٠ قسمناه على مبسوط الشيء وكسره وهو ٥٠٥ خرج من القسمة ١٤٠٠ وهو ما لزيد جمعنا منه البواقى هكذا .

لزيد	لعمرو	لبكر	لخالد
١٤٠٠ أخذنا سبعة	١٢٠٠ أخذنا	٨٠٠ أخذنا ربعه	١٢٠٠ أخذنا سدسه
فكان ٢٠٠	ثلثه فكان ٤٠٠	فكان ٢٠٠	فكان ٢٠٠
زدناه على ألف بلغ	زدناه على ألف بلغ	زدناه على ألف	نقصناه عن ألف
ما هو لخالد	ما لزيد كما سبق	بلغ ما هو لعمرو	بقي ما هو لبكر

المثال الثالث والعشرون :

بقرة وزن كل واحد من ارجلها كعب وزنها ، ووزن راسها يساوى مجموع أرجلها ، والباقى ضعف مربع رجل واحد .

فرضنا وزن البقرة كعبا ، فيكون وزن رجل واحد منها شيئا ، ويكون وزن راسها اربعة اشياء والباقى مالين ، فالمجموع ثمانية أشياء ومالين يعادل كعبا .

ولما كانت المناسبة بين الأجناس الثلاثة كالمناسبة بين العدد والشيء والمال ، بدلنا الأشياء بالعدد والمالين بالشيئين والكعب بمال ، فيصير ثمانية أعداد وشيئان معادلا لمال .

انتهى بالثالثة من المقترنات ، زدنا مربع نصف عدد الأشياء ، وهو واحد على العدد بلغت تسعة ، أخذنا جذره فكان ثلاثة ، زدنا عليه نصف عدد الأشياء بلغت أربعة وهو الشيء المجهول ، أعنى وزن رجل واحد ومكعبها أربعة وستون ، وهو وزن البقرة ، وأربعة أمثال رجل واحد ستة عشر ، وهو يساوى وزن الرأس فبقى اثنان وثلاثون وهو ضعف مربع رجل واحد .

المثال الرابع والعشرون :

مجسم كاسطوانة[1] مجوفة مربعة القاعدة طوله بقدر مجموع ضلع القاعدة ومكعبه ؛ وفى طوله تجويف

---

(١) زائدة في ت .

(١) فى ت كاستوانة .

اسطوانى[1] قاعدته ذراع فى ذراع ؛ وطوله أقصر من طول الجسم بقدر ضلع قاعدة الجسم ؛ ومساحة الجسم مائتان وثلاثة واربعون ذراعا ؛ نريد معرفة مقدار ضلع قاعدته وطوله .

فرضنا ضلع قاعدته شيئا ؛ فيكون قاعدته مالا إلا واحدا ؛ ويكون طوله كعبا وشيئا ؛ ضربناه فى القاعدة حصل مال كعب إلا شيئا ؛ زدنا عليه ما قصر طول التجويف عن طول الجسم وهو شىء واحد بلغ مال كعب ، وهو معادل لمائتين وثلاثة وأربعين .

فقد انتهى إلى غير المسائل الست ؛ وأشرنا إلى استخراج أمثاله فى الفصل العاشر من الباب الأول من هذه المقالة ، فعلى ما ذكرنا فيه قسمنا العدد وهو مائتان وثلاثة وأربعون على عدد مال الكعب ؛ وهو واحد خرج المقسوم بعينه ، لأن المقسوم عليه واحد ، أخذنا ضلعه الأول على أنه مال كعب ؛ كان ثلاثة وهى ضلع قاعدة الجسم حصلنا مكعبه كان سبعة وعشرين ؛ وهو مع الضلع ثلاثون ؛ وهو طول الجسم .

امتحان مساحته : ضربنا ضلع قاعدته وهو ثلاثة فى نفسه حصلت تسعة ؛ ضربناها فى طوله وهو ثلاثون حصل مائتان وسبعون ، وهو مساحته مع التجويف ، نقصنا منه مساحة التجويف وهو حاصل ضرب واحد فى واحد فى سبعة وعشرين يكون سبعة وعشرين ، بقى مائتان وثلاثة وأربعون كما فرض .

المثال الخامس والعشرون :

سمكة رأسها أربعة اتساع وزنها ، وذنبها خمسة أمثال ضلع أول وزنها على أنه مال كعب والباقى ثمانية أمثال وزن[2] ذنبها .

فبالجبر والمقابلة فرضنا وزن السمكة مال كعب ، فيكون ذنبها خمسة أشياء ، ورأسها أربعة اتساع مال كعب ، يكون الباقى خمسة اتساع مال كعب إلا خمسة أشياء ، يعادل أربعين شيئا لأن البدن أربعون مثلا لضلع الأول ، لأنه ثمانية أمثال الذنب وهو خمسة أمثال الضلع الأول .

وبعد الجبر يكون خمسة أتساع مال كعب معادلا لخمسة وأربعين شيئا ، فانتهى إلى المسائل التى اشرنا إليها فى الفصل العاشر من الباب الأول من هذه المقالة ، فقسمنا عدد الأشياء على عدد أموال الكعب بأن ضربناه فى مخرج التسع حصل أربعمائة وخمسة ، قسمناه على الكسر وهو خمسة خرج واحد وثمانون ، ولما كان التفاوت بين منزلتى الجنسين المتعادلين أربعة وهى عدد منزلة مال المال ، فخارج القسمة يكون من منزلة مال المال .

اخذنا ضلع اوله فكان ثلاثة وهو الشىء المجهول ، اعنى ضلع اول وزن السمكة ، على أنه مال كعب ، فيكون وزن السمكة مائتين وثلاثة وأربعين ، ووزن ذنبها خمسة وعشر ووزن رأسها مائة وثمانية ، وبقى وزن البدن مائة وعشرون وهو ثمانية أمثال الذنب .

وبالتحليل والتركيب فرضنا الذنب سهما ، فيكون بدنها ثمانية أسهم مجموعهما تسعة أسهم وهى خمسة أتساع وزن السمكة ، بسطناها أخماسا فصارت خمسة وأربعين ، أخذنا أربعة اخماسها فكانت ستة وثلاثين ، وهو سهام رأس السمكة ، مجموعها احد وثمانون سهما .

---

(١) فى ت استوانى .

(٢) زائدة فى ت .

وهو مائتان وثلاثة وأربعون منا فيكون سهم منها ثلاثة أمنان .

الفصل الثاني : مشتمل على ثمانية امثلة فى الوصايا [٢١١]

والطريق فيها أن نطلب أقل عدد يصح من أنصباء الورثة والوصايا ، فإن كانت التركة مثله فهو المطلوب ، وإن كانت أكثر منه أو أقل نقسمها عليه و نضرب الخارج من القسمة فى سهام الأنصباء ليحصل نصيب كل واحد من الورثة والوصايا .

المثال الأول[1] : رجل خلف ثلاثة بنين واوصى لرجل بمثل نصيب احدهم وللاخر بثلث ما يبقى من ثلث التركة بعد النصيب .

فبالجبر والمقابلة فرضنا التركة شيئا ، ونقصنا[2] من ثلثه نصيبا واحدا للموصى له الأول بقى ثلث شىء إلا نصيبا ، اخذنا منه ثلثه للموصى له الثانى وهو تسع شىء إلا ثلث نصيب ، نقصناهما أعنى الوصيتين معا عن الشىء ، بقيت ثمانية اتساع شىء إلا ثلثى نصيب ، وهو معادل لثلاثة أنصباء ، وهو عدد الورثة .

وبعد الجبر يصير ثمانية اتساع شىء معادلا لثلاثة أنصباء ، وثلثى نصيب .

انتهى بالأولى من المفردات فأردنا أن نقسم العدد على عدد الأشياء وطريق هذه القسمة كماسبق فى القسمة ، ان نجعل الصحاح كسورا ، ونوحد المخرجين ونقسم المقسوم على المقسوم عليه ، فصار المقسوم ثلاثة وثلاثين ، لأنا جعلنا ثلاثة الأنصباء وثلثى نصيب اتساعا كما كان كسر الأشياء ، وصار المقسوم عليه ثمانية فإن نقسم المقسوم على المقسوم عليه يخرج منه صحاح وكسور ، ونحتاج إلى بسطه .

فأخذنا الثلاثة والثلاثين الشىء المجهول ، أعنى التركة والثمانية النصيب بقلب التسمية ، لأن نسبة العدد إلى عدد الأشياء كنسبة الشىء المجهول إلى الواحد على ما سبق فى القاعدة التاسعة والثلاثين [٢١٢] .

امتحانه إذا كانت التركة ثلاثة وثلاثين فيكون ثلثه إحد عشر ، فأخذنا منه الموصى له الأول ثمانية بقيت ثلاثة وأخذ الموصى له الثانى ثلثها وهو واحد فيكون مجموع الوصيتين تسعة ، بقيت من التركة أربعة وعشرون وهو أيضاً ثلاثة بنين ، فيكون نصيب كل واحد منهم ثمانية وضعناها هكذا :

التركة		ثلاثة وثلاثون		
الوصية		الورثة		
تسعة		أربعة وعشرون		
زيد	عمرو	ابن	ابن	ابن
ثمانية	واحد	ثمانية	ثمانية	ثمانية

(١) فى ت الأل وهو خطا صحته الأول .

(٢) فى ل وأخذنا .

ولأبي علي الحسن بن الحارث الحبوبي الخوارزمي [٢١٣] طريقة في استخراج أمثال هذه المسائل يحصل منه المطلوب بأسهل تأمل ، وهي أن نفرض التركة مستطيلا ونجعله ثلاثة سطوح متساويات كسطوح اهـ هـد د ب ونقسمها في العرض بخط رح ط ي ؛ فاذا كان كل واحد من سطوح اح هـ ح د هـ د ي

نصيب ؛ فيكون سطح ط ب ما يبقى من الثلث بعد النصيب ؛ ولأن د ب ثلث التركة هـ د ي نصيب واحد ، ثم نقسم سطح رب ثلاثة أقسام متساويات في العرض كسطوح رك هـ ك ل هـ ل ب فيكون سطح ط ك ثلث ما تبقى من الثلث بعد النصيب وهو الوصية الثانية ، فبقيت من السطوح الصغار ثمانية وهي نصيب واحد هـ اح نصيب آخر هـ د ح نصيب آخر هـ د ي الوصية الأولى ، وكل واحد منها ثمانية هـ ط ك الوصية الثانية وهو واحد ، فيكون التركة ثلاثة وثلاثين .

وأيضا لأن السطوح الصغار تسعة والكبار ثلاثة وكل واحد منها يساوي ثمانية من الصغار فيكون أربعة وعشرين مجموعها ثلاثة وثلاثون .

المثال الثاني :

رجل خلف ثلاثة بنين ، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه إلا ثلث ما يبقى من الثلث بعد الوصية .

فبالجبر والمقابلة فرضنا الوصية شيئا ، فيكون التركة ثلاثة أنصباء وشيئا ، يكون ثلثه نصيبا وثلث شيء ، نقصنا عنه الوصية وهي شيء بقي نصيب إلا ثلث شيء ، أخذنا ثلثه فكان ثلث نصيب إلا تسع شيء ، وهو المستثنى من نصيب الموصى له ، نقصناه عن نصيب بقي ثلثا نصيب وتسعا شيء يعادل شيئا .

وبعد إسقاط تسعي شيء من المتعادلين بقي ثلثا نصيب يعادل سبعة أتساع شيء ، قسمنا العدد على عدد الأشياء فخرجت ستة أسباع نصيب ، وهي الشيء المجهول .

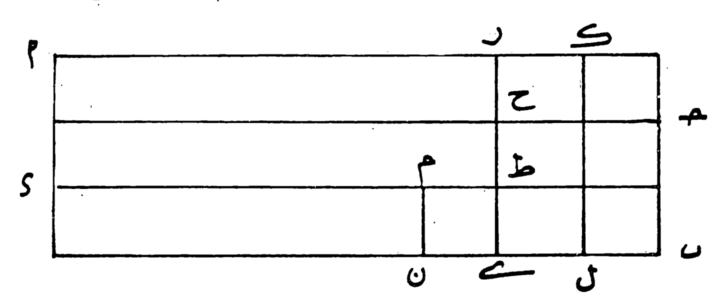
فاذا كان نصيب واحد سبعة تكون الوصية ستة والتركة سبعة وعشرين كتبناها هكذا [٢١٤] .

التركة	سبعة وعشرون
الوصية	الورثة
ستة	واحد وعشرون
	ابن ابن ابن
	سبعة سبعة سبعة

طريق آخر : ولما كانت الوصية مثل نصيب ابن واحد إلا ثلث ما يبقى من الثلث بعد الوصية ، فيكون مثل نصيب إلا نصف ما يبقى من الثلث بعد النصيب ، فإذا فرضنا التركة شيئاً ، و نقصنا من ثلثه نصيباً بقى ثلث شىء إلا نصيباً ، نقصنا نصفه وهو سدس شىء إلا نصف نصيب عن نصيب بقى نصيب و نصف إلا سدس شىء وهو الوصية ، نقصناه عن الشىء بقى شىء وسدس شىء إلا نصيباً و نصف نصيب ، وهو معادل لثلاثة أنصباء .

و بعد الجبر يكون شىء وسدس شىء معادلا لأربعة أنصباء و نصف ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج الشىء المجهول سبعة وعشرين وهو التركة والنصيب سبعة ، لأن الأول بسط العدد والثانى بسط الشىء والوصية ستة .

و بطريق أبى حسن بن الحارث الحبوبى جعلنا التركة مستطيلا كسطح ا ب وقسمناه ثلاثة سطوح متساويات كسطوح ا ح ه ح ء ه ء ب وقسمنا الثلاثة بخط ر ح ط ے ثم قسمنا سطح ر ب بخط ك ل قسمين



متساويين فيصير ر ب ستة سطوح صغار متساويات ، وأخذنا من ء ے سطح م ے بخط م ن مثل أحد السطوح الستة الصغار ، فاذا كان كل واحد من ا ح ه ء ح ه ء ے نصيباً ، يكون ء ن مقدار الوصية لأنه ناقص عن ء ے النصيب بسطح م ے الذى هو ثلث م ب أعنى ما يبقى من الثلث[1] بعد ء ے النصيب ، فبقى من السطوح الصغار سبعة معادلة لنصيب .

فيكون كل نصيب سبعة والوصية ستة كما سبق

المثال الثالث :

رجل خلف ابنا وثلاث بنات ، وأوصى لرجل بمثل نصيب ابنه ، ولآخر بثلث ما يتبقى من الثلث بعد نصيب الابن ، ولآخر بمثل نصيب بنت وثلثه[٢١٥] .

فرضنا التركة شيئا وباقى العمل أوردناه فى هذا الجدول[٢١٦] .

يصح الفريضة من خمسة ولأن الوصية الثالثة مثل نصيب بنت وثلاثة ، فلأجل الثلث يصح من خمسة عشر نصيب كل بنت ثلاثة و نصيب ابن ستة	فيكون الوصية الأولى ستة	والوصية الثانية أخذنا ثلث التركة أعنى ثلث الشىء و نقصنا منه النصيب وهو ستة بقى ثلث شىء إلا ستة أخذنا ثلثه فكان تسع شىء إلا اثنين وهو الوصية الثانية	والوصية الثالثة مثل نصيب بنت وثلاثة فيكون أربعة

(١) فى ل ناقص الجملة التالية (وهو ء ب بعد الوصية وهو ء ن بل هو نصف ط ب أعنى مايبقى من الثلث بعد ء ے

جمعنا الفريضة والوصايا ، فكان المجموع ثلاثة وعشرين عددا وتسع شيء ، وهو معادل لشيء واحد ، وبعد إسقاط تسع الشيء المشترك من المتعادلين تكون ثلاثة وعشرون عدداً معادلا لثمانية إتساع شيء ، قسمنا العدد على عدد الأشياء ، بل بسطنا العدد اتساعا فكان مائتين وسبعة ، وكانت أتساع الشيء ثمانية ، فبالقاعدة التاسعة والثلاثين إذا جعلنا التركة مائتين وسبعة تكون واحد من السهام التي يصح منها الفريضة ثمانية ، ضربناها في فرص البنت منه وهو ثلاثة حصل نصيب بنت أربعة وعشرين ، فيكون نصيب ابن ثمانية وأربعين وكتبنا جميع الأنصبة على منهاج السياقة هكذا .

التركة مايتان وسبعة سهام

الفريضة		الوصية	
ماية وعشرون سهما		سبعة وثمانون سهما	
ابن	بنت	زيد	عمرو
٤٨	٢٤	مثل نصيب ابن	ثلث ما يبقى من التركة
بنت	بنت	٤٨	بعد إخراج نصيب
٢٤	٢٤	بكر	الابن
		مثل نصيب بنت وثلث	حصل
		ليكون ٣٢	٧

هكذا يصح إذا جاز الورثة لأن الوصية أكثر من ثلث التركة .

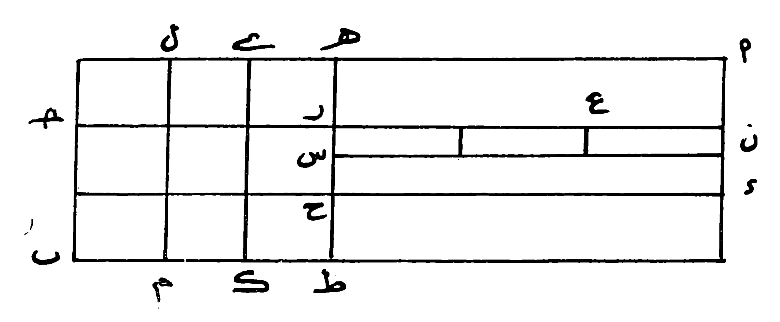
وفي الشرع المطهر[٢١٧] ان الوصية يصح من ثلث التركة ، وإذا جاوز عنه لم يجز إلا إذا جاز الورثة ، فإن لم يجيزوا فلينقسم ثلث التركة على الوصايا بحسب سهامهم وثلثاها على الورثة .

مثلا في هذه المسألة : أردنا أن يصح أنصباء الورثة والوصية ، ويكون الوصايا ثلث التركة ، ضعفنا مجموع الوصايا وهو سبعة وثمانون فكان مائة وأربعة وستين ، ولما لم يصح منه انصباء الورثة اعني كان مباينا للخمسة التي يصح منها ضربناه في الخمسة حصل ثمان مائة وسبعون ، وهو الفريضة ، قسمناه على الورثة ، وكذا ضربنا حصة كل واحد من الوصية في الخمسة حصل الوصايا ٢٦٢ ومجموعها ثلث التركة هكذا[٢١٨] .

التركة (ألف وخمسة وثلاثون)

الفريضة				الوصية		
ثمانمائة وسبعون				مائة خمسة وستون		
ابن	بنت	بنت	بنت	زيد	عمرو	بكر
ثلاثمائة ثمانية وأربعون	مائة أربعة وسبعون	مائة أربعة وسبعون	مائة وأربعة وسبعون	مائتان وأربعون	خمسة وثلاثون	مائة وستون

وأما على قياس طريقة أبي علي الحسن بن الحارث الحبوبي ، فرضنا التركة سطح ا ب ، وقسمنا ثلاثة سطوح كسطوح ا ح ن ح ى ن ى ب ثم قسمنا تلك السطوح بخط هـ ر ع ط ، وقسمنا سطح هـ ب ثلاثة أقسام بخطي ے ك ن ل م وفرضنا أن سطح ى ط نصيب ابن ، وضففناه للوصية الأولى وسطح ع ك للوصية الثانية ، لأن ثلث ما يبقى أعني ع ب من الثلث وهو ى ب بعد نصيب ى ط ، ثم قسمنا ى ر قسمين بخط ه س و أخذنا من سطح ه ر سطح ه ع ثلث ر ه فوضعنا مجموع سطحي ه ع ن ه ع الذي هو مجموع نصيب بنت وثلاثة للوصية الثالثة ، ووضعنا سطح ا ر لنصيب الابن ، وبقي س ع ثلثا نصيب بنت ، فبقيت



ثمانية سطوح صغار ، وهو معادل لنصيب بنتين وثلث نصيب ، إذا كان س ع ثلثي نصيب قسمنا الثمانية على الاثنين وثلث خرجت ثلاثة وثلاثة أسباع فيكون ثلاثة سطوح صغار وثلاثة أسباع سطح منها نصيب بنت واحد .

فإذا جعلنا سطحا واحدا منها سبعة يكون نصيب بنت واحد أربعة وعشرين ونصيب ابن ثمانية وأربعين ، ومجموع الفريضة مائة وعشرين والوصية الأولى ثمانية وأربعين والثانية سبعة ، والثالثة اثنين وثلاثين كما سبق .

« المثال الرابع »

رجل خلف أبوين وابنين وبنتين واوصى لرجل بمثل نصيب ابن ولآخر بتكملة السدس بنصيب بنت ، ولآخر بتكملة الخمس بنصيب الأم والآخر بثلث ما يبقى من الثلث بعد الوصايا الأربع .

صححنا الفريضة أولا خرجت من ثمانية عشر لكل بنت اثنان ولكل ابن أربعة ، ولكل من الأبوين ثلاثة ، ففرضنا التركة شيئا ، فيكون الوصايا هكذا (٢١٩) .

فجمعنا الوصايا الأربع الحاصلة في الجداول كانت من العدد خمسة ومن الشيء ثلاثة عشر جزءا من تسعين ، زدنا عليه ثمانية عشر وهو الفريضة بلغت ثلاثة وعشرين عددا وثلاثة عشر جزءا من تسعين من شيء ، وهو معادل لشيء واحد .

وبعد إسقاط المشترك تكون ثلاثة وعشرين عددا معادلا لسبعة وسبعين جزءا من تسعين من شيء ، ضربنا العدد في مخرج الأشياء حصل ألفان وسبعون وهو أقل عدد يصح منه الفريضة والوصية معا ، وضربنا السبعة والسبعين الذي هو كسر الشيء في ثمانية عشر حصل ألف وثلاثمائة وست وثمانون وهو الفريضة منه ، وفي كل واحد من الأنصباء حصل ذلك النصيب منه هكذا .

فيكون الوصية الأولى مثل نصيب ابن وهو أربعة	والوصية الثانية سدس شيء إلا اثنين	والوصية الثالثة خمس شيء إلا ثلاثة	وأما الوصية الرابعة فلأنا فرضنا التركة شيئا والفريضة ثمانية عشر ليصح منه الأنصباء ، فيكون مجموع الوصايا الأربع شيئا إلا ثمانية عشر نقصناه عنه ثلث الشيء ، بقيت ثمانية عشر إلا ثلثي شيء ، أخذنا ثلثه فكان ستة إلا تسع شيء وهو الوصية الرابعة

التركة ألفان وسبعون سهما			
بالإرث		بالوصية	
الوالد	الوالدة	الموصى	الموصى
ضربنا الثلاثة في سبعة وسبعين حصل ٢٣٤	مثل الوالد ٢٣١	له الأول مثل نصف ابنه ٢٣١	له الثاني كان له سدس التركة ٣٤٥ منها ١٥٤ حصة بنت ١٩١
الابن	الابن	الثالث	الرابع
ضربنا الأربعة في السبعة والسبعين حصل ٣٠٨	الآخر ٣٠٨	كان له خمس التركة ٥١٤ منها ٢٣١	كان له ثلث التركة ٦٩٠ منها الوصايا الأربع ٦٨٤ يكون ثلثها اثنان
البنت ١٥٤	البنت ١٥٤	نصف الأم ١٨٣	

المثـال الخامس :

رجل أوصى لزيد نصف التركة ولعمرو ثلثها ولبكر ربعها ولخالد خمسها ولوليد سدسها ، واقل عدد يصح منه هذه الكسور ستون ، فإذا أخذنا هذه الكسور حصلت سبعة وثمانون أكثر من الأصل ، فينبغي

فى أمثال هذه ان نقسم التركة عليهم على تلك النسبة ، ويقال لهذا العمل[1] العول ، فكأنه أوصى لزيد بثلاثين سهما من سبعة وثمانين ، ولعمرو بعشرين سهما من سبعة وثمانين أيضاً ، ولبكر بخمسة عشر سهما منه ، ولخالد باثنى عشر سهما منه ، ولوليد بعشرة سهام منه ، ثم نهبوا التركة وعرف القاضى مقدار ما نهب كل واحد ، فاسترد من زيد نصف ما نهب ومن عمرو ثلث ما نهب ومن بكر ربع ما نهب ومن خالد خمس ما نهب ومن وليد سدس ما نهب .

وجمع وقسم عليهم بالسوية ، فحصل لكل واحد منهم مما بقى عنده بعد ما استرده القاضى ومما أعطاه القاضى ما هو نصيب له .

أردنا أن نعرف مقدار ما نهب كل واحد منهم .

ففرضنا جميع ما استرد القاضى شيئا ، فيكون ما أعطى كل واحد خمس شىء ، وأوجدنا ما فى العمل فى الجدول (٢٢٠) .

ما بقى لزيد بعد استرداد القاضى ثلاثون إلا خمس شىء ولأنه نصف ما نهب فيكون ما استرد القاضى منه ثلاثون إلا خمس شىء	وما بقى لعمرو بعد الاسترداد عشرون إلا خمس شىء ولأنه مثلا ما استرد منه القاضى إذ هو ثلث ما نهب ، فيكون ما استرد منه عشرة إلا عشر شىء	وما بقى لبكر بعد المسترد خمسة عشر إلا خمس شىء وهو ثلاثة أمثال ما استرد القاضى منه إذ هو ربع ما نهب فيكون مقدار المسترد خمسة إلا ثلث خمس شىء	وما بقى لخالد اثنى عشر إلا خمس شىء وهو أربعة أمثال ما استرد القاضى منه إذ هو خمس ما نهب فيكون مقدار المسترد ثلاثة إلا نصف عشر شىء	وما بقى لخالد عشرة إلا خمس شىء ، وهو خمسة أمثال المسترد ، إذ هو سدس ما نهب ، فيكون مقدار المسترد اثنين إلا خمس خمس شىء أى جزء من خمسة وعشرين من شىء

فجمعنا ما استرد القاضى منهم كان خمسين إلا مائة وسبعة وثلاثين جزءا من ثلثمائة جزء من شىء ، وهو يعادل الشىء المفروض .

وبعد الجبر يكون خمسون معادلا لشىء ومائة وسبعة وثلاثين جزءا من ثلاثمائة من شىء ، فإذا قسمنا العدد على عدد الأشياء يخرج خمسون جزءا من اربعمائة وسبعة وثلاثين ، وهو الشىء المجهول ، اى ما استرد القاضى منهم ، لكننا نريد مقادير الأنصباء وما نهب كل منهم والمسترد صحاحا ، فبسطنا كل واحد من المعادلين ، فحصل من بسط العدد خمسة عشر الفاً اخذناه الشىء المجهول ، أعنى ما استرده القاضى منهم ، وحصل من بسط الأشياء اى خمسون[2] اربعمائة وسبعة وثلاثون .

أخذناه مقدار سهم واحد من السهام المذكورة ، فضربناه فى كل واحد من الأنصباء ، وكذا فى مجموعها ، أعنى سبعة وثمانين حصلت التركة ثمانية وثلاثين ألفا وتسعة عشر .

---

(١) في ل العلم

(٢) أى خمسون ليست فى ت

وهذا أقل عدد يصح منه هذه المسالة .

وحساب ما ذهب كل واحد هكذا فى الجداول .

زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد
ضربنا بسط الأشياء وهو ٤٣٧ فى حصة زيد وهو ثلاثون حصل ١٣١١٠ وهو نصيب زيد نقصنا منه خمس المسترد وهو ٣٠٠٠ بقى ١٠١١٠ ضعفناه حصل ما ذهب زيد ٢٠٢٢٠	ضربنا بسط الأشياء فى عشرين حصل نصيب عمرو ٨٧٤٠ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقى ٥٧٤٠ زدنا عليه نصفه وهو ٢٨٧٠ بلغ ما ذهب عمرو ٨٦١٠	ضربنا بسط الأشياء فى خمسة عشر حصل نصيب بكر ٦٥٥٥ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقى ٣٥٥٥ زدنا عليه ثلثه وهو ١١٨٥ بلغ ما ذهب بكر ٤٧٤٠	ضربناه فى اثنى عشر حصل نصيب خالد ٥٢٤٤ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقى ٢٢٤٤ زدنا عليه ربعه وهو ٥٦١ بلغ ما ذهب ٢٨٠٥	ضربناه فى عشرة حصل نصيب وليد ٤٣٧٠ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقى ١٣٧٠ زدنا عليه خمسه وهو ٢٧٤ بلغ ما ذهب وليد ١٦٤٤

امتحانه بطريق أهل السياقة هكذا :

التركة ٣٨٠١٩ وما استرد القاضى ١٥٠٠٠ خمسة ٣٠٠٠				
زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد
ذهب ٢٠٢٢٠	ذهب ٨٦١٠	ذهب ٤٧٤٠	ذهب ٢٨٠٥	ذهب ١٦٤٤
ما استرد القاضى بالنصف ١٠١١٠	استرد القاضى بالثلث ٢٨٧٠	منها المسترد بجو الربع ١١٨٥	المسترد بجو الخمس ٥٦١	منها المسترد بالسدس ٢٧٤
بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور	بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور	بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور	بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور	بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور
يكون ١٣١١٠	يكون ٨٧٤٥	يكون ٦٥٥٥	يكون ٥٢٤٤	يكون ٤٣٧٠

المثال السادس :

رجل خلف ثلاثة بنين واوصى لرجل بجذر نصيب أحدهم .

ولا يجوز فى أمثال هذا أن نأخذه عددا يصح منه الأنصباء والوصية ، ونقسم التركة عليه لأن نسبة جذر إلى مجذوره لا يكون كنسبة جذر آخر إلى مجذوره ، ولا يكون النسبة بين كل عددين كالنسبة بين مربعيهما مطلقا ، كما مر فى القاعدة الثالثة والأربعين ، فينبغى أن نعرف مقدار التركة ، ثم نفرض النصيب مالا والوصية شيئا ، فيكون ثلاثة أموال وشىء معادلا لتركة كم كانت ، وبعد الرد يكون مال وبعد الرد يكون مال واحد وثلث شىء معادلا لثلث التركة ، فالمسألة هى الأولى من المقترنات ، فنربع نصف عدد الأشياء ونزيده على ثلث التركة ، ونأخذ جذره إن كان منطقا ، وإلا فبتقريب لا يعتد منه ، وتنقص منه نصف عدد الأشياء فما بقى فهو الوصية ، ومربعه نصيب واحد(٢٢١) .

وإن اتفق أن يكون التركة مثلا ألفا ومائتين وعشرين فيكون الوصية عشرين ، وكل نصيب أربعمائة ، وهو مربع الوصية ، وأما إن كانت غيره فلا يجوز أن يقسموه بهذه النسبة لما مر[1] .

المثال السابع :

رجل خلف ثلاثة بنين وأوصى لرجل بمثل نصيب أحدهم ، ولآخر بجذر ما يبقى من الثلث بعد النصيب ، وينبغى أن يكون التركة معلومة لما مر فى المثال المتقدم وليكن ألف دينار .

فرضنا الوصية الثانية شيئا ، فيكون ما يبقى من الثلث بعد النصيب مالا ، نقصناه عن ثلث التركة وهو ثلاثمائة وثلاثة وثلاثون دينارا وثلث دينار بقى ثلاثمائة وثلاثون دينارا ، وثلث دينار إلا مالا ، وهو نصيب واحد .

فيكون مجموع الوصيتين والأنصباء الثلاثة ألفا وثلاثمائة وثلاثة وثلاثين دينارا وثلث دينار وشيئا إلا أربعة أموال ، وهو معادل الألف دينار .

وبعد الجبر والمقابلة تكون ثلاثمائة وثلاثةوثلاثون دينارا وثلث دينار وشىء معادلا لأربعة أموال ، وبعد الرد تكون ثلاثة وثمانون دينارا وثلث دينار وربع شىء معادلا لمال واحد .

انتهى بالثالثة من المقترنات ، أخذنا مربع نصف عدد الأشياء ، فكان جزءا من أربعة وستين ، زدناه على العدد بلغت ثلاثة وثمانين وسبعة وستين جزءا من مائة واثنين وتسعين ، حولنا الكسر إلى الأعشار وثانيها وثالثها ورابعها صار ثلاثة وثمانين و٣٤٨٩ رابع الأعشار .

أخذنا جذره بتقريب لا يعتد تفاوتاً ، فكان تسعة و١٢٩٥ رابع الأعشار ، زدنا عليه نصف عدد الأشياء وهو الثمن أى ١٢٥ ثالث الأعشار بلغت تسعة و ٢٥٤٥ رابع الأعشار ، وهو مقدار الوصية ، نقصناه عن ألف بقى تسعمائة وتسعون و ٧٤٥٥ رابع الأعشار ، قسمناه على أربعة خرج مائتان وسبعة وأربعون و ٦٨٦٤ رابع الأعشار ، وهو مقدار نصيب واحد (٢٢٢) .

امتحانه : نقصناه عن ثلث التركة ، بقيت خمسة وثمانون و ٦٤٦٩ رابع الأعشار ، أخذنا جذره فكان تسعة

---

(١) ليست في ل فهى زائدة

و ٢٥٤٥ رابع الأعشار مثل الوصية الثانية ، فإن اتفق أن يكون التركة ٧٩٢ يكون ثلثها ٢٦٤ فيكون نصيب واحد ٢٦٤ إلا مالا ، فمجموع الأنصباء والوصيتان ١٠٥٦ وشيء إلا أربعة أموال يعادل ٠٧٩٢ .

وبعد الجبر والمقابلة والرد يكون ٦٦ عددا وربع شيء معادلا لمال واحد ، أخذنا مربع نصف عدد الأشياء ، فكان جزءا من أربعة وستين ، زدناه على العدد بلغ ٦٦ وجزءا من أربعة وستين ، وهو منطق بالجذر .

أخذنا جذره فكان ثمانيه وثمنازدنا عليه نصف عدد الأشياء بلغت ثمانية وربعا وهو مقدار الوصية الثانية ، نقصناه عن التركة وهى ٧٩٢ بقى ٧٨٣ وثلاثة أرباع ، أخذنا ربعه فكان ١٩٥ و ١٥ جزءاً من ٦٤ وهو نصيب واحد فإذا نقصناه من ثلث التركة بقى مربع ثمانية وربع بعينه .

« الفصل الثالث » :

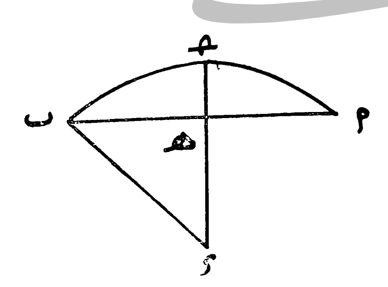
تشتمل على ثمانية أمثلة (٢٢٣) .

مجهولاتها مستخرجة بالقوانين الهندسية ، تنشيطاً للمتعلمين وترغيباً لهم بتحصيل الرياضيات .

المثال الأول :

رمح قائم فى الماء والخارج منه ثلاثة أذرع ، أماله الريح حتى غاص فى الماء فصار رأسه مع سطح الماء من غير أن زال أصله من موضعه ، وكان البعد بين مطلعه الأول وبين مغيبه فى الماء خمسة أذرع وأردنا معرفة طول الرمح .

فرضنا سطح الماء ا ب والرمح حين قيامه حـ ى وحين بلوغ رأسه سطح الماء ى ب ، فيكون ما بين مطلعه ومغيبه هـ ب والخارج منه عن سطح الماء حين قيامه حـ هـ .



فكأن رسم[1] تحركه قوس حـ ب ما لم يزل أصله وهو ى من موضعه ، فيكون الرمح نصف القطر ؟ هـ ب نصف وتر بالقاعدة الثامنة والأربعين ، وبرهانها فى الشكل الرابع والثلاثين من المقالة الثالثة من الأصول حصلنا مربع هـ ب ما بين المطلع والمغيب كان خمسة وعشرين ، وهو مساو لسطح حـ هـ فى تمامه إلى القطر فقسمناه على حـ هـ وهو ثلاثة خرجت من القسمة ثمانية وثلث ، زودناها على حـ هـ أى الثلاثة بلغ أحد عشر وثلثا ، وهو مقدار قطر دائرة يكون حـ ب قوسا منها ، فنصف القطر خمسة وثلثان وهو مقدار حـ ى طول الرمح .

وبالجبر والمقابلة فرضنا هـ ى شيئا وهو ما كان من الرمح فى الماء حين قيامه ، فيكون مربعه مالا ، وكان مربع هـ ب خمسة وعشرين مجموعهما مال وخمسة وعشرون ، وهو يساوى مربع ب ى بالقاعدة السادسة

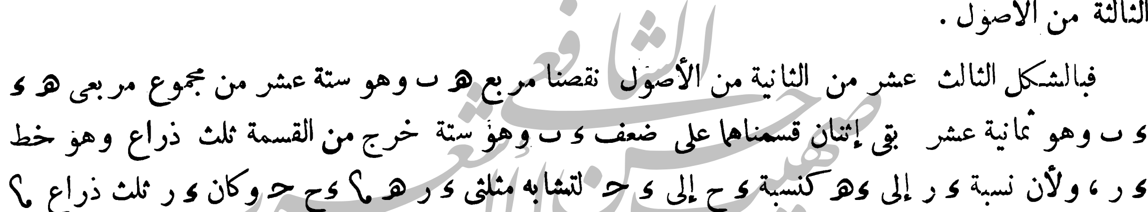
(١) في ت فكأنه رسم بحركته

والأربعين ، وبرهانها فى الشكل السابع والأربعين من المقالة الأولى من الأصول ، وهو يسمى بالشكل العروسى [٢١٤] ويكون ب ى أى حـ ى طول الرمح شيئا وثلاثة .

فيكون مربعه مالا وستة أشياء وتسعة ، وهو معادل لمجموع المربعين الأولين ، وبعد إسقاط المشتركة تكون ستة أشياء معادلة لستة عشر ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج إثنان وثلثان وهو الشىء المجهول أعنى هـ ى زدنا عليه ثلاثة وهى حـ هـ بلغت خمسة وثلثين وهو طول الرمح .

المثال الثانى :

رمح بعضه فى الماء وبعضه خارج منه وهو ثلاثة أذرع ، وهو مائل أى ليس بقائم ، فأماله الريح حتى غاص فى الماء فكان البعد بين مطلعه الأول وبين مغيبه أربعة أذرع والبعد بين رأسه فى الأول وبين مغيبه ثلاثة أذرع ، وأردنا أن نعرف طول الرمح ، وليكن ا ب سطح الماء ، حـ ى الرمح وهو هـ ى الخارج منه ، هـ ب ما بين مظهره ومغيبه ، ى ب البعد بين رأسه فى الموضع الأول وبين مغيبه . فأخرجنا من هـ عمود هـ ر على ى ب ومن حـ عمود حـ ح[1] عليه أيضاً ، فوقع موقع العمود على منتصف ب ى بالشكل الثالث من المقالة الثالثة من الأصول .



فبالشكل الثالث عشر من الثانية من الأصول نقصنا مربع هـ ب وهو ستة عشر من مجموع مربعى هـ ى ى ب وهو ثمانية عشر بقى إثنان قسمناها على ضعف ى ب وهو ستة خرج من القسمة ثلث ذراع وهو خط ى ر ، ولأن نسبة ى ر إلى ى هـ كنسبة ى ح إلى ى حـ لتشابه مثلثى ى ر هـ ، ى ح حـ وكان ى ر ثلث ذراع ، وهو ثلاثة أذرع .

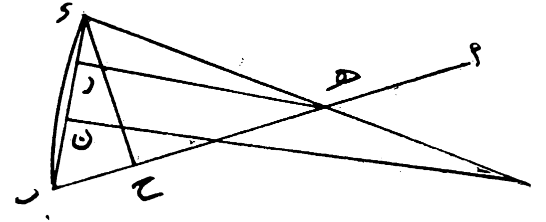
فيكون نسبة ى ر إلى ى هـ كنسبة التسع .

فيكون نسبة ى ح إلى ى حـ كذلك ، وكان ى ح نصف ى ب ذراعا ونصفا .

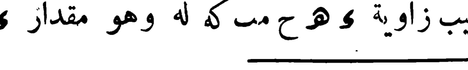
فيكون ى حـ ثلاثة عشر ذراعا ونصفا وهو طول الرمح .

المثال الثالث :

إذا كانت زاوية ميل الرمح عن سطح الماء نصف قائمة والخارج منه ثلاثة أذرع ، وما بين مظهره ومغيبه أربعة أذرع ، فنعيد الشكل المتقدم ، ونخرج من نقطة ى عمود ى ح على ا ب .



ولما كانت زاوية ى هـ ب نصف قائمة يكون جيب زاوية ى هـ ح مساوٍ له وهو مقدار ى ح



(١) فى ت هـ ح وهو خطأ

٢ ٧ ١٦ ٤٥
٣٥ ٢٥ ٤٢] على أن ء هـ ستون ، أما على أنه ثلاثة أذرع ء ح [ب ر بو مه] وهو ذراعان و ر مو مه ثالثة منه ؟ هـ ح مثله ويبقى ح ب [ا نب مح نه] [١٥ ٤٣ ٥٢ ١] مربعه حـ لا مه ر مط [٤٩ ٢ ٤٥ ٣١ ٣] مربع ء ح [د ل ا ب مط] [٤٩ ٢ ١ ٣٠ ٤] مجموعهما ح ا مو هـ لح رابعه [٣٨ ٥ ٤٦ ١ ٨] جذره ب ن ا ثانيه [١ ٥٠ ٢] وهو خط ء ب .

فيكون جيب ب ء ح [لط مو ع ٤٨ ٤٦ ٣٩] قوسه ما لا مد [٤٤ ٣١ ٤١] فزاوية هـ ء ب [فو لا مد ٤٤ ٣١ ٨٦] ولما كانت حادة علم أن المسألة غير مستحيلة .

فتكون زاوية ء هـ ر تمام زاوية هـ ء ر [حـ كح بو ١٦ ٢٨ ٣] جيبه [حـ لز ع ١٨ ٣٧ ٣] وهو خط ء ر على أن ء هـ ستون .

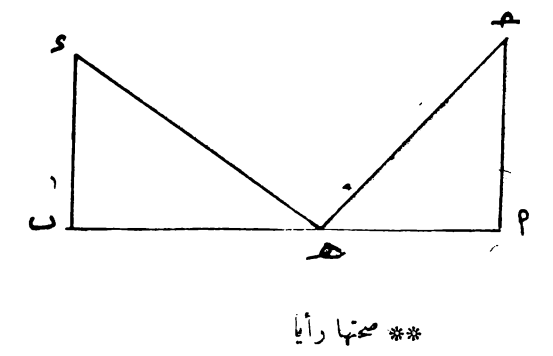
أما على أنه ثلاثة أذرع فيكون خط ء ر [صفر ـــ نح ند ٥٤ ٥٣ ١٠ ٠] وخط ء ح أعنى نصف [١ ٥٠ ٢]
ء ب وهو ب ن ا يكون [ا كه صفر ل ٣٠ ٠ ٢٥ ١] ونسبته إلى ء حـ كنسبة ء ر إلى هـ ب فيكون ء حـ [كحـ كد ا ٢٤١ ٢٣] وهو طول الرمح أعنى ثلاثة وعشرين ذراعا و حـ كد ا ثانيه وذلك ما أردناه .

المثال الرابع

نخلتان قائمتان على سطح الأفق أحديهما * عشرون ذراعا والأخرى خمسة وعشرون ذراعا ، والبعد بينهما ستون ذراعا ، وفيما بينهما نهر أو بركة ، وعلى رأس كل نخلة طائر ، رائيا ** فى الماء سمكة فطارا إليها فى آن واحد طيرانا واحدا متساويا على خطين مستقيمين ، ووصلا إليها معا ، وهى على خط مستقيم واصل بين أصلى النخلتين .

نريد أن نعرف مقدار ما طار كل منهما ، والبعد بين ملتقاها [1] أى موضع السمكة وأصل كل واحدة من النخلتين (٢٢٥) .

وليكن ا ب البعد بين أصلى النخلتين ؟ ا حـ النخلة العظمى ؟ ب ء الصغرى ؟ و نقطة هـ موضع التلاقى أى موضع السمكة وكل واحد من حـ هـ ؟ ء هـ مقدار ما طار كل واحد من الطائرين ، وهما متساويان .



ففرضنا هـ ب البعد بين نقطة التلاقى وأصل النخلة الصغرى شيئا ، يكون مربعه مالا ومربع ء ب النخلة الصغرى اربعمائة ، ومجموع المربعين مالا وأربعمائة ، حفظناه .

---

(١) فى ت ملتقائهما

* صحتها إحداهما

** صحتها رأيا

ولما كان بعد نقطة التلاقى عن أصل النخلة الصغرى أعنى ﻫ ب شيئا يكون ا ﻫ بعده عن اصل النخلة الكبرى ستون ذراعا إلا شيئا ، مربعه ثلاثة آلاف وستمائة ذراع ومال إلا مائة وعشرين شيئا ، [ومربع[(١)] ا ح النخلة العظمى ستمائة وخمسة وعشرون ، مجموع المربعين أربعة آلاف ذراع ومائتان خمسة وعشرون ومالٍ إلا مائه وعشرين شيئا] .

وهو معادل لما حفظنا ، وبعد أسقاط المشتركة يكون مائه وعشرون شيئا معادلا لثلاثة آلاف وثمانمائه وخمسة وعشرين ذراعا .

قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج الشىء المجهول أحدا وثلاثين ذراعا وسبعة أثمان ذراع وهو ﻫ ب بعد نقطة التلاقى عن أصل النخلة الصغرى .

فيكون ا ﻫ بعدها عن الكبرى تمام ذلك إلى ستين ، وهو ثمانية وعشرون ذراعا وثمن ذراع

مربع الأول ١٠١٦ ١/٦٤ مربع الثانى ٧٩٢ ١/٦٤ مجموع المربع الأول وطول النخلة الصغرى ١٤١٦ ١/٦٤ وهو مساو لمجموع المربع الثانى .

وطول النخلة الكبرى وهو مربع ما طار كل منهما ، جذره سبعة وثلاثون ذراعا وثلاثة وعشرون جزءا من مائه تقريبا .

« المثال الخامس »

مثلث قاعدته ثمانية عشر واحد الضلعين الباقيين نصف الآخر ، والعمود الخارج من الزاوية التى توترها القاعدة الواقعة عليها اثنان ، وأردنا أن نعرف مقدار كل واحد من ضلعيه الباقيين .

وليكن المثلث ا ب ح وقاعدة ب ح معلوم وكذا عمود ا ء وضلع ا ح نصف ضلع ا ب وأردنا كميتهما ، فنخرج قاعدة ب ح ، ونجعل ح ﻫ مثل ب ح ، ونخرج ا ح ونجعل ح ر مثل ا ح و نصل ﻫ ر ونخرجه ، ونجعل ر ح مثل ح ر ونصل ب ح ، وننصف و ﻫ على ط ونصل ا ط .

فلأن ح ر مثل ا ح ٯ ح ﻫ مثل ب ح وزاويتى ح المتقابلتين متساويتان .

فبالسادس من سادسة الأصول ، وبالرابع منها يكون مثلث ر ﻫ ح مساويا ومشابها لمثلث ا ب ح .

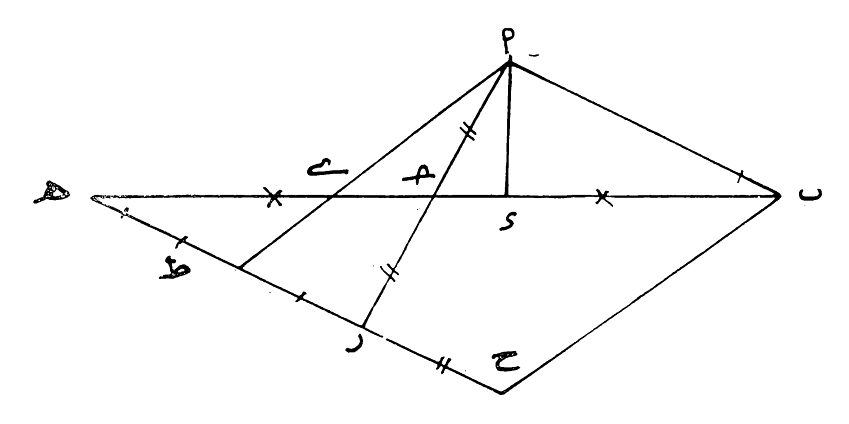
فزاوية ا ب ح مساوية لزاوية ح ﻫ ر ٯ ا ب مواز إلى ﻫ ح بالسابع والعشرين من أولى الأصول(٢٢٦)

ولأن كل واحد من ح ر ٯ ر ط مثل ا ح فيكون ح ط مساويا إلى ا ب وهو مواز له فيكون ا ط ٯ ب ح متوازيان متساويان بالثالث[(٢)] والثلاثين من أولى الأصول .

ولأن ا ر مثل ا ب ٯ ر ط مثل ا ح وزاويتا ب ا ح ٯ ا ر ط متساويتان لتوازى ا ب ٯ ط ﻫ فيكون مثلث ر ا ط مثل مثلث ا ب ح .

---

(١) هذه الجملة غير واردة فى ت (٢) فى ت بالثلاثة



فيكون ا ط مساويا إلى ب ح القاعدة ، ومثلثا ه ط ى ، ه ح ب متشابهان(١) لتوازى خطى ط ى ، ب ح ، وكان ه ط ثلث ه ح فيكون ه ى ثلث ب ه ويكون ثلثى ه ح بل ب ح .

وبقى ح ى ثلث ه ح بل ب ح .

ولأن مثلثى ا ر ط ، ه ر ح متساويين متشابهين ، ا ح مثل ه ط وزاوية ا ح ه مثل زاوية ا ط ه فيكون ا ى مثل ه ى وهو ثلثا (٢) القاعدة ، فنقصنا مربع ا د العمود وهو أربعة من مربع ا ى ثلثى القاعدة وهو ١٤٤ بقى مربع د ى ١٤٠ أخذنا جذره فكان أحد عشر و ٨٣٢ ثالث الأعشار وهو خط د ى نقصنا منه ح ى ثلث القاعدة وهو ستة بقيت خمسة و ٨٣٢ ثالث الأعشار وهو خط د ح .

مربعه أربعة وثلاثون و ١٢٢٢٤ سادس الأعشار ، ومربع ا د العمود أربعة .

مجموع المربعين ثمانيه وثلاثون و ١٢٢٢٤ سادس الأعشار ، أخذنا جذره فكان سته(٣) و ١٦٦٢ رابع الأعشار وهو مقدار ضلع ا ح وضعفه ، ويكون مقدار ا ب وهو المطلوب .

وبالجبر والمقابلة فرضنا د ح شيئا فيكون مربع ا ح مالا وأربعة ، مربع ا ب أربعة أمثاله أى أربعة أموال وستة عشر وبقى ب د ثمانية عشر إلا شيئا ، مربعه ٣٢٤ ومال إلا ٣٦ شيئا .

جمعناه مع مربع ا د بلغ ٣٢٨ ومال إلا ٣٦ شيئا ، وهو معادل لأربعة أموال وستة عشر .

وبعد الجبر والمقابلة يكون ٣١٢ معادلا لثلاثة أموال و ٣٦ شيئا ، وبعد الرد يكون ١٠٤ معادلا لمال واحد واثنى عشر شيئا ، ربعنا نصف عدد الأشياء صار ٣٦ زدناه على العدد بلغ ١٤٠ أخذنا جذره فكان كما سبق أحد عشر و ٨٣٢ ثالث الأعشار ، نقصنا منه نصف عدد الأشياء ، بقيت خمسة و ٨٣٢(٤) ثالث الأعشار وهو الشيء المجهول أعنى د ح والباقى كما سبق .

« المثال السادس »

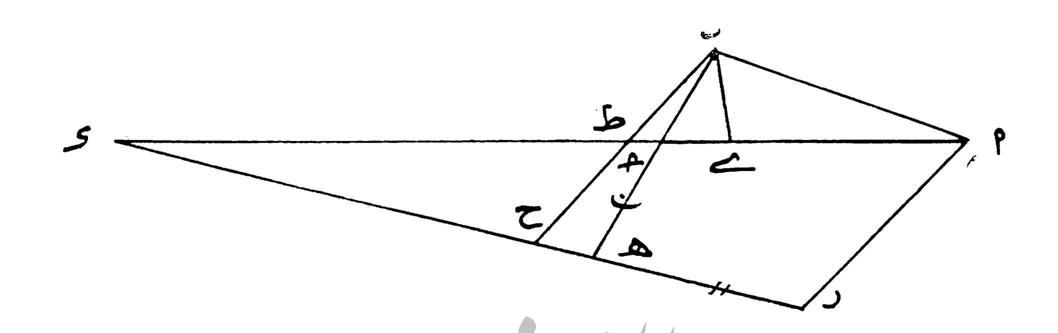
مثلث قاعدته ستة عشر وأحد الضلعين الباقيين ثلاثة أمثال الآخر ، والعمود الخارج من الزاوية التى توترها القاعدة الواقع عليها ثلاثة ، وأردنا معرفة الضلعين الباقيين .

---

(١) فى ت متشابهتان (٢) فى ت ثلثان (٣) فى ت فكانت (٤) فى ت ٨٣١

وليكن المثلث ا ب حـ ، ا حـ القاعدة معلومة وكذا عمود ب ـــ ونريد معرفة ضلعى ا ب ـــ ب حـ وليكن النسبة بينهما معلومة وهى أن ا ب ثلاثة أمثال ب حـ .

ولاستعلام كميتها نخرج ا حـ إلى ى حتى تصير ا ى ثلاثة أمثال ا حـ ، وكذا نخرج ب حـ إلى هـ حتى تصير ب هـ ثلاثة أمثال ب حـ ، ونصل ى هـ ونخرجه إلى ر ليكون هـ ر مساويا إلى هـ حـ ، ونصل ا ر ونأخذ هـ ح بقدر ب حـ ونصل ب ط ح ولأن زاويتى ب حـ ا ، هـ حـ ى متساويتان ، وضلع حـ ى ضعف ا حـ ، هـ حـ ضعف ب حـ يكون مثلثا ا ب حـ ، ى هـ حـ متشابهين ، ولأن زاويتى ب ا حـ ، هـ ى حـ متساويتان يكون خطا ا ب ، ر ى متوازيين ، ولأن ر هـ ضعف ب حـ ، و هـ ح مثل ب حـ ، فـ ر ح مثل ا ب ويكون ا ر ـــ ب ح متوازيين ، ومثلثا ا ر ى ـــ ط ح ى متشابهين .



ولأن حـ ى ضعف ا حـ و هـ ى ضعف ا ب بل سته أمثال ب حـ ، ر ى ثمانية أمثال ب حـ ، ى ح خمسة أمثال ب حـ فـ ى ح خمسة أثمان لـ ى ر فيكون ى ط خمسة أثمان ا ى .

ولأن مثلث ب حـ ط مشابه لمثلث ى ح ط ، ب حـ خمس ى ح فيكون ب ط خمس ى ط فهو ثمن ا ى .

ولما كان ا ى ثلاثة أمثال ا حـ القاعدة ، فيكون ب ط ثلاثه أثمان ا حـ .

ولما كانت القاعدة سته عشر ، فيكون ب ط ستة ، ولأن حـ ط فضل حـ ى ضعف القاعدة بل ثمنى ا ى على ى ط خمسة أثمان ا ى فيكون ثلث الثمن لا ر بل ثمن ا حـ القاعدة بل [ثمن ا حـ(١) القاعدة] وهو ثلث ب ط فيكون اثنين .

فإذا نقصنا مربع ب ـــ وهو تسعة عن مربع ب ط وهو ٣٦ بقى مربع ط ـــ ٢٧ أخذنا جذره فكان خمسة و ١٩٦١ رابع الأعشار ، وهو خط ط ـــ ، نقصنا حـ ط وهو اثنان بقيت ثلاثة و ١٩٦١ رابع الأعشار ، ربعناه صارت عشرة و ٢١٥٠٦ خامس الأعشار ، زدنا عليه مربع ب ـــ بلغت تسعة عشر و ٢١٥٠٦ خامس الأعشار ، أخذنا جذره وكان أربعة و ٣٨٤٨ رابع الأعشار وهو ضلع ب حـ ، فيكون ضلع ا ب ثلاثة عشر و ١٥٤٤ رابع الأعشار وهو المطلوب .

---

(١) مكرره فى ل

« المثال السابع »

نريد أن نضع داخل مثلث نقطة ونصل بينها وبين زوايا المثلث خطوطا ليصير ثلاثة مثلثات بحيث يكون الأول[1] نصف الثانى ، والثانى ثلث الثالث ، ونريد أن نعرف مقادير تلك الخطوط ، ومقـادير الأعمدة الخارجة من تلك النقطة هى الاضلاع ، والمعلوم أضلاع المثلث فحسب .

وليكن المثلث ا ب حـ ، فنقسم ب حـ ثلاثة أقسام بحيث يكون أحد الأقسام نصف الثانى ، والثانى ثلث الثالث كأقسام حـ ء — ء هـ — هـ ب ، فـ ء هـ ضعف حـ ء وثلث هـ ب فيكون هـ ب سته أمثال حـ ء ، وجميع حـ ب سبعة أمثال حـ ء .

ثم نصل ا ء فمثلث ا حـ ء[2] نصف مثلث ا ء هـ ، وهو ثلث مثلث ا هـ ب كما مر فى القاعدة السابعة والأربعين ، برهانها فى الشكل الأول من سادسة الأصول(٢٢٧) ، ثم نخرج من نقطة ء خط ء ر موازيا لضلع ا حـ ، ومن نقطة هـ — هـ ح موازيا لـ ا ب فتقاطعا على نقطة ط فهى النقطة المطلوبة .

فإذا وصلنا ط ا — ط حـ — ط ب يكون مثلث ا ط حـ مساويا لمثلث ا حـ ء لوقوعهما بين خطين متوازيين على قاعدة واحدة وهو آحـ بالسابعة والعشرين من أولى الأصول ، ومثلث ا ط ب مساويا لمثلث ا هـ ب بمثل ما مر .

وبقى مثلث ط حـ ب مساويا لمثلث ا ء هـ ، فيكون مثلث ا ط حـ نصف مثلث ط حـ ب وهو ثلث مثلث ا ط ب وذلك ما أردناه .

والآن نريد معرفة مقادير الأعمدة الخارجة من نقطة ط على الأضلاع وهى أعمدة ط ى — ط ك — ط ل .

وليكن ا حـ عشرة ، ا ب سبعة عشر ، ب حـ أحدا وعشرين فيكون مساحة المثلث أربعة وثمانين .

أخذنا تسعها فكان تسعة وثلثا ، وهى مساحة مثلث ا ط حـ ، قسمناها على نصف ا حـ خرج من القسمة عمود ط ى أحدا وثلاثة عشر جزءا من خمسة عشر ، ثم قسمنا ضعف التسع المذكور على نصف ضلع ب حـ خرج من القسمة واحد وسبعة أتساع ، وهو مقدار عمود ط ل ، ثم قسمنا ثلثى المساحة أعنى ستة وخمسين على نصف ضلع ا ب خرجت من القسمة ستة وعشرة أجزاء من سبعة عشر ، وهو عمود ط ك .

طريق آخر :

اخرجنا من نقطة ا عمود ا ن على حـ ب فبالشكل ١٣[3] من ثانية الأصول نقصنا مربع ا ب عن مجموع مربعى ا حـ بقى ٢٥٢ قسمنا نصفه على حـ ب خرج مقدار خط حـ ن ستة ، نقصنا مربعهما عن مربع ا حـ بقى مربع ا ن ٦٤ جذره ثمانيه وهى عمود ا ن .

---

(١) فى ت أحدها (٢) ا حـ ب فى ل وصحته ا حـ ء (٣) فى ت الثالث عشر

ولأن مثلث ط ى هـ يشابه مثلث ا حـ ب لتوازى ضلعى ط ى — ط هـ لضلعى ا حـ — ا ب .

ى هـ تسعا حـ ب ، فيكون ط ى تسعى ا حـ .

ط هـ تسعى ا ب ، ولتشابه مثلثى ط ى ل ؟ ا حـ ۻ .

يكون ط ل أيضا تسعى ا ۻ ؟ ى ل تسعى حـ ۻ فيكون ط ل واحدا وسبعة اتساع ؟ ى ل واحدا وثلثا ، فمجموع حـ ل ثلاثه وثلثان ، مربعه ثلاثة عشر وأربعة اتساع ، ومربع ط ل ثلاثه وثلاثه عشر جزءا من أحد وثمانين مجموعهما سته عشر ، وتسعة وأربعون جزءا من أحد وثمانين ، جذره أربعة و ٧٥٤ رابع الأعشار وهو خط ط حـ .

وبقى ب ل سبعة عشر وثلثا ، مربعه ثلاثمائه وأربعة اتساع ، فيكون مربع ط ب ثلاثمائه وثلاثه وتسعة وأربعون جزءا من أحد وثمانين ، أخذنا جذره فكان سبعة عشر و ٤٢٤٣ رابع الأعشار وهو خط ط ب .

ثم أخرجنا من نقطة ى عمود ى م على ا حـ ومن نقطة هـ عمود هـ سـ على ا ب فيكون مثلث ى حـ م مشابها لمثلث ا حـ ۻ لاتحاد زاويتى حـ فيهما ، وقيام زاويتى م ۻ ى .

فيكون نسبة ا حـ إلى ا ۻ كنسبة حـ ى إلى ى م فيكون ى م واحدا وثلاثه عشر جزءا من خمسة عشر وهو مثل ط ـــ المطلوب وأيضا نسبه ا حـ إلى حـ ۻ كنسبه ى حـ إلى حـ م فيكون حـ م واحدا وخمسين ؟ ـــ م مثل ط ز اثنان وتسعان فـ حـ ـــ ثلاثمائه وعشرين جزءا من خمسة وأربعين ، [بقى ا ـــ[1] سته وسبعة عشر جزءا من خمسة وأربعين] فيكون ا ط القوى عليه وعلى عمود ط ـــ المساوى لـ ى م سته و ٦٤٣٩ رابع الأعشار .

وايضا يكون مثلث ب هـ سـ مشابها لمثلث ب ا ۻ لاتحاد زاوية ب فيهما ، وقيام زاويتى سـ ؟ ۻ فنسبة ا ب إلى ا ۻ كنسبة ب هـ وهو أربعة عشر إلى هـ سـ ، فيكون هـ سـ سته وعشرة أجزاء من سبعة عشر [إلى هـ سـ[2] ، فيكون هـ سـ سته وعشرة أجزاء من سبعة عشر] وهو مثل ط ك المطلوب .

فعرفنا مقادير الأعمدة الثلاثه ، ولامتحان صحة العمل نقول وايضا نسبة ا ب إلى ب ۻ[3] وهو ١٥ كنسبه ب هـ وهو ١٤ إلى ب سـ ، فيكون ب سـ اثنى عشر وستة أجزاء من سبعة عشر ؟ سـ ك مثل ط هـ ، وهو كان ثلاثة وسبعة اتساع ، فـ ب ك سته عشر وعشرون جزءا من مائه وثلاثة وخمسين ، فـ ط ب القوى عليه وعلى ط ك يكون سبعه عشر و ٤٢٤٣ رابع الأعشار بعينه مثل ما مر ، وذلك هو المطلوب .

وهذا آخر ما أردنا إيراده فى هذا الكتاب ؛ والحمد لله تعالى على نعمائه وصلواته على خير خلقه محمد وآله

تمت الكتاب بعون الملك الوهاب فى ثانى شهر شعبان المعظم سنة خمس وستين وتسعمائه على يدى العبد الفقير المحتاج إلى رحمة الله الولى سعد الله بن أمان الله بن على فى بلده قزوين .

عفى الله عنهم بحق محمد وآله المعصومين أجمعين(٢٢٨)

---

(١) هذه الجملة ليست وارده في ت (٢) هذه الجملة ليست وارده فى ت (٣) فى ت خمسة عشر

مفتاح الحساب

[١] توجد سبعة مخطوطات « لمفتاح الحساب » هى :

نسخة مكتبة سالتيكوف — شدرين بلينجراد (مجموعة دورن رقم ١٣١) .

نسخة مكتبة جامعة ليدن (Cod. or. 185) وهى أقدم المخطوطات المعروفة حالياً .

نسخة مكتبة پروسيا العلمية (Spr. ١٨٢٤ bis.) ببرلين .

وهى النسخ المذكورة فى المقدمة ، وكذلك توجد أربع مخطوطات أخرى هى :

مخطوطة موجودة فى مكتبة برلين العلمية العامة (Spr. ١٨٢٤) ، وهذه المخطوطة مكتوبة فى مئتى صفحة من القطع الصغير ، فى حين أن النسخة المذكورة سابقاً (نسخة ليدن) تقع فى ثمان وسبعين صفحة من القطع الكبير .

والنسخة الخامسة فى معهد برلين لتاريخ الطب والعلوم (№ 1,2) .

أما النسخة السادسة فموجودة فى مكتبه باريس الأهلية تحت رقم ٥٠٢٠ .

والنسخة السابعة فى المتحف البريطانى بلندن تحت رقم ٤١٩ .

ويقرر كندى Math. Rev., vol. 17 № 1, Jan. 1956 أنه توجد نسخة أخرى وإن كانت غير معروفة ، وهى موجودة فى پرايستون فى مجموعة هارت .

كما أن مفتاح الحساب قد طبع فى طهران سنة ١٨٨٩ .

ولقد قام پول لوكى المتوفى سنة ١٩٤٩ بتحقيق نسختى معهد برلين لتاريخ العلوم والطب ونسخة باريس .

Paul Luckey Die Rechenkunst bei Gamsid b. Mas'ûd al-Kàsi mit Rückblicken auf die ältre, Geschichte des Rechnens — ١٩٥٠ ڤسبادن

وكذلك فى مقالة : Die Auszìehung den n-ten Wurzel und der binomishe Lehrsatz in der islamischen Mathematik - Math. Ann. 120 pp. 217 - 274. سنة ١٩٤٨

أما نسختا لينجراد وليدن فقد حققهما روزينفيلد ويوشكيفتش وأصدرا ترجمة وافية لمفتاح الحساب باللغة الروسية بالإضافة إلى كتاب الرسالة المحيطيه لجمشيد غياث الدين الكاشى .

— مفتاح الحساب والرسالة المحيطية — جمشيد غياث الدين الكاشى .

دار الطبع والنشر للأدب الفنى والعلمى للدولة — موسكو ١٩٥٦ .

أما نسختا باريس ولندن فقد حققا جزئياً فى مقالة ڤوبكه :

Woepcke F. Passahes relatifs à des sommations des séres des Cubes extraits de deux manuscrits arabes - Annali di matem. pura ed appticata 6 - 1864. ص ٢٢٤ — ٢٤٨

أما نسخة مكتبة برلين العلمية العامة فقد حققت جزئياً فى كتاب

Ahlwardt W., Verzeichnis der Arabischen handschriften der Kgl. bibliothek zu Berlin, الجزء الخامس ص ٣٤٢ — ٣٤٤ برلين — ١٨٩٣ .

[٢] « الزيج الأيلخانى » أى الجداول الفلكيه الخانية ، وكان لقب الخان يطلق على ملوك التتار الذين حكموا منطقة إيران بعد وفاة جنكيزخان والزيج الايلخانى من مؤلفات العالم الرياضى البارز محمد بن نصير الدين الطوسى الذى

أسس المرصد الفلكي بمدينة مراغة فى عهد هولاكو — حفيد جنكيزخان — وقد ولد الطوسى ١٢٠١ ميلاديه وتوفى فى سنه ١٢٧٤ ميلاديه .

[٣] أتم الكاشى مؤلفه « الزيج الخاقانى » فى سنة ١٤١٤ ميلادية ، وكلمه « خاقان » تعنى — خان الخانات — وهى من ألقاب أحفاد تيمور لنك ، وهناك رأى يقول أن الكاشى قد وضع مؤلفه هذا لشاه روخ الذى حكم الدولة الخراسانية التى كانت عاصمتها هراة ، والملك شاه روخ هو ابن تيمور لنك وهو فى نفس الوقت والد أولوغ بيك الذى ارتبط الكاشى به فترة طويلة وتوجد مخطوطه « الزيج الخاقانى » فى مكتبة ايا صوفيا فى اسطنبول تحت رقم ٢٦٩٢ ، كما توجد نسخة أخرى منها في مكتبه — Jndia office المكتب الهندى — بلندن تحت رقم ٤٣٠ .

أنظر ص ٥٦ E. S. Kennedy, Parallax theory of islamic astronomy, Isis 47 - 1947.

[٤] مخطوط « سلم السماء » محفوظ فى مكتبات : أكسفورد تحت رقم ٤, ١٨٨١, ١ وفى مكتبة ليدن تحت رقم ١١٤١ ، وفى المكتب الهندى ـ بلندن ـ تحت رقم ٧٥٥ .

[٥] « المجسطى » هو الإسم الذى كان يطلقه العرب على كتاب « التركيب συγταξιε » أو كما كان يسمى أحيانا « التركيب العظيم μεγάλη συγταξιε » .

للمؤلف الاسكندرى كاوديوس بطليموس الذى عاش حوالى سنة ١٤٠ ميلاديه .

أنظر Claudii Ptolemai Syntaxis mathematica, eb Heiberh.

الجزء الأول — ليبزج ١٩٨ — الجزء الثانى ١٩٠٣ .

ويشير الكاشى هنا إلى قول بطليموس فى الباب العاشر من كتابه « المجسطى » (الجزء الأول) أنه « إذا كان لدينا مثلا وتر قوس درجة واحدة ونصف درجة ، فإنه لا يمكن عن طريق التمثيل الخطى إيجاد الوتر المحدود فى ثلث هذا القوس مهما كانت الطريق المتبعة » .

ورغم أن « رسالة الوتر والجيب » لا زالت مفقودة حتى وقتنا هذا(١) فإن الطريقة التى استخدمها الكاشى لإيجاد حا ١° بمعرفة حا ٣° قد وردت فى مؤلف « ميرام شلبى » المسمى « قواعد العمل وتصحيح الجداول » .

جاءت فى هذا الجزء فى مخطوطة المتحف البريطانى من « مفتاح الحساب » العبارة التالية « ولهذا فقد اخترعت طريقة خاصة لتحديد وتر درجة واحدة بادق تقريب » .

أنظر Weopcke F., Passages relatifs à des Sommations des séries des Cubes extraits de deux manuscrits arabes - Annali di matem, pura ed applicata 6 - 1864.

(٦) مخطوطة « نزهة الحدائق » محفوظة فى المكتب الهندى بلندن تحت رقم ٢١٠ وتحتوى على توضيح لطريقة استخدام جهاز لحساب المناطق الفلكية(٢) .

انظر E. S. Kennedy, A fifteenth centuary Lunar eclipse Computer, Scripta Mathem. № 7 ½, 1951. ص ٩١ — ٩٧

(٧) « الست الجبرية » هى ست مسائل جبرية ورد حلها فى مختصر كتاب الجبر والمقابلة للرياضى محمد الخوارزمى الذى عاش فى النصف الأول من القرن التاسع الميلادى .

وهى معادلة واحدة خطية وخمسة معادلات من الدرجة الثانية يمكن كتابتها بالرموز الجبرية الحديثة على النحو التالى:

ب س = ا

حـ س٢ = ا

حـ س٢ = ب س

حـ س٢ + ب س = ا

حـ س٢ + ا = ب س

---

(١) توجد نسخة بدار الكتب المصرية

(٢) « « « « «

حـ س٢ = ب س + ا
حيث ا ، ب ، حـ ثوابت

هذا وقد قام فردريك روزن بنشر هذه المخطوطة لكتاب الجبر والمقابلة مع ترجمة كاملة لها باللغة الإنجليزية فى سنة ١٨٣١ وقد احتوت الترجمة على كثير من الأخطاء .

أنظر The Algebra of Mohammed ben Musa, edited and translated by Fredrtc Rosen - London 1831.

وكذلك فهناك نسخة لاتينية من هذا الكتاب يرجح أن الذى قام بترجمتها هو جيرار دى كريمونا فى القرن الثانى عشر وقد قام ليبرى بنشرها فى سنة ١٨٣٨

أنظر G. Lïbri, Histoire des Science mathematıques Jn Jtalie — Paris 1838 p. 1.
الجزء الأول

كما أنه توجد ترجمة لاتينية أخرى لكتاب الخوارزمى قام بها روبرت أوف شوستر فى القرن الثانى عشر أيضا ، وقد نشرت هذه الترجمة اللاتينية مع ترجمة إنجليزية لها فى نيويورك سنة ١٩١٥ ثم أعيد طبعها فى كتاب كاربنسكى و ونتر فى سنة ١٩٣٠ .

أنظر L. Ch. Karpinski, Robert of Chester's Latin translation of the Algebra of Al - Khowarizmi - New York 1915.

وكذلك L. Ch. Karpinski, F. G. Winter, Contributions to the history of Sciences. Ann - harbor. 1930,

[٨] أولوغ بيك جوراجان (١٣٩٤ — ١٤٤٩) ، هوحفيد تيمور لنك وكان عالما كبيرا إلى جانب كونه قائدا سياسيا محنكا وقد حكم فى الفترة من سنة ١٤٠٩ إلى سنة ١٤٤٩ ميلادية ، وكان يشجع العلماء ويهتم بالعلوم وقد أسس المرصد الفلكي المعروف باسمه فى مدينة سمرقند ، حيث ساهم فى وضع الجداول الفلكية المعروفة « بالزيج الجوراجانى » .
أنظر — المدرسة الفلكية لأولوغ بيك — بالروسية — تأليف ت . ن . كارى — نيازوف طبعة موسكو — لينينجراد ١٩٥٠ .

[٩] تختلف هذه الطريقة فى تقسيم الأعداد الصحيحة إلى : زوجية زوجية ، زوجية زوجية وغير زوجية معا ، زوجية غير زوجية — عن التقسيم القديم بعض الشىء .

أنظر كتاب « الأصول » لإقليدس

[١٠] « الرقوم الهندية » التى يستخدمها الكاشى .

١ ٢ ٣ عـ δ μ ٧ ٨ ٩ ٥

ورغم مضى نحو خمسة قرون على الكاشى فإن شكل هذه الأرقام قريب الشبه بالأرقام المستخدمة فى الدول العربية حاليا ، ورغم تسمية الكاشى لهذه الأرقام بالأرقام الهندية إلا أن شكلها يختلف كثيرا عن الأرقام المستخدمة فى الهند نفسها ، وهى كذلك تختلف فى الشكل عن الأرقام « العربية » المستخدمة فى أوروبا حاليا والتى يرجح أنها صورة محرفة للأرقام العربية التى كانت تستخدم فى الأندلس ، ولا زال الكثير مما يتعلق بتاريخ الأرقام العربية غير معروف حتى وقتنا الحاضر .

أنظر D.E Smith and L.C. Karpinsky , The Hindu-ArabicaL NameraLs London 1911.

هذا وقد كان الفضل الأكبر والدور الأساسى فى نشر النظام العشرى للأرقام للرسالة الحسابية التى ألفها محمد الخوارزمى ، وبعد أن انتشر استخدام هذه الأرقام فى الشرق العربى ، ما لبثت أن انتشرت في أوروبا بعد الحروب الصليبية . وللأسف فإنه لم يعثر للآن على مخطوط هذه الرسالة ، ولم يبق منها إلا ترجمة لاتينية محرفة ، قام بنشرها مع بعض الإضافات يوحنا الإشبيلى في القرن السابع عشر ، كما أعاد بونكمبانيه نشرها في روما سنة ١٨٥٧

Tratti d Aritmetica ' Pnbllcati da B, BonkomPagui . Roma 1857

أنظر مثالة : الرسالة الحسابية لمحمد بن موسى الخوارزمى .

اعمال معهد تاريخ العلوم والمعارف التكنيكية — الجزء الأول ص ٨٥ — ١٢٧ — باللغة الروسية — ١٩٥٤ .

ونلاحظ أن الكاشى يمثل الصفر بدائرة صغيرة وهذا هو الشكل المتبع في الأرقام الأوروبية في الوقت الحاضر .

أنظر أيضا : كيف توصل الناس تدريجا إلى علم الحساب الحالى . تأليف بيولستين باللغة الروسية ١٩٤٠ ص ٧٥

[١١] في تاريخ عملية التضعيف والتنصيف ، إرجع إلى ا . ب . يوشكيفتش رسائل محمد بن موسى الخوارزمى فى الحساب — باللغة الروسية — من أعمال معهد تاريخ المعرفة والتكنيك — الجزء الأول — ص ٩٧ — ١٠٠ سنة ١٩٥٤ .

(١٢) أول تعريف لعملية الضرب هو الذى ظهر لدى قدماء الأغريق ، وقد ظهر هذا التعريف بعد اكتشاف خواص الأعداد التى تقبل القسمة .

أنظر K. Vogel Beitrage Zur griechishen Logistik

ميونخن ١٩٣٦ ص ١٨٤ .

[١٣] يعتبر الكاشى أن هذه الطرق المختلفة هى من اختراعه هو ، ومع عدم الإقلال من قيمته كعالم أصيل فإن هناك في الواقع بعض الحالات التى سبقه فيها آخرون ، فمثلا استخدم الرياضى الهندى بها سكارا الشبكة فى عمليات الضرب ، وذلك في القرن الثانى عشر .

أنظر . . كيف توصل الناس تدريجا إلى علم الحساب الحالى — اللغة الروسية — سنة ١٩٤٠ .

[١٤] كلمة « جذر » كما يستخدمها الكاشى هنا تدل على الجذر التربيعى فقط ، أما « مربع » فإن الكاشى يستخدم لها ثلاثة ألفاظ أحدها لفظ « مال » وهو ما يناظر كلمة δύγαμις التى استخدمها ديوفانطس الإغريقى في حسابه وذلك في القرن الثالث .

وقد ترجم رياضيو أوروبا كلمة « مال » هذه واستخدمت في القرون الوسطى بكلمتى « Subetantia & Censns » أى مربع ومجذور بما يحمل معنى مرفوع إلى الأس الثانى المتعارف عليه .

كما يستخدم الكاشى لفظى كعب واللفظ المشتق منه مكعب للدلالة على ما نسميه حاليا بمكعب وهو ما يناظر كلمة χύβοες عند ديوفانطس التى ترجمت إلى Cubus في غرب أوروبا .

ويقول الكاشى أن لفظ كعب كان يستخدم أيضا للدلالة على الجذر التكعيبى .

أما الأسس ذات الدرجات الأعلى من ذلك فإن الكاشى يسميها « مال المال » و « مال الكعب » و « كعب الكعب » و « مال مال الكعب » ... إلخ وذلك للدلالة على العدد مرفوعا إلى الأس الرابع والخامس والسادس والسابع إلخ..وهذا يناظر ما استخدمه ديوفانطس δύγμο - δύγμο χύβος - δύγμο ، χύβος - χύβος .. إلخ .

أما أجزاء العدد ا (أى كسور العدد ا : $\frac{١}{ا}$ ، $\frac{٢}{ا}$ ،) ... فإن الكاشى يسميها واحدا من الألف ... وهذا اللفظ نجده شائعا فى المراجع العربية من قديم ، وهو أيضا يرجع إلى الطرق المستخدمة لدى الإغريق ولقد استخدم ديوفانطس فى « حسابه » مقلوب الأعداد المكونة للأسس الست الأولى للمجهول س ، عندما وضع القاعدة التى بمقتضاها يكون حاصل ضرب $س^{ن}$ فى $\frac{١}{س^{ن}}$ مساويا للواحد الصحيح ، كما أنه عالج بعض المعادلات المحتوية على هذه الكسور ، وحسب اصطلاح ديوفانطس عند حساب المجاهيل وقواها فإنه سمى المجهول س بالاسم άρτθμος وسمى القيمة $\frac{١}{س}$ باسم άρτθμοστύγ وسمى $\frac{١}{س^{٢}}$ δύγμοστύγ أى واحد من المال ... إلخ .

ويرجح أن « حساب » ديوفانطس قد ترجم إلى اللغة العربية فى العصر العباسى قبل نهاية القرن التاسع الميلادى .
أنظر مؤلفات ل . فوجل ص ٣٩٨ ، ٤١٢ ، ٤١٦ K. Vogel

[١٥] اللفظ اللاتينى « rationalis » والمشتقات المستخدمة فى اللغات الأوروبية وكذا اللفظ العربى « منطق » هو ترجمة للكلمة الإغريقية ρητός التى تعنى منطوق .

أما اللفظ اللاتينى « irrationalis » ومشتقاته فى اللغات الأوروبية فهى ترجمة للكلمة الإغريقية غير منطوق αλογοε وقد ترجم إلى العربية بكلمة « أصم » ، ولا زالت أوروبا تستخدم الترجمة الحرفية لكلمة أصم « Surdus » حتى وقتنا الحاضر .

أنظر J. Tropfke , Geschichte der elemenatar MathematiK

الجزء الثانى — الطبعة الثانية — برلين — ليبزج ١٩٢١ ص ٧١ — ٧٣

[١٦] استخراج الجذر التربيعى هنا مبنى على العلاقة .

$(ا + ب + ح + \dots)^٢ = ا^٢ + (٢ ا + ب) ب + (٢ ا + ٢ ب + ح) ح + \dots$

وتعتبر أول طريقة معروفة لاستخراج الجذر التربيعى بناء على هذه الفكرة هى التى وردت فى المؤلف الصينى القديم « الرياضة فى تسعة أجزاء » ، ثم ظهرت هذه الطريقة محورة فى صور أخرى لدى رياضيى القرن الثانى والأول قبل الميلاد ، ثم يوردها عالم الإسكندرية الرياضى تيون فى القرن الرابع الميلادى .

أنظر — الحساب والجبر في العالم القديم بالروسية — م . ى . فيجودينسكى موسكو — لينتجراد ١٩٤١ ص ٢٣٨ — ٢٤٣ .

ثم لدى العالم الهندى الشهير أريا بهاتا في القرن الخامس الميلادى .

أنظر The Aryabhatiya of Arybhata

شيكاجو ١٩٣٠ ص ٢٢ — ٢٦ Translated by W.E. Clarc

كما أورد محمد بن موسى الخوارزمى هذه الطريقة في مؤلفاته فى علم الحساب .

ومع ذلك فإن الطريقة التى أوردها الكاشى قريبة جداً من الطريقة المستخدمة حالياً ولا تختلف معها إلا في نقطة واحدة ، فإذا كان الجذر يحتوى على أكثر من رقمين ، فإننا عند تحديد الرقم الثالث وما يليه ، نضاعف الجزء الذى أوجدناه من جذر ا + ب ونوجد ح لتكون الرقم [٢ (ا + ب) + ح] ح .

ولكن الكاشى لا يضاعف (ا + ب) بل يستخدم الرقم الذى استخرجناه مباشرة ٢ ا + ب ويضيف إليه ب مكونا الرقم التالى { (٢ ا + ب) + ب] + ح } ح .

وهناك على كل تشابه كبير بين الخطوات التى أوردها الكاشى وتلك الخطوات التى وردت فى الجزء الرابع من المؤلف الصينى « الرياضة فى تسعة أجزاء » ورغم ذلك فلقد احتوت « الرياضة فى تسعة أجزاء » على الكثير من الأخطاء ولقد أثبت ل . ڤان ، ج . فيدم أن المخطوط الصينى المشار إليه به الكثير من عدم الدقة ، فإن الطريقة المتبعة في الرياضة الصينية كانت تتميز باستبدال الأعداد ذات الرقمين أو أكثر بأعداد أبسط أى إعتبار أن (٢ ا + ٢ ب + ح) ح مساوية {(٢ ا + ب) + (ب + ح)} ح .

أنظر L. Wang (Wang Ling) and Needham

Horners' method in Chinese mathematics its origin in Root

مجلة تونج باو — الجزء XLIIII ، الكتاب الخامس ١٩٥٥ ص ٣٤٩ — ٣٥٦ extraction

[١٧] هذا التصحيح للجذر الأصم ، والذى يعطى تقريباً منقوصاً لقيمته قد أورده النسوى الذى عاش في نسا المعروفة حالياً بأشخباد — والذى عاش فى القرن الحادى عشر ، وهذه القيمة يمكن إرجاعها إلى ما يلى :

إذا كان $ا < \sqrt{ب} < ا + ١$

فإن $\sqrt{ب} = ا + ر$

حيث $ر = \frac{ب - أ^{2}}{2أ + ر}$

$= \frac{ب - أ^{2}}{2أ + 1} = \frac{ب - أ^{2}}{(أ + 1)^{2} - أ^{2}}$

أما التصحيح على صورة $ر = \frac{ا - أ^{2}}{2أ}$ الذى يعطى تقريباً بالزيادة فقد ورد في اعمال رياضي بابل كما نراه لدى هيرون الإسكندرى في القرن الثانى الميلادى وكذا يستخدمه يوحنا الإشبيلى (القرن الحادى عشر) فى ترجمته لرسالة الخوارزمى فى الحساب بتصرف وهناك رأى بأن كلا من التقريبين المنقوص والزائد قد وردا فى كتابة الرياضى الصينى ليوخريا أثناء شرحه « للرياضة في تسعة أجزاء » .

أنظر . ا . ب . يوشكيفتش ، إنجازات العلماء الصينيين فى الرياضة « من تاريخ العلوم والتكنيك الصينى » . باللغة الروسية ـ موسكو ١٩٥٥ ص ١٥٠ .

[١٨] هذا الجدول « مربع مربع كعب الكعب » هو الأس العاشر ، حسب الإصطلاح الحديث ، ولقد ظل التعبير القديم شائعاً للتعبير عن الأسس العليا حتى القرن السابع عشر ، ورغم أن ن . شوكه وهو من رياضى القرن الخامس عشر فى أوروبا اقترح استخدام الإصطلاح الحديث فإن اقتراحه لم يؤخذبه إلا بعد لأى .

أنظر J. TroPfke Geschichte der elementar-Mathematik

الجزء الثانى ص ١٠٤ وما يليها ـ برلين ليبزج ١٩٢١ .

[١٩] إستخراج الجذر النونى عند الكاشى مبنى على إستخدام الطريقة التى تسمى الآن باسم طريقة روفينى ـ هورنر ولقد اوضح ب . لوكى بالتفصيل كيف أن هذه الطريقة هى طريقة الكاشى قبل أن تكون طريقة روفينى أو هورنر .

أنظر P. Luckey Die Rechenkunst bei Gamšid b Masud al kasi mit RvCkblicken auf die ältere Geschichte des Rechnes

فسبادن ١٩٥٠

وكذلك فى مقال P. Lukey , Die ausziechung des n-ten Wurzel und der binomishce Lehrsats in der islamischen Mathematik - Math Ann . 120 (1948) ص ٢١٧ — ٢٧٤

ولإيضاح هذه الطريقة : نفرض أن الجزر المطلوب للمعادلة $د(س) = ا_{ن} س^{ن} + ا_{ن-1} س^{ن-1} + \cdots \cdots + ا_{0} = صفر$

هو عدد ثلاثى لأرقام وليكن

م ل ك حيث ك ، ل ، م أرقام صحيحة ، ك ليس مساويا للصفر .

فاذا جربنا أخذ $س = 100 ك + ص$

فان $د(س) = د(100 ك + ص) = د(ص)$

وبتحليل د (ص) يمكن وضعها على الصورة

$د(ص) = ب_{ن} ص^{ن} + ب_{ن-1} ص^{ن-1} + \ldots + ب_{0} = صفر$

ثم بعد ذلك نجرب إفتراض أول أرقام العدد ص هو الرقم ل وذلك بوضع $ص = 10 ل + ع$

وبعد ذلك نحلل د (١٠ ل + ع) حسب درجات ع وهكذا .

ثم نحسب معاملات كل معادلة ناتجة باستخدام جدول هورنر .

ويتضح ما ذكرناه آنفا من المثال التالى :

ى (س) = $ا_{٥} س^{٥} + ا_{٤} س^{٤} + ا_{٣} س^{٣} + ا_{٢} س^{٢} + ا_{١} س + ا_{٠}$.

بوضع س = ١٠٠ ل + ص = $ل_{١}$ + ص

فان ى (س) = ى ($ل_{١}$ + ص) = ى (ص)

= $ب_{٥} ص^{٥} + ب_{٤} ص^{٤} + ب_{٣} ص^{٣} + ب_{٢} ص^{٢} + ب_{١} ص + ب_{٠}$.

وبكتابة الجدول كما هو مبين فيما يلى :

$ل_{١}$							
	$ا_{٥}$	$ا_{٤}$	$ا_{٣}$	$ا_{٢}$	$ا_{١}$	$ا_{٠}$	
		$ا_{٥}ل_{١}$	$ا'_{٤}ل_{١}$	$ا'_{٣}ل_{١}$	$ا'_{٢}ل_{١}$	$ا'_{١}ل_{١}$	+
	$ا_{٥}$	$ا'_{٤}$	$ا'_{٣}$	$ا'_{٢}$	$ا'_{١}$	$ا'_{٠}$	= $ب_{٠}$
		$ا_{٥}ل_{١}$	$ا''_{٤}ل_{١}$	$ا''_{٣}ل_{١}$	$ا''_{٢}ل_{١}$	+	
	$ا_{٥}$	$ا''_{٤}$	$ا''_{٣}$	$ا''_{٢}$	$ا''_{١}$	= $ب_{١}$	
		$ا_{٥}ل_{١}$	$ا'''_{٤}ل_{١}$	$ا'''_{٣}ل_{١}$	+		
	$ا_{٥}$	$ا'''_{٤}$	$ا'''_{٣}$	$ا'''_{٢}$	= $ب_{٢}$		
		$ا_{٥}ل_{١}$	$ا''''_{٤}ل_{١}$	+			
	$ا_{٥}$	$ا''''_{٤}$	$ا''''_{٣}$	= $ب_{٣}$			
		$ا_{٥}ل_{١}$	+				
	$ا_{٥}$	$ا'''''_{٤}$	= $ب_{٤}$				
	$ا_{٥}$	= $ب_{٥}$					

فإذا كان لدينا الدالة

د (س) = $س^{٥}$ − ن = صفر

فإن معاملات د (ص) = صفر

تكون ١ ، ٥ $ل_{١}$ ، ١٠ $ل_{١}^{٢}$ ، ١٠ $ل_{١}^{٣}$ ، ٥ $ل_{١}^{٤}$ ، $ل_{١}^{٥}$ − ن

وفى المثال الذى أورده الكاشى فإن

$س^{٥}$ = ٠٦١٩٧ ٠٨٩٩٥ ٤٤٢٤

والرقم $ل_{١}$ = ٥٠٠ (أى ل = ٥) نوجد ٥ من الجدول ، ثم يتعين على الكاشى إيجاد ل من الشرط التالى :

ألا تزيد قيمة $ص^{٥}$ + ٥٠٠ × ٥ $ص^{٤}$ + $(٥٠٠)^{٢}$ × ١٠ $ص^{٣}$ + $(٥٠٠)^{٣}$ × ١٠ $ص^{٢}$

+ $(٥٠٠)^{٤}$ × ص على باق ن − $ل_{١}^{٥}$ = ٠٦١٩٧ ٠٨٩٩٥ ٤٤٢٤ − $(٥٠٠)^{٥}$

= ٠٦١٩٧ ٠٨٩٩٥ ١٢٩٩

(نلاحظ أن الكاشى لا يستخدم الأعداد السالبة) .

وهكذا نرى أن معاملات هذه المعادلة هى فى الحقيقة نفس المعاملات المحسوبة بطريقة هورنر .

ولـكى يحدد الـكاشى قيمة ل فإن الـكاشى عندما يضع ص = ١٠ ع ينتقل إلى المعادلة .

ى (ع) = ع^{٥} + ٢٥٠ ع^{٤} + ٢٥٠٠٠ ع^{٣} + ١٢٥٠٠٠٠ ع^{٢} + ٣١٢٥٠٠٠٠ ع ، ويبحث عن ل أى عن الجزء الصحيح فى ع بشرط أن تـكون قيمة ى (ع) أقل من تغير الباقى [٠٦١٩٧] * ٩٩٥ ٩٠٨ ١٢٩
وهـكذا بالتجريب نجد أن ل = ٣

أما قيمة ى (ل) فيوجدها الـكاشى كما يلى :

{ > [٣ + ٢٥٠] ٣ + ٢٥٠٠٠] ٣ + ١٢٥٠٠٠٠ > ٣ + ٣١٢٥٠٠٠٠ } ٣

ونجد الأرقام ٢٥٣ ، ٧٥٩ ، ٧٥٩ ٢٥ ... إلخ حتى ٤٩٣ ٦٩٥ ١٠٥ = ى (ع) وهى أرقام السطر السابق ، نجدها فى الأماكن من ١ — ٩ من الأعمدة المناظرة من ناحية الشمال بالجدول الذى أورده الـكاشى .

وهـكذا فان المعادلة التالية لذلك والتى منها تحدد قيمة م

تـكون △ ν = ν^{٥} + ٢٦٥ × ١٠ ν^{٤} + ٢٨٠ ٩٠ × ١٠^{٢} ν^{٣} + ١٤٨٨ ٧٧٠ × ١٠^{٣} ν^{٢}
+ ٤٠٥ ٤٥٢ ٣٩ × ١٠^{٤} ν

بحيث تـكون △ ν أقل من ٠٦١٧٦ ١٣٥٠٢ ٢٤٢ ومنها عن طريق التجريب نجد أن ν = ٦ وهـكذا فان الجزء الصحيح من الجذر يكون ٥٣٦

وبالمثل يكون [حساب الأرقام ٢٦٥٦ ، ١٥٩٣٦ . . إلى ٦٩٦ ٤٠٣٥٥٨٣٦٧ وأخيرا ٣٥٠٢٠٦١٧٦ ٢١ ٢٤٢ = △ (٦)] ، نوجد الباقى الأخير ٢١ .

وبالإضافة إلى ذلك يحدد الـكاشى بسط ومقام كسر التصحيح الذى يضاف إلى الجذر الذى أوجده وهو ٣٥٦ .

ولقد أورد لوكى جدولا كاملا لحساب جذر هذه المعادلة باستخدام نظام هورنر وروفيينى ، فى تذييل مقالته المشار إليها ص ٢٤٢ ، ورغم أن لوكى أخطأ فى حسابه ص ٢٤٤ فان الجدول يشير إلى دقة حساب الـكاشى المتناهية .

ومما يجدر بالتنويه ، أن نظام هورنر — روفينى ، فى حالة المعادلة .

س^{ν} — ن = صفر ، يعطى نفس النتائج التى تعطيها متسلسلة نيوتن

فبوضع الجذر س على الصورة ك$_{١}$ + ص وبايجاد القيمة التقريبية لـ ك$_{١}$ عن طريق التجريب نحصل على نفس المعادلة لـ ى (ص) باستخدام مسلسلة نيوتن .

ى (ص) = ص^{٥} + ٥ك$_{١}$ص^{٤} + ١٠ ك$_{١}^{٢}$ص^{٣} + ١٠ ك$_{١}^{٣}$ص^{٢} + ٥ ك$_{١}^{٤}$ ص + ك$_{١}^{٥}$ — ن = صفر

ومع ذلك فان استخدام طريقة هورنر وروفينى لا يستلزم بالضرورة معرفة مسلسلة نيوتن ومعاملاتها .

أما إيجاد التقريب ل لقيمة ص فيجب أن يتم بنفس الطريقة المشار إليها آنفا عند إيجاد قيمة △ (٣) ، وكذلك نوجد أجزاء المعادلة ى (ص) = صفر كما سبق .

ولسوف يتضح لنا أن الـكاشى استخدم مسلسلة « نيوتن » هذه ولا ينسب الـكاشى لنفسه اختراع هذه الطريقة فى إيجاد الجذور، فإذا عرفنا أنه قد ثبت بصفة قاطعة أن الرياضة الهندية القديمة لم ترد بها أى إشارة إلى إيجاد جذور ذات درجة أعلى من الدرجة الثالثة ، فإن الدائرة تنحصر في الرياضيين العرب الذين سبقوا الـكاشى ، ولقد أشار لوكى إلى استخدام النسوى لأول مرة طريقة « هورنر ورفيينى » فى إيجاد الجذور التـكعيبية ، مما دعاه إلى افتراض وجود حلقة مفقودة بين النسوى والـكاشى وربما كان استخدام هذه الطريقة يرجع إلى عمر الخيام .

أنظر المرجع المشار إليه (لوكى ص ٢٤٤ — ٢٥٤) .

ومن ألفاظ الخيام نفسه نعرف أنه قد صنف مؤلفا فى إيجاد الجذر النونى لأى عدد ، غير أن هذا المؤلف لم يعثر عليه للآن ولا نعرف أى شيء عن الطريقة التى استخدمها الخيام ومن الجائز أن يكون الخيام قد استخدم مسلسلة « نيوتن » مباشرة .

أنظر — الرسائل الرياضية لعمر الخيام — باللغة الروسية — دراسات فى تاريخ الرياضيات — الجزء السادس ص ٢٢ ، ١١٩

ومن المعلوم كذلك أن الرياضى الشهير أبو الوفا ، المولود فى خراسان قد كتب فى القرن العاشر الميلادى مؤلفا فى إيجاد الجذر الثالث والرابع والسابع ، وهذا المؤلف كذلك لم يعثر له على أثر حتى وقتنا هذا .

أنظر — لوكى ص ٢١٨

وهكذا فان معرفة من سبق الكاشى فى هذا المجال من الرياضيين العرب لا زال سؤالا ينتظر الإجابة .

وإذا كنا نشير إلى أن طريقة هورنر قد استخدمت فى إيجاد الجذر التربيعى وكذا الجذر التكعيبى فى كتاب « الرياضة فى تسعة أجزاء » الصينى فانه من المؤكد ان هذه الطريقة لم تستخدم قطعا فى الصين لإيجاد جذور أعلى من الجذر الثالث . وقد استخدمت هذه الطريقة على الأرجح فى إيجاد الجذر التربيعى وذلك فى المسألة العشرين من الجزء التاسع التى يؤول حلها إلى حل معادلة على الصورة .

$$س^{٢} + ك س = ل$$

ويؤكد ل . فان ، جون نيدهيم ، أن طريقة هورنر ظهرت أثناء إيجاد الجذرين التربيعى والتكعيبى ، ويقرران انه كان من الممكن تعميمها فى حل المعادلات التربيعية والمعادلات من الدرجة الثالثة وهنا نلاحظ أن استخدام هذه الطريقة لحل المعادلة .

$$س^{٢} = ن \text{ مثلا}$$

يؤدى بنا عند حساب الرقم الثانى فى الجذر إلى أن نحسب تلقائيا عددا يستلزم إيجاده حل معادلة من الدرجة الثانية هى :

$$س (س + ١) \geq ب$$

ولذا فان استخدام هذه الطريقة لحل معادلة عامة من الدرجة الثانية أو الثالثة ، لم يكن فى الواقع يؤدى فى حد ذاته إلى أى شىء جديد من ناحية المبدأ ، كما يدعى ل . فان ، جون نيدهيم .

ولقد استخدمت نفس الطريقة فى القرن السابع الميلادى فى حل معادلات عددية من الدرجة الثالثة (وكانت تسمى فى الصين بطريقة العنصر السماوى) ، عندما قام الرياضى الصينى فان . تزاد . تون يحل معادلات على الصورتين .

$$س^{٣} + ك س^{٢} = م$$

$$س^{٣} + ك س^{٢} + ل س = م$$

كما استخدمت هذه الطريقة — طريقة العنصر السماوى — لإيجاد الجذر الرابع بواسطة كل من شو شى تزى وتسين زو شاو فى عامى ١٣٠٣ ، ١٢٤٧ ميلاديين .

ويجدر أن نشير إلى أن الرياضيين الصينيين قد استخدموا التعويض $س = \frac{ص}{ن}$ الذى يتيح تحويل معامل الحد السابق إلى واحد صحيح ، كما أنهم استخدموا فى كتاباتهم المعاملات السالبة التى كان الكاشى لا يستخدمها إطلاقا .

أنظر — ص ٣٧١ — ٣٧٦ L. Wang J. Needhom.

أنظر كذلك ص ٥٣ — ٥٥ ، ص ٧٤ — ٧٨ Y. Mikami

وكذلك أ . ب يوشكيفتش — من تاريخ العلوم والتكنيك الصينى — باللغة الروسية — موسكو ١٩٥٥ ص ١٣٨ — ١٤٣ .

ومن هنا يجوز إفتراض أن الكاشى أو من سبقوه قد اطلعوا على طريقة العنصر السماوى التى ظهرت فى الصين ، آخذين فى اعتبارنا الروابط التى كانت تربط علماء آسيا الوسطى بعلماء الصين ، وكذلك ما نعرفه من أن فلكى مرصد سمرقند كانوا يعرفون التقويم الصينى .

وهكذا فإن تسمية هذه الطريقة بطريقة هورنر — روفينى لا أساس له من الناحية التاريخية . إذ أن الطريقة العامة لإيجاد الجذور المبنية على معرفة معاملات مسلسلة نيوتن قد ظهرت أولا لدى علماء آسيا الوسطى ، ثم انتقلت بعد ذلك إلى أوروبا الغربية بعد نحو قرن من الزمان ، فقد أورد ب . أبيان بعض أمثلة لإيجاد الجذور (سنة ١٥٢٧) ومن بعده استخدم م . شتيفل (سنة ١٥٤٤) هذه الطريقة ، كما قام ف . وايت بنشرها فى سنة ١٦٠٠ ميلادية (دون أن يورد جدول المعاملات) ، فى حين أن روفينى لم ينشر هذه الطريقة إلا فى سنة ١٨٠٤ ، وهكذا فإن مؤلف هورنر عنها ظهر في سنة ١٨١٩ ومن هذا يتضح أنه حتى فى النطاق الأوروبى لم يكن لأى منهما فضل السبق فى استخدامها عن طريقة هورنر وروفينى انظر « الطرق العددية والبيانية لحل المعادلات الجبرية » — أ . ب . دوميرياد — الجزء الثانى من دائرة معارف الرياضيات الابتدائية — باللغة الروسية .

موسكو — لينتجراد ١٩٥١ ص ٣٧٤ .

انظر كذلك «كتاب الجبر العالى» — تأليف هول و نايت — الترجمة العربية — الطبعة الخامسة — نظرية المعادلات — الفصل الخامس والثلاثون ص ٥٠٠ وما يليها — المطبعة الأميرية ١٩٢٥ .

[٢٠] يقترح الكاش فى حالة الجذر الأصم المكون من جزء صحيح وكسر أنه إذا كانت قيمة الجذر النونى للكمية ب أكبر من العدد الصيح ا وأقل من العدد الصحيح ا + ١ ، فإن قيمة الكسر تكون .

$$\frac{ب - ا^{ن}}{(ا+1)^{ن} - ا^{ن}} \quad \text{ويكون الجذر هو} \quad ا + \frac{ب - ا^{ن}}{(ا+1)^{ن} - ا^{ن}}$$

حيث $ا + 1 > \sqrt[ن]{ب} > ا$

ولم يورد الكاشى إثباتا لذلك ، ومن المحتمل أن يكون قد استنتج هذه القيمة على النحو التالى :

بفرض $\sqrt[ن]{ب} = ا + ر$

فإن $ب = (ا + ر)^{ن}$

$$= ا^{ن} + ن\,ا^{ن-1}\,ر + \binom{ن}{2} ا^{ن-2}\,ر^{2} + \dots + ر^{ن}$$

ومنها $$ر = \frac{ب - ا^{ن}}{ن\,ا^{ن-1} + \binom{ن}{2} ا^{ن-2}\,ر + \dots\dots + ر^{ن-1}}$$

$$= \frac{ب - ا^{ن}}{ن\,ا^{ن-1} + \binom{ن}{2} ا^{ن-2} + \dots\dots + 1} = \frac{ب - ا^{ن}}{(ا+1)^{ن} - ا^{ن}}$$

ومن المحتمل أيضاً أن تكون قيمة الكسر قد وجدت باستخدام الإستكمال الخطى "linear Interpolation" والذى كان مستخدماً على نطاق واسع فى حسابات الفلكيين العرب ، والذى كان الأساس الذى بنيت عليه قاعدة الوضع الكاذب ، وذلك على النحو التالى :

نفرض أن $ص = \sqrt[ن]{س}$

فاذا كانت $س_{1} = ا^{ن}$ فان $ص_{1} = ا$

وإذا كانت $س_{2} = (ا + 1)^{ن}$ فان $ص_{2} = ا + 1$

وبناء عليه فانه إذا كانت $س = ب = ا^{ن} + ر$ (ا — هو الجزء الصحيح من الجذر)

فان $$ص - ص_{1} = \frac{ص_{2} - ص_{1}}{س_{2} - س_{1}} (س - س_{1})$$

أى أن $$ص = ص_{1} + \frac{ص_{2} - ص_{1}}{س_{2} - س_{1}} (س - س_{1})$$

$$= ا + \frac{1}{(ا+1)^{ن} - ا^{ن}} (ا^{ن} + ر - ا^{ن})$$

$$= ١ + \frac{ر}{(١+١)^{ن} - ١^{ن}}$$

ومنها ص $= ١ + \frac{ب - ١^{ن}}{(١+١)^{ن} - ١^{ن}}$

أما الفرق $(١+١)^{ن} - ١^{ن}$ فإن الكاشى فى المثال الذى أورده قد قام بحسابه مستخدما النتائج التى حصل عليها فى آخر عملية الحساب ويكتب الكاشى هذه القيمة صوره المجموع التالى :

$$١ + ٢٦٨٠ + ٢٨٧٢٩٦٠ + ١٥٣٩\ ٦٥٦٠ + ٤١٢٦٩٤٩٥٨٠٨٠$$

$$= ٤١٤٢٣٧٧٤٠٢٨١$$

وفى الواقع نجد أن $(٥٣٦+١)^٥ - (٥٣٦)^٥$

$$= ١ + ٥ \times ٥٣٦ + ١٠ (٥٣٦)^٢ + ١٠ (٥٣٦)^٣ + ٥ (٥٣٦)^٤$$

$$= ١ + ٢٦٨٠ + ٠٠٠ \quad + ٤١٢٦٩٤٩٥٨٠٨٠$$

ومن هذا يتضح لنا معرفة الكاشى التامة بنظرية ذات الحدين (متسلسلة نيوتن) ، إذ أن الكاشى يعرف جيداً أن المجموع الذى حصل عليه ما هو إلا مجموع (مطروح منه أحد الحدود) لحدود متسلسلة ذات حدين من الدرجة الخامسة وهو يشير إلى ذلك صراحة فى ص ٤٣ عندما يبدأ فى شرح « طريق آخر » لإيجاد الفرق بين عددين مرفوعين للدرجة النونية ، ونلاحظ هنا أن الكاشى يعبر عن المعادلة .

$(١+١)^٥ - ١^٥ = ١ + ٥ ١ + ١٠ ١^٢ + ١٠ ١^٣ + ٥ ١^٤$ مستخدماً الألفاظ حسب الطريقة التى كانت سائدة فى ذلك الوقت لكتابة المعادلات الجبرية .

[٢١] الأعداد المسماة « أصول تلك المنزلة من المضلعات » التى يشير إليها الكاشى هنا ، هى ما يسمى حالياً بمعاملات متسلسلة ذات الحدين ، غير أن الكاشى لا يعمم تسميته على معاملات الحدين الأول والأخير التى تساوى واحداً صحيحاً ، أى المعاملين $\binom{ن}{صفر}$ ، $\binom{ن}{ن}$ ، ولذا فانه ص ٤٥ يقرر أن المربع يناظر أصلا واحداً من أصول تلك المنزلة والمكعب إثنين وهكذا .

[٢٢] يعبر الكاشى هنا لفظياً عن القاعدة المعروفة لوضع معاملات ذات الحدين :

$$\binom{ن}{م} = \binom{ن-١}{م-١} + \binom{ن-١}{م}$$

[٢٣] هذا الجدول يعرف فى أوروبا باسم « مثلث باسكال » ولقد كان مثلث باسكال هذا وكذا القاعدة المستخدمة فى إيجاد مكوناته $\binom{ن}{م} = \binom{ن-١}{م-١} + \binom{ن-١}{م}$ معروفين للرياضيين الهنود منذ نحو قرنين قبل الميلاد ، ويرجح كذلك أن حدود متسلسلة ذات الحدين قد استخدمت عند حل بعض المعادلات من الدرجة الثالثة ، ويؤكد سنج أن رياضيى الهند القدامى قد عرفوا النظرية العامة لمتسلسلة ذات الحدين ولكنه لا يدعم تأكيده بأى إثبات ولا تحتوى الأمثلة التى ساقها على أسس تزيد على الأس الثالث .

أنظر SinghA. N. on the Use of Series in Hindu mathematics , Osiris , I , 1936.

أنظر أيضا Chakradarti G. Growth and developmeut of permutations and combinations in India Bull. Calcutta math Soc. 24 1933 ص ٧٩ - ٨٨

أما بالنسبة للأسس من الدرجة الرابعة فنرى متسلسلة ذات الحدين بالأس الرابع لدى الكرجى الذى عاش فى القرن الحادى عشر الميلادى .

أنظر Luckey P. Zur islamischen Rechenkunst und Algebra des Mittelalters Forschingen und Fortschitte 24 No 17118 SePt. 1948

وبعد ذلك نرى جدولا لمعاملات حدود متسلسلة ذات الحدين من الدرجة الثامنة لدى الرياضى الصينى جوش زى فى سنة ١٣٠٣ ميلادية ، كما سبقه إثنان من رياضى الصين الذين عاشوا فى القرن الثانى عشر .

أنظر ص ٩٠ من تحقيق ميكامى Mikami Y.

وكذلك ص٣٧٣ L. wang and J. Needham

أما فى أوروبا فنرى أن م . شتيفل فى سنة ١٥٤٤ عندما كان يشرح عملية إستخراج الجذور قد وضع جدولا للحدود حتى الدرجة السابعة عشر مستخدما نفس طريقة الكاشى .

وهكذا فانه رغم إستخدام جداول للحدود بطريقة أو بأخرى فان القاعدة العامة لنظرية ذات الحدين لأى أس صحيح ، لم نكتشف لدى أى رياضى ممن سبقوا الكاشى — الذى يقرر فى مقدمته أنها كانت معلومة من قبل — ويرجح أن يكون الفضل فى وضع هذه القاعدة العامة لأى أس صحيح راجعاً إلى عمر الخيام

بخصوص جدول شتيفل إرجع إلى كانتور Cantor M.

Vorlesungen üben G[illegible]nte der Mathemetik

الجزء الثانى ص ٤٣٣ — ٤٣٤

ويرجح لوكى أن كلا من مثلث باسكال وقاعدة ذات الحدين قد اكتشفا ، عند استخراج الجدور باستخدام الطريقة التى سميت بطريقة هورنر وروفينى .

ويتضح هذا على النحو التالى :

إذا كانت د (س) = $س^{ن}$ فانه باستخدام طريقة هورنر لحساب المعاملات نجد أن :

١	صفر	صفر	صفر	. . . .
١	ا	$ا^{٢}$	$ا^{٣}$	$ا^{٤}$
١	٢ ا	$٣ ا^{٢}$	$٤ ا^{٣}$	$٥ ا^{٤}$
١	٣ ا	$٦ ا^{٢}$	.	.
١	٤ ا	.	.	.
١	.	.	.	.

وبوضع ا = ١ نحصل على مثلث باسكال

أما لفظ « مثلث باسكال » فهو فى الواقع تعبير خاطىء ويرتبط فقط بما أحرزه الجدول الثلاثى لمعاملات ذات الحدين من شهرة كبيرة بعد أن ورد فى « رسالة عن المثلث الحسابى » لباسكال ، المنشورة فى سنة ١٦٦٢ .

أنظر Cantor M. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

الجزء الثانى ص ٧٤٩ وما يليها .

ويعزى إلى نيوتن ١٦٦٤ — ١٦٦٥ تعميم قاعدة ذات الحدين إلى أى أس حقيقى (كسر أو عدد صحيح موجب أو سالب) وقد بنى ذلك على القاعدة التى وضعها لتكوين المعاملات على صورة حاصل ضرب .

ويرجع الفضل الأكبر فى دراسة طرق استخراج الجذور لدى الرياضيين العرب إلى لوكى ، ورغم ذلك فان أول من أشار إلى أسبقية الكاشى فى هذا القبيل كان ج — تاتلر .

كلكتا — سنة ١٨٢٠ Tatler C. Asiatic Researches 13

كما ذكر ذلك أيضا ج . هانكل فى ليبزج ١٨٧٤ ص ٢٦٩ Zar geschichta per Mathematik

[٢٤] يستخدم الكاشى هنا المعادلة :

$$(ا + ب)^{ن} - ا^{ن} = ن ا^{ن-١} ب + (٢ ن) ا^{ن-٢} ب^{٢} + \dots + ن ا ب^{ن-١} + ب$$

للقيم ا = ٤ ، ب = ٣ ، ن = ٥ أى

$$٧^{٥} - ٤^{٥} = (٤ + ٣)^{٥} - ٤^{٥} = ٥ \times ٤^{٤} \times ٣ + \binom{٥}{٢} \times ٤^{٣} \times ٣^{٢} + \binom{٥}{٣} \times ٤^{٢} \times ٣^{٣} + ٥ \times ٤ \times ٣^{٤} + ٣^{٥}$$

$$= ٥ \times ٢٥٦ \times ٣ + ١٠ \times ٦٤ \times ٩ + ١٠ \times ١٦ \times ٢٧ + ٥ \times ٤ \times ٨١ + ٢٤٣$$

$$= ٣٨٤٠ + ٥٧٦٠ + ٤٣٢٠ + ١٦٢٠ + ٢٤٣ = ١٥٧٨٣$$

(٢٥) يورد الكاشى هنا طريقة للتحقق من صحة الحساب باستخدام الرقم ٩ وهذه الطريقة مبنية على تساوى الباقى الناتج من قسمة أى عدد صحيح على تسعة ، مع الباقى الناتج من قسمة مجموع أرقام العدد الصحيح على التسعة .

ولقد كانت هذه الطريقة مستخدمة فى اليونان والهند أيضا ، أما فى المراجع العربية فقد استخدمها الخوارزمى للتحقق من صحة العمليات الأربع ، كما نرى يوحنا الإشبيلى عندما قام بنشر شرح لكتاب الخوارزمى فى الحساب قد استخدم هذه الطريقة للتحقق من صحة عملية استخراج الجذر التربيعى ، وقد أورد ليوناردو البيزنطى (سنة ١٢٠٢) تفسيرا لهذه الطريقة .

ولقد كان رياضيو القرون الوسطى عندما يوردون قاعدة التسعة يعلنون — عادة — أنه عند تساوى أرقام المراجعة تكون نتيجة الحساب صحيحة ، وحيث أن هذا التساوى هو شرط لازم لصحة الحساب غير أنه ليس شرطا كافيا ، فإنه يتضح لنا إلى أى مدى كان الكاشى دقيقا فى تعبيره حين أورد التعبير الرياضى السليم عن هذه الحقيقة فان سلامة التعبير الرياضى كانت من مميزات الكاشى التى لا تنكر ، رغم أنه فى هذه الحالة الآنفة لم يكن الكاشى أول من التزم بالدقة الرياضية فى التعبير ، إذ نرى أن تقى الدين الحنبلى قد سبق الكاشى في إيراد هذا التعبير الدقيق وذلك فى مخطوطه المكتوب فى سنة ١٤٠٩ ميلادية .

أنظر كتاب لوكى Die Rechenkunst bei Gamsid b. Mas vd al-Kasi mit Rückblicken auf die ältere Ceschicht Res Rechnens

فسبادن سنة ١٩٥٠ . ص ٢٦ ، ٢٧

أما في أوروبا فلم تؤكد عدم كفاية هذا الشرط إلا فى سنة ١٤٨٤ على يد ن . شوكة ، وفى سنة ١٤٩٥ على يد ل . باتشيولى .

ونلاحظ أن الكاشى يستخدم قاعدة التسعة فى القسمة ذات الباقى وفى استخراج الجذور ذات أى أس صحيح .

ويتحدث أبو على بن سينا فى باب الحساب من كتابه « كتاب الشفاء » ، عن طريقة التسعة قائلا وباستخدام « الطريقة الهندية » يمكن التحقق من صحة عملية التربيع وعملية التكعيب .

أنظر Cantor M. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

الجزء الأول ص ٧٥٦ — ٧٥٧

[٢٦] « الكسور المجردة » هى الكسور البسيطة مثل $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٧}$

[٢٧] الكسور « المكررة » هى الكسور التى بسطها ليس واحدا مثل $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٣}{٤}$ و ... إلخ

[٢٨] عطف كسر على كسر آخر أى جمعه عليه مثل :

$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٤}$ و $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٤} + \frac{٦}{٧}$

[٢٩] والكسر المستثنى هو الناتج من طرح كسرين أو أكثر من بعضهما مثل :

$\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٥}$ و $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٥} - \frac{١}{٢١} - \frac{١}{٢٠}$

[٣٠] والكسر المضاف هو حاصل ضرب كسرين أو أكثر مثل :

$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٤} \times \frac{٣}{٥}$ و $\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٩} \times \frac{١}{١٠}$

[٣١] والكسر المنكسر هو نسبة الكسور إلى بعضها (القسمة) .

[٣٢] مثل : $\frac{\frac{١}{٢}}{٣}$ و $\frac{٩}{٤\frac{١}{٢}}$ و $\frac{١\frac{١}{٢}}{٥}$ و $\frac{\frac{١}{٤}}{\frac{٣}{٥}}$

[٣٣] الكسر المركب من الأربعة (المعطوف والمستثنى والمضاف والمنكسر) مثاله هو :

$$\frac{\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} - \frac{1}{20}$$

[٣٤] هذه هى الكسور الستينية .

$$\frac{\text{أ}}{60} + \frac{\text{ب}}{(60)^{2}} + \frac{\text{ح}}{(60)^{3}} + \frac{\text{ى}}{(60)^{4}} + \cdots + \frac{\text{ك}}{(60)^{\text{ن}}}$$

وتسمى الوحدات الستينية ، دقيقة ، ثانية ، ثالثة ، ... عاشرة ، إلخ .

[٣٥] يورد الكاشى هنا الكسور العشرية .

$$\frac{\text{أ}}{10} + \frac{\text{ب}}{(10)^{2}} + \frac{\text{ح}}{(10)^{3}} + \frac{\text{ى}}{(10)^{4}} + \cdots \cdots + \frac{\text{ك}}{(10)^{\text{ن}}} = \text{ك} \ldots \text{ى ح ب ا ،} \cdot$$

ويسميها بالأعشار وثانى الأعشار وثالث الأعشار وهلم جرا للدلالة على أجزاء العشرة والمئة والألف وهكذا . .

[٣٦] المقصود بأهل السياق — من كانوا يستخدمون نوعا من أنواع كتابة الأرقام فى الحسابات النقدية والتجارية .

فى أرقام السياق أنظر Clair - Tisdall W. S.

Modern Persian Conversation Grammar هيدلبرج سنة ١٩٠٢ ص ٢٢٠

وأنظر كذلك - باللغة الأزربيجانية — ص ١٩٢ — ٢٠٧ Darabadi G. A. CalligraPhy, Baku

[٣٧] الدانق والطاسوج والشعير ، هى اصلا مقاييس للوزن ثم استخدمت كوحدات نقدية قيمتها على النحو التالى :

١ دانق = $\frac{1}{6}$ مثقال فى حالة الوزن

= $\frac{1}{6}$ دينار فى حالة الذهب

= $\frac{1}{6}$ درهم فى حالة الفضة

١ طاسوج = $\frac{1}{4}$ دانق

= $\frac{1}{24}$ من المثقال أو الدينار أو الدرهم

١ شعير = $\frac{1}{4}$ طسوج

= $\frac{1}{16}$ دانق

= $\frac{1}{96}$ من المثقال أو الدينار أو الدرهم .

ونلاحظ أن كلمة دينجى " Diengi " فى اللغة الروسية وتعنى نقود أصلها مشتق من دانق . مما يدل على أن التعامل فى المناطق الروسية كان يجرى بالوحدات النقدية التى كانت سائدة فى مناطق آسيا الوسطى .

وعموما فان الكاشى فيما يلى ذلك يستخدم هذه الوحدات ككسور اعتيادية من الواحد الصحيح معتبراً المثقال (أو الدينار أو الدرهم) مساويا للواحد الصحيح وعلى ذلك يكون الدانق = $\frac{1}{6}$ ، والطسوج = $\frac{1}{24}$ والشعير = $\frac{1}{96}$

نلاحظ أن التجار ورجال المال فى العصور الوسطى كانوا يستخدمون الكسور على نطاق واسع فى حساباتهم ، ويقول أبو الوفا فى إحدى كتاباته لهؤلاء الحسّاب أن الكسور على الصورة $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ حيث ن > م > ١ غير مستحبة ويجب إجتنابها ، ذلك أن التجار لم يكونوا يرحبون باستخدام الكسور على هذه الصورة ، بل كانوا يفضلون التعبير ولو بالتقريب

عن الـكسور بمـكوناتها الأبسط ، فمثلا كان الأفضل أن يعبر الحاسب عن الـكسر $\frac{٣}{١١}$ بالتقريب ، كمجموع $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٥}$ · $\frac{١}{٩}$ أو $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٣}$ · $\frac{١}{٩}$ من أن يقول ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً (كلا التقريبين على درجة كبيرة من الدقة فالخطا المئوى فى التقريب الأول + $\frac{١}{٤}$ ٪ ، وفي التقريب الثانى — $\frac{١}{٧}$ ٪) . ولهذا نرى أن الرياضيين العرب قد وضعوا جداول وافية للتعبير عن أكثر الـكسور شيوعا فى المعاملات الحسابية عن طريق أجزاء الواحد البسيطة ولقد انعـكس تأثير هذه الطريقة فى الحساب على التقسيم الذى أورده الـكاشى للـكسور ، رغم أن الـكاشى لا يتفادى مطلقاً إستخدام الـكسور من طراز $\frac{٣}{١١}$.

ومما يجدر ذكره أن رياضة قدماء المصريين وكذلك الرياضة الإغريقية وخصوصاً فى العصر الإسكندرى المتأخر كانت تستخدم هذا النوع من التعبير عن الـكسور باستخدام مكوناتها البسيطة ، ومن بعد انتشرت هذه الطريقة فى الشرق واستمرت لفترة طويلة .

أنظر كتاب لوكى Die Rebenkunst bei Ǧamšīd b. Masūd al-Kāšī mit Rückblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens فسبادن سنة ١٩٥٠ ص ٢٨ — ٣٠

[٣٨] هذه الطريقة فى كتابة الـكسور والأعداد الصحيحة والـكسور يرجح وصولها للـكاشى ومن سبقوه عن الهند ولقد إستخدمها أيضاً محمد الخوارزمى ، أما الخط الذى يفصل بين البسط والمقام فإنه لم يظهر إلا لدى الرياضى العربى ابن الحصار الذى عاش فى المغرب العربى ، ثم نراها إنتقلت إلى ليوناردو البيزنطى الذى عاش فى القرن الثالث عشر .

[٣٩] هذا هو نفس — الجوريتم algoritm — إصطلاح إقليدس : الـكتاب السابع ، الجملة الثانية من كتاب « الأصول » .

[٤٠] نلاحظ أن الـكاشى هنا يأخذ المضاعف المشترك الأصغر عند توحيد مقامات الـكسور فى حين أن غيره من علماء العصور الوسطى كانوا يستخدمون المضاعف المشترك الناتج من ضرب مقامات الـكسور في بعضها ولم يتضح للآن هل سبق أحد من الرياضيين الـكاشى فى هذا السبيل أم لا .

أما فى أوروبا فقد كان تارتال هو أول من استخدم المضاعف المشترك الأصغر عند توحيد المقامات وكان ذلك فى النصف الأخير من القرن السادس عشر الميلادى .

[٤١]
$$\frac{٢\frac{١}{٤}}{٥\frac{٤}{٥}} \times \frac{٢\frac{١}{٢}}{٤} - \frac{١\frac{٢}{٣}}{٨} = \frac{\frac{٩}{٤}}{\frac{٢٩}{٥}} \times \frac{\frac{٥}{٢}}{٤} - \frac{\frac{٥}{٣}}{٨} =$$
$$= \frac{٤٥}{١١٦} \times \frac{٥}{٨} - \frac{٥}{٢٤} = \frac{٤٥ \times ٥ \times ٣ - ٥ \times ١١٦}{١١٦ \times ٢٤} = \frac{٦٧٥ - ٥٨٠}{٢٧٨٤} = \frac{٩٥}{٢٧٨٤}$$

[٤٢] يتحدث الـكاشى هنا مرة ثانية عن الـكسور العشرية ، المذكورة فى الباب الأول من المقالة الثانية ، ويورد المثال الأول لعملية ذات كسور عشرية ، ثم نرى أن هذا النوع من الـكسور يتـكرر فى الباب الثالث والسادس والثامن من المقالة الثالثة .

إن اختراع الـكاشى للـكسور العشرية هو من أهم منجزاته العلمية التى حقق بها سبقا علميا رائعا ، ولقد كان غرضه من اقتراحها إنشاء نظام جديد للـكسور يمتاز بسهولة الاستخدام ليـكون بديلا للنظام الستينى الذى كان واسع الانتشار حينئذ ، وهـكذا فإننا نرى رغبة الـكاشى فى نشر حساباته بكلا النظامين الستينى والعشرى ليوضح مميزات النظام العشرى ، وهـكذا فعل عندما حسب نسبة طول محيط الدائرة ح إلى قطرها ق والمعروفة حاليا ط وذلك فى كتابه الشهير « الرسالة المحيطية » ، إذ قام بحسابها أولا مستخدما الـكسور الستينية ثم ذكر في بداية الباب السادس من المقالة الثالثة من « مفتاح الحساب » أنه ينوى القيام فى « الرسالة المحيطية » بحساب ط = $\frac{ح}{ق}$ باستخدام الـكسور العشرية حتى يتقنها

من لا يعرف الـكسور الستينية « وضعناها على قياس الـكسور الستينية ولنقدم هذا لما استخرجنا نسبة المحيط إلى القطر فى رسالتنا المسماه بالمحيطية وبلغنا إلى التاسعة آردنا أن نحولها إلى الرقوم الهندية لئلا يعجز المحاسب الذى لم يعرف حساب المنجمين ، أخذنا كسر المحيط من مخرج هو عشرة آلاف مكررة خمس مرات » .

وفي المقالة الرابعة من « مفتاح الحساب » التى خصصت لقياس مختلف الأشكال يستخدم الـكاشى كسوره العشرية .
راجع أيضا الباب الثامن من « الرسالة المحيطية » الذى يحول فيه الـكاشى قيمة ط من كسر ستينى إلى كسر عشرى .

هذا ونرى الـكاشى يشرح العمليات الحسابية المحتوية على كسور عشرية بمنتهى الدقة والإيضاح ، ويضع قاعدة لإيجاد العدد الصحيح والأجزاء العشرية في نائج كل عملية حسابية ، كما يشرح كيفية تحويل الـكسور الستينية إلى عشرية ويورد بعض القواعد التقريبية التى تسهل عمليات الحساب هذا ويستخدم الـكاشى عدة طرق لتمييز الجزء الصحيح من الـكسر العشرى الذى يكتبه في نفس السطر إلى جواره .

ا — استخدام حبر مختلف اللون (كما هو في مخطوطة ليدن) .

ب — يضع كلا من الرقم الصحيح والـكسر العشرى فى قوسين مستطيلين متجاورين مثل [٢١] [١٧] ، للدلالة على العدد ٢١ و ١٧

حـ — يفصل العدد الصحيح عن الـكسر بخط رأس مثل ٢١ و ١٧

ى — يعبر عن الـكسر العشرى بالألفاظ .

هـ — يكتب فوق كل رقم خانته العشرية (وذلك في الجداول) ، أو يذكر الخانة العشرية فوق أكبر أو أقل الخانات العشرية وبذا يمكن تمييز باقى الخانات بسهولة .

ولقد استخدمت الـكسور التى مقامها ١٠^ك قبل الكاشى استخداما عابرا وبمحض الصدفة البحتة ، مثلها مثل غيرها من الـكسور الاعتيادية ، فمثلا نرى النسوى فى النصف الأول من القرن الحادى عشر الميلادى يورد قاعدة لاستخراج الجذر التربيعى على النحو التالى :

$$\sqrt{ن} = \frac{\sqrt{ن \times ١٠^{٢ك}}}{١٠^{ك}}$$

وعندما يوجد يوحنا الإشبيلى $\sqrt{٢} = \frac{١٤١٤}{١٠٠٠}$ نراه يسارع إلى تحويل قيمة هذا الـكسر إلى الـكسور الستينية على النحو التالى :

$$\sqrt{٢} = ١ + \frac{٢٤}{٦٠} + \frac{٠}{(٦٠)^{٢}} + \frac{٢٤}{(٦٠)^{٣}}$$

ويزعم ل . وانج و ج نيدهيم أن L. Wang f. Needham. مؤلفى « الرياضة فى تسعة أجزاء » من رياضيى الصين قد استخدموا الـكسور العشرية عند استخراج الجزء غير الصحيح من الجذر باستخدام طريقة هورنر ، وهذا التفسير المتحمس للـكتاب الصينى غير الواضح يفتقر إلى التعزيز .

أنظر L. wang & J Needham Horners mathod in Chinese mathematic, its origin in the root oxtraction

مجلة تونج باو ص ٣٥٦ — ٣٧٧ ، الـكتاب الخامس ١٩٥٥ . الجزء ٤٣ وعلى كل فيحتمل أن تـكون بداية التفـكير فى استخدام نظام من المقاييس المبينة على النظام العشرى قد ظهرت فى الصين على يدى ليو خوى في القرن الثالث الميلادى ، كما تدل على ذلك بعض أنواع المقاييس المبنية على النظام العشرى والتى وجدت فى تلك الفترة ، غير أن هذه الأنظمة لم تنتشر ولم يكتب لها البقاء فى الصين ، أضف إلى ذلك أنه لم توضع قواعد لها ، كما لم تتطور طرق حسابها وظلت على صورتها البدائية . وليس هناك شك فى أن الـكاشى هو صاحب الفضل الأكبر فى وضع أسس الطريقة العشرية على نهج موضوعى سهل بعد ذلك انتشارها حتى طغى نظامه العشرى على سائر النظم فى الاستخدام .

أما فى أوروبا ، فلقد كانت أول محاولة لإدخال الـكسور العشرية هى تلك التى قام بها الرياضى اليهودى ، بونفيس الذى عاش فى فرنسا فى القرن الخامس عشر ، ولقد سمى أجزاء العشرة بالأوالى وأجزاء المئة بالثوانى ... إلخ ، ومن

الواضح أنه كان يرمى لإنشاء نظام على نسق النظام الستينى : ولا يحتوى المخطوط الذى ألفه بونفيس باللغة العبرية القديمة على أى مثال للحساب بهذه الطريقة ، كما أنه لم يحتو على طريقة خاصة أو غير خاصة لكتابة هذه الكسور ، وكل ما أورده فى هذا القبيل كان عبارة عن فكرة موجزة لهذا النظام المقترح ، ورغم ذلك فاننا نرى الكاتب اليهودى جاندز يضخم كثيراً فى قيمة ما ذكره بونفيس ويحمل السطور معانى لم ترد بها ولا غرابة فى ذلك « النهج العلمى » من أمثال جاندز ويكفى هذا المقام أن نشير إلى التقدير العظيم الذى أضفاه الرياضى الكبير هانكل على الكاشى ، عندما نوه بفضل الكاشى فى هذا المجال وسبقة لستيفن بنحو ١٥٠ عاما ، عندما وضع نظامه العشرى الذى بلغ القمة من حيث التطور والشمول والمنطق الرياضى .

أنظر Gandz S. The invention of decimal fractions and application of the exponential calculus by j Immanuel Bonfils of Taraseon Jsis vol. 22 1 1936

هذا ونجد أيضاً أن الطريقة العشرية فى الكسور ظهرت عرضاً عند تحليل مبادىء الحساب العشرى للكسور الستينية والأعداد الصحيحة ، وهنا نذكر مرة ثانية أن الكسور ذات المقام على الصورة $١٠^{ك}$ قد ظهرت أول ذى بدء عند استخراج الجذر التربيعى فمثلا قام « فينه » سنة ١٥٥٠ بحساب $\sqrt{١٠٧}$ وحوله إلى $\frac{\sqrt{١٠٧ \times ١٠^{٦}}}{١٠٠٠}$ (كما فعل النسوى) ثم حول الناتج بعد ذلك إلى كسور ستينية .

وبعد ذلك لعب حساب الجداول المثلثية دوراً هاماً عندما بدا إستخدام $ر = ١٠^{ن}$ فى هذه الجداول بدلا من الجداول المتعارف عليها من قبل والتى تستخدم $ر = (٦ \times ١٠)^{ن}$ — رجيومونتان حوالى سنة ١٤٩٠ —

ولقد كان أول داعية للكسور العشرية فى أوروبا ، وأول من ألف ملزمة كاملة عنها باللغتين الفرنسية والهولندية هو ستيفن ، وذلك فى ملزمته المسماة « العشرية ، السهلة التعلم ، تسهل القيام بجميع الحسابات التى نقا لها فى معاملات الناس ، باستخدام الأعداد الصحاح ، بدون كسور » وذلك فى سنة ١٥٨٥ أى بعد الكاشى بنحو مائة وسبعين عاماً . أما فى روسيا فان ماجنيتسكى كان أول من استخدم الكسور العشرية فى كتابه « الحساب » وذلك فى سنة ١٧٠٣ ، حيث وصف الحساب « الفلكى » المبنى على النظام الستينى والحساب « الآخر » أو المسمى بالحساب « العشرى » ويقرر أن هذا الحساب « العشرى » يستخدم فى بعض مسائل المساحات .

ولقد أشار سميث ويوسويوف وغيرهما إلى فضل الكاشى الذى لا يجارى فى وضع أسس الكسور العشرية .

أنظر Smith , D: E, History of mathematics Uol. 2

بوسطون ١٩٢٣ ص ٢٣٨ — ٢٤٠

أنظر كذلك — يوسويوف — مذكرات فى تاريخ تطور الحساب فى الشرق الأدنى — باللغة الروسية — كازان ١٩٣٣ ص ٨٣ — ٨٤ وعن تطور استخدام الكسور العشرية في أوروبا — أنظر :

TroPfke J. Ceschichte der elementar- Mathematik Vol 2 2nd edition

برلين — ليبزج ١٩٢١ .

[٤٣] يعبر الكاشى هنا بالألفاظ عن المعادلة .

$$\sqrt[ك]{\frac{م}{ن}} = \frac{\sqrt{م ن ك - ١}}{ن}$$

$$[٤٤] \quad \sqrt[٤]{\frac{١}{٤}} = \frac{\sqrt[٤]{٦٤}}{٤} = \frac{٢ \frac{٤٨}{٦٥}}{٤} = \frac{٨٠}{١٣٠}$$

أما كيفية إيجاد الرقم $٢ \frac{٤٧}{٦٦}$ فمن السهل الحصول عليه باستخدام الطريقة المذكورة فى الملحوظة رقم ٢٠ [أنظر الملحوظة التالية مباشرة] .

[٤٥] يقصد الكاشى المعادلة $\sqrt[ن]{ا^{ن} + ر} = ا + \frac{ر}{(ا + ١)^{ن} - ا^{ن}}$

$$[٤٦] \quad \sqrt{٧ \tfrac{١}{٦}} = \sqrt{٤ + ٣ \tfrac{١}{٦}} = ٢ + \frac{٣ \tfrac{١}{٦}}{٥} = ٢ \frac{١٩}{٣٠}$$

قيمة الخطأ فى هذا التقريب هى ٠,٠٤

وأدق من ذلك .

$$[٤٧] \quad \sqrt[٣]{٣٠ \tfrac{١}{٢}} = \sqrt[٣]{\tfrac{٦١}{٢}} = \frac{\sqrt[٣]{٢٤٤}}{٢} = \frac{٦ \tfrac{٢٨}{٢٢٧}}{٢} = ٣ \frac{١٤}{١٢٧}$$

$$[٤٨] \quad \sqrt{٧ \tfrac{٢}{٦}} = \sqrt{\tfrac{٤٣}{٦}} = \frac{\sqrt{٢٥٨}}{٦} = \frac{١٦ \tfrac{٢}{٣٣}}{٦} = ٢ \frac{٦٧}{٩٩}$$

وقيمة الخطأ فى هذه النتيجة التقريبية هو ٠,٠٠٧

$$[٤٩] \quad \sqrt{١٤٥٠٠٠٠} = ١٢,٠٤ + \frac{٣,٨٤}{(١٢٠٤ + ١)^{٢} - (١٢٠٤)^{٢}}$$

$$= ١٢,٠٤ + \frac{٣,٨٤}{٢٤٠٩} = ١٢ + \frac{٩٦,٣٦ + ٣,٨٤}{٢٤٠٩}$$

$$= ١٢ + \frac{١٠٠,٢}{٢٤٠٩} = ١٢ \frac{١٦٧}{٤٠١٥}$$

[٥٠] أرقام الجمل أو الأبجدية هى :

ا	١	ك	٢٠	ر	٢٠٠
ب	٢	ل	٣٠	ش	٣٠٠
حـ	٣	م	٤٠	ت	٤٠٠
د	٤	ن	٥٠	ث	٥٠٠
هـ	٥	س	٦٠	خ	٦٠٠
و	٦	ع	٧٠	ذ	٧٠٠
ز	٧	ف	٨٠	ض	٨٠٠
ح	٨	ص	٩٠	ظ	٩٠٠
ط	٩	ق	١٠٠	غ	١٠٠٠
ى	١٠				

وفى حساب الجمل نجد أن كل رقم هو عبارة عن مجموع الأرقام الداخلة فى تركيب الجملة على النحو التالى .

ا	ب	حـ	د	هـ	و	ز	ح	ط	ى
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
يا	يب	يج	يد	يه	يو	يز	يح	يط	ك
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
كا	كب	كج	كد	كه	كو	كز	كح	كط	ل
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠

لا	لب	لج	لد	له	لو	لز	لح	لط	م
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
ما	مب	مج	مد	مه	مو	مز	مح	مط	ن
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠
نا	نب	نج	ند	نه	نو	نز	نح	نط	
٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	

وتختلف أرقام الجمل عن الأرقام الهندية في أنها تكتب بالمعكوس إذ تكون آحادها على اليسار وعشراتها على اليمين .

[٥١] يرمز الكاشى للصفر فى النظام الستينى بالرمز δ وهذا الرمز انحدر من علامة الصفر عند علماء العصر الهلينى ، الذين استخدموا الكسور الستينية في حساباتهم الفلكية وكانوا يكتبون أرقامهم مستخدمين حروف لغتهم من ١ إلى ٥٩ ، وعندما كانوا يريدون الدلالة على أن الحرف يدل على رقم كانوا يضعون شرطة فوقه ، وكان الصفر في الكسور الستينية يكتب هكذا $\bar{o}$ (أوميكرون) حيث أن هذا الحرف هو أول حروف الكلمة الإغريقية ουςευγ التى تعنى « لا شىء » ثم تحورت هذه العلامة إلى δ ، وفي هذا النظام كانت لا توجد رموز للتعبير عن الرقم ٧٠ فى الكسور الستينية .

أما النظام الستينى للكسور والأعداد الصحاح المبنى على استخدام علامتين مركبتين للواحد الصحيح والعشرة فقد ظهر في بابل منذ أكثر من ألفى عام قبل الميلاد .

ولقد كان هذا النظام نظاماً غير كامل نظرا لعدم وجود علامة للدلالة على الصفر ، وبناء على ذلك فإن الرمز ١٢ ، ٢٥ حسب طريقتنا الحالية يمكن أن تدل فى ذلك النظام على العدد $١٢ \times ٦٠^{ن} + ٢٥ \times ٦٠^{م}$ حيث م ، ن أى عددين صحيحين (ولكن م > ن) ، أما القيم المطلقة للأرقام فكان يحددها النص المرافق .

وحوالى منتصف الألف سنة الأولى بعد الميلاد ظهرت علامة الصفر لتدل على خلو إحدى الخانات ، وهكذا أصبح الرمز ١٣ ، ٥ ، ٢٥ يدل على $١٢ \times ٦٠^{ن} + ٢٥ \times ٦٠^{ن+٢}$

وفي العصر الهلينى استخدم الرياضيون كسورا ستينية أيضا غير أنهم كانوا يكتبون الأعداد الصحاح مستخدمين فى كتابتها النظام العادى (شبه العشرى) المتبع لدى الإغريق ، وهذه الطريقة المختلطة فى كتابة الصحاح والكسور هى التى اتبعها كل من بطليموس وتيون الإسكندرى ، كما نرى هذه الطريقة (مع استخدام رموز وأصفار أخرى) مستخدمة لدى كل من محمد الخوارزمى ويوحنا الإشبيلى ، أما النظام الستينى الموحد بالنسبة للصحاح والكسور فمرده للعلماء العرب ، ومما لا شك فيه أن هذا النظام قد ظهر كنتيجة للتحليل الواعى والدراسة المنطقية للأفكار التى وردت فى الحساب الهندى والتى قام بها محمد الخوارزمى ، وكذا دراسة النظام الستينى القديم الذى كان منتشرا فى المناطق التى كانت تابعة في يوم ما لمملكة بابل .

وأقدم وصف لهذا النظام الستينى الموحد نراه قد ورد فى الجزء الثانى من الرسالة الصغيرة المسماة « أصول الحساب الهندى » لمؤلفها قشيار بن لبان الجيلى المولود فى جيلان (جنوب البحر الكسبى) والذى عاش نحو ٩٧١ — ١٠٤٢ ميلادية .

ثانية

وفى كتاب الجبلى نرى الرقم ٣٧ ، ٨ ، ١٦ ، صفر ، ٤٣ تعنى

$$٤٣ \times ٦٠^{٢} + \text{صفر} \times ٦٠ + ١٦ \times ٦٠^{\text{صفر}} + ٨ \times ٦٠^{-١} + ٣٧ \times ٦٠^{-٢}$$

أما الأرقام من ١ إلى ٥٩ فكانت تكتب حسب الجدول الذى أوردناه فيما سبق من أرقام الجمل ، وكان هذا الرقم يقرأ فيما بعد كما هو متبع لدى الكاشى على النحو التالى ٤٣ مرفوعة مرتين ، صفرا مرفوعا ، ١٦ درجة وثمان دقائق وسبع وثلاثون ثانية .

وبالمثل نرى أن الـكاشى كان يستخدم الدرجات التصاعدية والتنازلية للعدد الستينى .

أما لدى الخوارزمى ويوحنا الإشبيلى فلم تـكن هناك حاجة للخانات المرفوعة ، حيث أن الأرقام الصحاح كان يعبر عنها بالنظام العشرى الذى آحاده درجات .

ولا شك أن استخدام هذا النظام الموحد (رغم صعوبته) كان له أثر كبير فى وضع أسس المنطق الرياضى ونظرية الأعداد مما كان له بعد ذلك فضل استخدام النظم الأخرى والتى ثبتت قيمتها العملية فى عصرنا الحالى إذ يستخدم عدة نظم مثل النظام الثنائى (أى الذى أساسه اثنين) على نطاق واسع فى الآلات الحاسبة الإلـكترونية — النوع الرقمى — وكذلك تستخدم النظم الثمانية والأربع والستينية فى ترجمة الأرقام الثنائية التى تتعامل بها هذه الآلات .

أنظر — حل المسائل الهندسية على الآلات الحاسبة الرقمية — باللغة الروسية .

تأليف كاجان — ترميكائيليان — مطبعة الطاقة — موسكو — لينتجراد ١٩٦٤ . فى نظرية الأعداد أنظر كذلك .

الجبر العالى — تأليف هول ، نايت — الترجمة العربية — وزارة المعارف العمومية — الجزء الثالث — المطبعة الأميرية ١٩٢٦ ص ٣٧٣ وما يليها .

ولقد أورد الجيلى فى رسالته جدول الضرب حتى ٥٩ × ٥٩ الذى يجب أن يحتفظ به الحساب فى حوزتهم ، ذلك أن تذكر حواصل الضرب الداخلة فيه وعددها ٥٩ × ٣٠ = ١٧٧٠ حاصلا ليس بمستطاع [فى حين ان جدول الضرب العشرى يحتاج لتذكر ٩ × ٥ = ٤٥ حاصلا وهو أمر هين] .

ويتكلم الـكاشى عن هذا الجدول فى البابين الثالث والرابع من المقالة الثالثة من « مفتاح الحساب » ، ويورد الجيلى أيضا قواعد تحديد منازل (درجات) حاصل الضرب على الأساس الستينى الموحد وكذلك ناتج القسمة [كانت هذه القواعد موجودة أيضا لدى الخوارزمى ، غير أنها كانت خاصة بالجزء الـكسرى فقط حيث ان الصحاح كانت عشرية النظام]

انظر — الرسالة الحسابية لمحمد بن موسى الخوارزمى — باللغة الروسية .

اعمال معهد تاريخ العلوم والمعارف التـكنيكية — الجزء الأول — ١٩٥٤

تأليف يوسسكيفتش — ص ٢١٢

اما خواص وقواعد حساب المتوالية الهندسية الناتجة عن استخدام هذه الـكسور فترجع إلى ارشميدس ، وقد وردت هذه القواعد ايضا فى مفتاح الحساب فى البابين الثالث والرابع من المقالة الثالثة .

ونرى كذلك ان الجيلى رغم انه قام بحساباته مستخدما النظام الستينى الموحد عندما يقوم بالضرب والقسمة واستخراج الجذر التربيعى فإنه عندما يستخرج الجذر التـكعيبى فإنه يستخدم النظام العشرى .

ولا ينسب الجيلى إلى نفسه إنشاء النظام الستينى الموحد رغم انه الان لم يكتشف اى نص لأى مؤلف قبل الجيلى استخدم النظام الموحد .

ومن المرجح ان النظام الستينى الموحد كان مقصورا فى استخدامه على الحسابات الفلـكية وحدها ، ويعزز هذا الرأى ما قرره النسوى — تلميذ الجيلى — فى مقدمة مؤلفه « الـكفاية فى الحساب الهندى » ان كتاب الجيلى هو مؤلف موضوع فى مسائل الفلك .

ولا نجد اى شىء يتعلق بالنظام الستينى الموحد فى المؤلفات التى ظهرت فى الفترة بين الجيلى والـكاشى والتى امتدت نحو اربعة قرون ، ولا يظهر هذا النظام إلا فى بعض المؤلفات الرياضية العربية المنسوبة إلى نهاية القرن الخامس عشر الميلادى . من كل هذا ومن كتاب الـكاشى نفسه يمـكن افتراض ان هذا النظام الموحد كان مقصورا على الاستخدام فى علم الفلك .

ولذا نجد ان الـكثير من الرياضيين الأوروبيين يستخدمون النظام الستينى فى حساباتهم فى الفترة الممتدة حتى القرن السادس عشر _ استخدمه فينة فى ١٥٥٥ .

أنظر كتاب Paul Lnckey Die Rechenkunst dei Gamsid b. Masvd al-Kasi mit Rückblicken auf aie ältre Geschichte des Rechnens فسبادن ١٩٥٠ ص ٤٠ _ ٨٩

ونلاحظ ان الكاشى لا يستخدم الفاظ « منازل » و « ابراج » ... إلخ مما لا يتسق مع وحدة وبساطة الاستخدام للنظام الستينى إلا فى القليل النادر ـ مثل وصفه لعملية الضرب ـ مقترحا تحويل ارقام هذه الخانات إلى النظام الستينى العادى .

[٥٢] الكاشى يورد هنا فى حقيقة الأمر القاعدة الموحدة $\text{ا}^{\text{م}} \times \text{ا}^{\text{ن}} = \text{ا}^{\text{م} + \text{ن}}$ لأى اسس صحيحة ، ويضع « الدرجات » فى الخانة من الدرجة الصفرية (وبالمثل يفعل فى الباب الخامس حيث $\text{ا}^{\text{صفر}} = ١$) .

ولما كان الكاشى لا يرغب فى استخدام الأسس السالبة فإنه يستغنى عنها بالكتابة على جانبى خانة الدرجات ، ثم يورد الكاشى جدول إيجاد خانات حاصل الضرب فى الباب الرابع من المقالة الثالثة ، اما فى اوروبا فنجد ان الرياضيين الذين استخدموا النظام الستينى الموحد كانوا يستخدمون الأسس السالبة بدلا من استخدام الكسور ـ مثل شركة وأو رسم في القرن الخامس عشر .

أنظر TroPfke J Gcschtchti der Elementar - Nathematik Vol 2

الطبعة الثانية — برلتين — ايبزج ١٩٢١ ص ١٩٠ — ١٢٠ vel. z

[٥٣] هذا ولما كان الرقم (٦٠ — ١) = ٥٩ فى النظام الستينى يلعب نفس الدور الذى يلعبه الرقم ٩ فى النظام العشرى وذلك عند مراجعة صحة العمليات الحسابية فى النظام الستينى ، فاننا نرى أن الكاشى قد أورد هذا « الميزان » فى « الرسالة المحيطية » .

أما الجبلى فانه يستخدم ميزان التسعة لمراجعة صحة الكسور الستينية دون أن يلحظ أن الأرقام الموجودة فى الخانة الثالثة فما فوق ، أى $\text{ل} \times ٦٠^{٢}$ تنقسم على تسعة ولذا فان الخطأ فى هذه الخانات لا يمكن مراجعته بميزان التسعة .

[٥٤] المراد هنا التعبير عن العلاقة :

$$\text{ا}^{\text{م}} : \text{ا}^{\text{ن}} = \text{ا}^{\text{م} - \text{ن}}$$

[٥٥] انظر — الرسالة المحيطية — حيث استخرج الكاشى نسبة طول محيط الدائرة إلى قطرها إلى عشر خانات ستينية ، ثم حول هذه النتيجة إلى الأرقام العشرية إلى ستة عشر خانة أى فى صورة كسر مقامه $١٠^{١٦}$

[٥٦] تحويل الأرقام الستينية إلى أرقام عشرية (الأعداد الصحاح) مبنى على المعادلة :

$$\text{ا}_{\text{ن}} \times ٦٠^{\text{ن}} + \text{ا}_{\text{ن}-١} \times ٦٠^{\text{ن}-١} + \dots\dots + \text{ا}_{٠} = \{[(\text{ا}_{\text{ن}} \times ٦٠ + \text{ا}_{\text{ن}-١})\, ٦٠ + \text{ا}_{\text{ن}-٢}]\, ٦٠ + \dots \dots + \text{ا}_{١}\}\, ٦٠ + \text{ا}_{٠}$$

(قارن هذا الترتيب مع الترتيب المستخدم عند الحساب بطريقة هورنر)

(٥٧) لكى تتضح لنا القاعدة التى يستخدمها الكاشى نأخذ المثال التالى :

$$\frac{٨}{٦٠} + \frac{٢٩}{(٦٠)^{٢}} + \frac{٤٤}{(٦٠)^{٣}} = \frac{\text{س}}{١٠} + \frac{\text{ص}}{(١٠)^{٢}} + \frac{٤}{(١٠)^{٣}} + \dots \dots$$

وبضرب الطرفين فى عشرة يكون

$$\frac{٨٠}{٦٠} + \frac{٢٩٠}{(٦٠)^{٢}} + \frac{٤٤٠}{(٦٠)^{٣}} = \text{س} + \frac{\text{ص}}{١٠} + \frac{\text{ع}}{(١٠)}$$

وبالتالى فان س هو الجزء الصحيح من الطرف الأيمن ونحصل على قيمتها ونحصل عليها بعد إعادة كتابة الطرف الأيمن فى الصورة الستينية (كما هو متبع فى جدول الضرب)

$$\text{الطرف الأيمن} = ١ + \frac{٢٤}{٦٠} + \frac{٥٧}{(٦٠)^{٢}} + \frac{٢٠}{(٦٠)^{٣}}$$

فتكون قيمة س هى ١

ثم نعيد خطوات العمل بالمثل مع المتطابقة

$$\frac{٢٤}{٦٠} + \frac{٥٧}{(٦٠)^٢} + \frac{٢٠}{(٦٠)^٣} = \frac{ص}{١٠} + \frac{ع}{(١٠)^٢} + \dots \dots$$

وهكذا حتى نحصل على قيم ص ، ع ... . إلخ .

[٥٨] الكسر $\frac{٨}{٦٠} = ٠,١\overline{٣}$

والكسر $\frac{٢٩}{(٦٠)^٢} = ٠,٠٠٨٠\overline{٥}$

والكسر $\frac{٤٤}{(٦٠)^٣} = ٠,٠٠٠\overline{٢٠٣٧}$

وعليه فان قيمة الكسر ٤٤‴ ٢٩″ ٨′ (ثمانية دقائق وتسع وعشرون ثانية وأربع وأربعون ثالثة) تكون $٠,١٤١\overline{٥٩٢}$

ونلاحظ أن الكاشى يقوم بتقريب النتيجة تماماً كما هو الحال فى الرياضة الحديثة بزيادة الرقم الأخير واحداً ، وهو يفعل ذلك أيضاً فى الحالات المماثلة فى « الرسالة المحيطية » ، كما نلاحظ أن الرقم ٠,١٤١٥٩٣ هو تقريب للجزء الكسرى من النسبة التقريبية .

[٥٩] اللفظ المستخدم فى الخانة الأولى من الجدول — ضربنا ٣٧٦ ثالث الأعشار فى ستين — ويورد فى الخانة الأخيرة ٢٢ تحت كلمة صحاح ، ٥٦٠ تحت بند كسور والمقصود بكلمة صحاح أى أنها صحاح فى خانة الدقائق وليست خانة الصحاح الأصلية .

شرح العمل	الكسور	الصحاح
ضربنا ٣٧٦ ثالث الأعشار فى ستين	٥٦٠	٢٢

والمراد هنا أن $٠,٣٧٦ = \frac{٢٢,٥٦}{٦٠} = \frac{٢٢}{٦} + \frac{٠,٥٦}{٦٠} = \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٣٣,٦}{(٦٠)^٢}$

$$= \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٣٣}{(٦٠)^٢} + \frac{٠,٦}{(٦٠)^٢} = \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٣٣}{(٦٠)^٢} + \frac{٣٦}{(٦٠)^٣}$$

= ٢٢′ ٣٣″ ٣٦‴

[٦٠] يستخدم الكاشى هنا وكذا فى رسالته المحيطية مقاييس الأطوال الآتية الفرسخ والقصبة والذراع والإصبع وعرض حبة شعير وسيطة وشعرة من معرفة الحصان ، وهذه المقاييس يرجع أصل استخدامها إلى مملكة بابل القديمة .

والفرسخ = ٢٠٠٠ قصبة

والقصبة = ٦ أذرع

والذراع = ٢٤ إصبع

والإصبع = ٦ عرض حبة شعير وسيطة

وعرض حبة الشعير = ٦ سمك شعرة حصان

ولقد كان الذراع المستخدم فى التجارة = ٠,٥٨ متراً أما الذراع المعمارى فيساوى = ٠,٧٥ متراً .

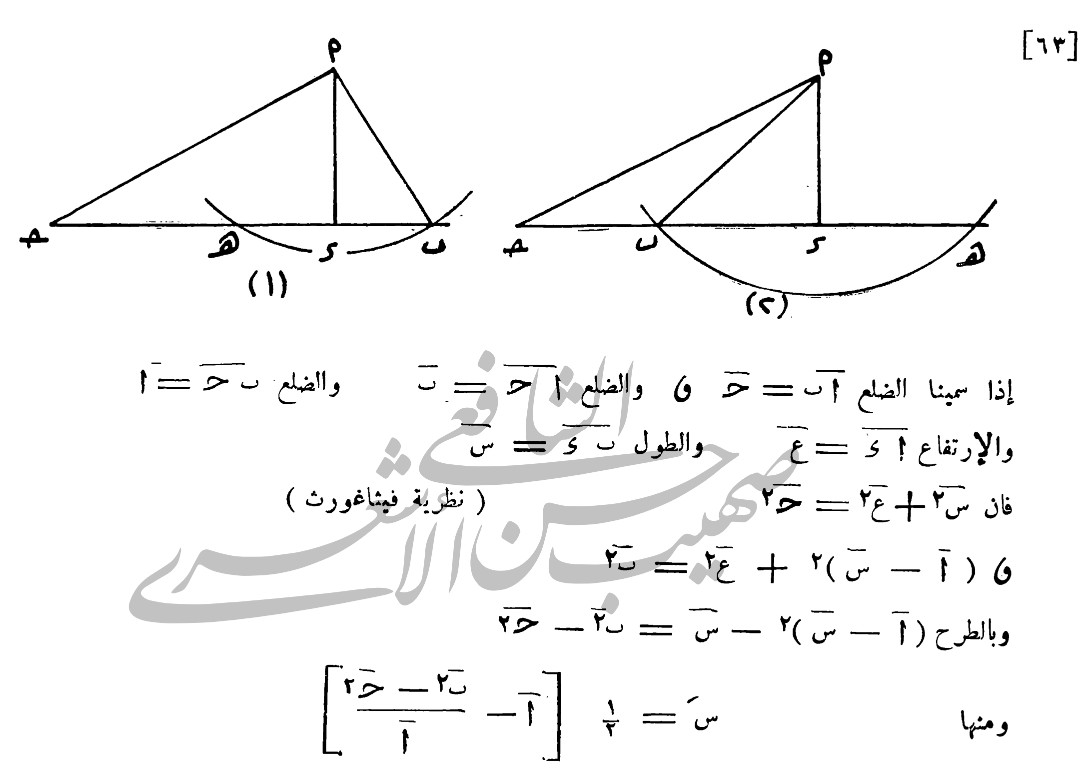
فاذا اعتبرنا الذراع = ٠,٥٨ متراً فان القصبة = ٣,٥٥ مترا .

ويكون الفرسخ مساويا ٦,٩٦ كيلو مترا ويكون سمك شعرة الحصان ٠,٠٦٧ سم = ٠,٦٧ مم .

[٦١] تعريف الكاشى للنقطة والخط والسطح يتفق مع تعاريف إقليدس فى حين أن تعريفه للخط المستقيم يتفق مع تعريف أرشميدس .

[٦٢] « عمل اليد » الذى يشير إليه الكاشى هو « العمل » فى التمارين الهندسية .

[٦٣]



إذا سمينا الضلع أب = حـ ، والضلع أحـ = ب ، والضلع ب حـ = أ

والإرتفاع أ د = ع والطول ب د = س

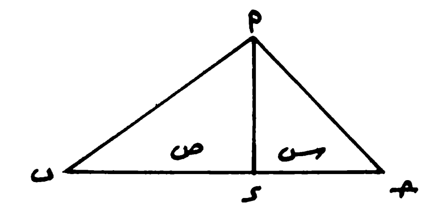
فان س^2 + ع^2 = حـ^2 (نظرية فيثاغورث)

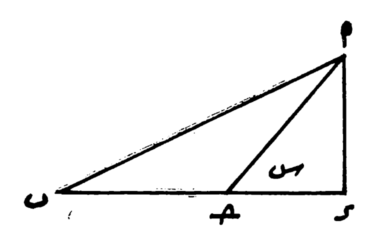
، (أ − س)^2 + ع^2 = ب^2

وبالطرح (أ − س)^2 − س^2 = ب^2 − حـ^2

ومنها س = $\frac{1}{2}$ [أ − $\frac{\text{ب}^2 - \text{حـ}^2}{\text{أ}}$]

أما في الشكل الثانى فإن الحدود داخل القوسين تتبادل مواضعها ونشير إلى أن هذا النوع من المسائل الهندسية حيث يستخدم الجبر في إثباتها ، كان مستخدما بكثرة فى كتاب « الجبر والمقابلة » لمحمد الخوارزمى ، وقد أورد الخوارزمى حلا لهذه المسالة نفسها ـ مستخدما قيما عددية أخرى ـ لإيجاد بعد موضع العمود النازل من رأس المثلث وطول هذا العمود . وكان كل من الخوارزمى والكاشى يستخدمون الألفاظ فى الإثبات الجبرى ولا يستخدمون أى رموز جبرية فى حلهم .





المسافة سَ من نقطة ى (مسقط النقطة ا على ب حـ) إلى نقطة حـ

سَ = (حـَ٢ — اَ٢ — بَ٢) / ٢ اَ عندما تكون حـ^ زاوية منفرجة

س = صفر عندما تكون حـ^ زاوية قائمة

سَ = (اَ٢ + بَ٢ — حـَ٢) / ٢ اَ عندما تكون حـ^ زاوية حادة

وفي الحالة الأخيرة تكون زاوية ب^ أيضا زاوية حادة إذا كانت ا > س أي إذا كان ا٢ > (ا٢ + ب٢ — حـ٢) / ٢

كما تكون زاوية ب^ قائمة إذا كانت ا = س

أي إذا كان اَ٢ = (اَ٢ + بَ٢ — حـَ٢) / ٢ ، وتكون زاوية ب^ منفرجة

إذا كانت اَ < سَ أي إذا كان اَ٢ < (اَ٢ + بَ٢ — حـَ٢) / ٢

[٦٥] إذا كانت زاوية ب (داخلية) فإن المستقيم الساقط على ب حـ يكون ارتفاعه عَ = حـَ جا ب^

ويكون (اَ — سَ) = حـَ جتا ب^ = صَ

ونلاحظ أن الجيب وجيب التمام مكتوبين بالكسور الستينية ويعتبر الكاشى جيب الزاوية القائمة مساويا ٦٠ وليس واحدا ولذا يجب أن نذكر هذا عند قراءة أى قاعدة من قواعد الكاشى المثلثية ، فمثلا القاعدتين السابقتين تكونان على الصورة التالية :

ع = حـَ حا ب^ / حا ٩٠ ، صَ = حـَ جتا ب^ / جتا ٩٠

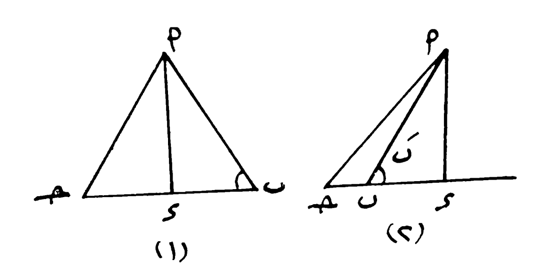
هذا ولم تلاق الاقتراحات التى تنادى باعتبار نصف قطر الدائرة مساويا واحدا صحيحا أى استجابة رغم إلحاح أبو الوفا في مؤلفاته على ذلك ـ وكان هو اول من نادى بذلك ـ ولقد استغرق الأمر وقتا طويلا حتى أخذ بهذا الاقتراح السليم وكان ذلك في سنة ١٧٤٨ عندما استخدم اويلر الرياضى الشهير نسبا مثلثية لا ابعاد لها (اى اخذ باقتراح ابو الوفا) فى معادلاته معتبرا جيب الزاوية القائمة مساويا واحدا صحيحا .

[٦٦] عندما يسقط ارتفاع المثلث ا ى على قاعدته ب حـ ، حالة كون الزاويتين ب^ ، حـ^ حادتين ، فإن الكاشى يوجد جيبى الزاويتين الحادتين ب^ ، حـ^

بحيث ا^ = ١٨٠ — (ب^ + حـ^)

اما إذا كانت الزاوية ب^ منفرجة واسقط ا ى على امتداد حـ ب فانه يعين النسب للزاوية الحادة حـ^ وللزاوية الحادة (ايضا) بَ^ وهى الزاوية المكملة للزاوية ب^ اى بَ^ = ١٨٠ — ب^

بحيث ا^ = ١٨٠ — (بَ^ + حـ^)



وهذا فانه فى الأمثلة التالية ياخذ اضلاع المثلث الأول ١٠ ، ١٧ ، ٢١ واضلاع المثلث الثانى ٩ ، ١٠ ، ١٧ .

ومن هذا نرى ان الكاشى يحل هذه المسألة دون استخدام لنظرية جيوب التمام . وهكذا فان الكاشى لكى يتلافى استخدام القيم السالبة لا يستخدم إلا الجيوب فى حل المثلث .

[٦٧] يستخدم الكاشى هنا نظرية الجيب المعروفة :

$$\frac{\text{حا } \hat{\text{ا}}}{\text{ا}} = \frac{\text{حا } \hat{\text{ب}}}{\text{ب}} = \frac{\text{حا } \hat{\text{حـ}}}{\text{حـ}}$$

وتنسب هذه النظرية إلى البيرونى الذى كان من انجب تلاميذ الخوارزمى .

أنظر Schoy C Die trigonometrischen Lehren des Persischen Astronomen Abùl Rihân Muhammed ibn Ahmed al- Bîrûni dar gestellt nach al Qanu al- Masûdi

طبعة هانوفر ١٩٢٧ ص ٥٣

[٦٨] المعادلة $\hat{\text{حـ}}^{٢} = (\text{ب} \pm \text{ا جتا } \hat{\text{حـ}})^{٢} + \text{ا}^{٢} \text{ جا}^{٢} \hat{\text{حـ}}$

نطابق نظرية جيوب التمام المشهورة .

$$\text{حـ}^{٢} = \text{ا}^{٢} + \text{ب}^{٢} \pm ٢ \text{ ا ب جتا } \hat{\text{حـ}}$$

ومن الواضح ان الصياغة التى اقترحها الكاشى لهذه النظرية ترتبط بأنه فى المثلث ا ب حـ يسقط الارتفاع ا ى ، ثم يستخدم النسب المثلثية بين المجاور والمقابل ، ونظرية فيثاغورث .

ومما يجدر ان يذكر ان « نظرية جيوب التمام » من وجهة النظر الهندسية البحتة ، ودون تعرض لحساب المثلثات قد ذكرت فى الجملتين الثانية عشرة والثالثة عشرة من كتاب « الأصول » لإقليدس الخاصين بمربع الضلع المقابل لزاوية حادة او منفرجة في مثلث مستو .

اما التفرقة بين حالتى الزاوية الحادة والزاوية المنفرجة فقد لجأ إليها الكاشى لكى لا يستخدم قيما سالبة ، ففى ذلك الوقت لم تكن القيم السالبة شائعة الاستخدام ، ولذا فان الكاشى يعتبر جيب تمام الزاوية المنفرجة ، هو جيب تمام مكملتها .

وهذا هو السبب في انه لا يستخدم معادلة جيوب التمام (على النحو الذى صاغها به) فى حل المثلث بمعرفة اضلاعه الثلاثة ، إذ انها لا تصلح مباشرة لهذا الغرض .

وهكذا لم تستخدم نظرية جيوب التمام في حل المثلث المستوى بمعرفة اطوال اضلاعه الثلاثة إلا فى سنة ١٥٩٣ عندما استخدمها فينت فى صورتها الصريحة لهذا الغرض .

[٦٩] المقصود هنا : على $\frac{٤}{٦٠}$

[٧٠] يستخدم الكاشى هنا نظرية الجيوب فى حل المثلث ا ب حـ بمعلومية الضلعين ا ب ، ا حـ والزاوية الحادة $\hat{\text{ب}}$ المقابلة للضلع ا حـ ، ولكن الكاشى لا يلاحظ انه (فى الحالة العامة) يمكن ان توجد حالة ذات حل واحد عندما

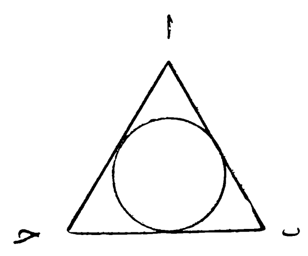
يكون ا حـ > ا ب ، او ذات حلين عندما ا ب > ا حـ و ا ب حا $\hat{\text{ب}}$ < ا حـ

أو عندما لا يوجد حل على الإطلاق ، وذلك حينما يكون ا ب > ا حـ و ا ب حا $\hat{\text{ب}}$ > ا حـ .

وكما هو معروف فانه فى حالة كون الزاوية $\hat{\text{ب}}$ منفرجة قد يكون هناك حل واحد عندما يكون ا حـ > ا ب أو قد لا يكون هناك حل ومن الواضح أنه فى المثال الذى أورده الكاشى بالذات يوجد حل واحد فقط للمثلث .

[٧١] إذا كانت أطول أضلاع المثلث هى $\bar{\text{ا}}$ و $\bar{\text{ب}}$ و $\bar{\text{حـ}}$

فان نصف قطر الدائرة الداخلية لهذا المثلث لو



يكون $\dfrac{\text{ا ب حا } \hat{\text{حـ}}}{\text{ا} + \text{ب} + \text{حـ}}$

[٧٢] مساحة المثلث المتساوى الأضلاع الذى ضلعه ا

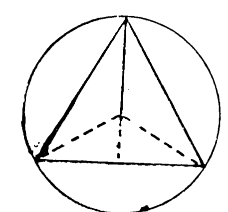
$$س = \sqrt{٣ \left(\frac{ا}{٢}\right)^{٤}} = \frac{\sqrt{٣}\ ا^{٢}}{٤}$$

أما إرتفاعه $ع = \frac{ا \sqrt{٣}}{٢}$ $س = \sqrt{\frac{ع^{٤}}{٣}}$

[٧٣] $\frac{\sqrt{٣}}{٤} = ٠,٤٣٣٠١٢٧ = ٣٧^{V}\ ٤٤^{IV}\ ٥٠^{III}\ ٥٨^{II}\ ٢٥^{I}$

[٧٤] $\frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٠,٨٦٦٠٢٥٤ = ١٤^{V}\ ٢٩^{IV}\ ٤١^{III}\ ٥٧^{II}\ ٥١^{I}$

[٧٥] نصف قطر الدائرة الخارجية للمثلث المتساوى الأضلاع .



نق = ع — ر حيث $ر = \frac{ع}{٣}$

أى $نق = \frac{٢}{٣} ع = \frac{٢}{٣} \cdot \frac{ا \sqrt{٣}}{٢} = \sqrt{\frac{ا^{٢}}{٣}}$

[٧٦] $ر = \frac{ع}{٣} = \frac{ا}{٢ \sqrt{٣}}$ ، حيث $ر = \sqrt{\frac{ا^{٢}}{٢ \times ٦}}$

[٧٧] يسمى الكاشى متوازى الأضلاع غير القائم الزوايا بالشبيه « بالمعين » ونلاحظ أن لفظ الشبيه « بالمعين » قد استخدم فى تعاريف الجزء الأول من « أصول » إقليدس ، عن منشأ لفظ معين وشبيهه من الألفاظ مثل « شبه المنحرف وغيرها ارجع إلى مقالة :

م . يا . فيجوديتسكى « أصول » إقليدس — باللغة الروسية

مجلة — أبحاث تاريخ الرياضة — الجزء الأول — ١٩٤٨ ص ٢٢٧ — ٢٢٨ .

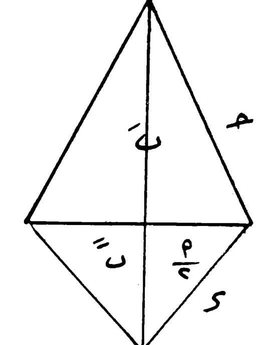
[٧٨] إذا كان ا — ضلع المربع فان قطره ن $= \sqrt{٢}\ ا$ ، $ا = \frac{ن}{\sqrt{٢}} = \sqrt{٢}\ \frac{ن}{٢}$

$$\sqrt{٢} = ١,٤١٤٢١٣٥٦٢ = ٦٤^{V}\ ٧^{IV}\ ١٠^{III}\ ٥١^{II}\ ٢٤^{I}\ ١^{o}$$

$$\frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢} = ٠,٧٠٧١٠٦٧٨١ = ٥٨^{V}\ ٣^{IV}\ ٣٥^{III}\ ٢٥^{II}\ ٤٢^{I}$$

[٧٩] إذا كان ا ، ب قطرى المعين فإن ضلعه يكون مساوياً $\sqrt{\left(\frac{ا}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢}}$

ومساحته $س = \left(\frac{ا}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{ا}{٢} - \frac{ب}{٢}\right)^{٢} = \frac{ا ب}{٢}$



[٨٠] إذا كان ا ، ب قطرى « ذو اليمينين » بحيث ينقسم القطر ا بالقطر ب إلى نصفين وينقسم القطر ب إلى جزءين غير متساويين بَ ، بً فإن أضلاع ذى اليمينين تكون

$$ح = \sqrt{\left(\frac{ا}{٢}\right)^٢ + بَ^٢} \quad ، \quad د = \sqrt{\left(\frac{ا}{٢}\right)^٢ + بً^٢}$$

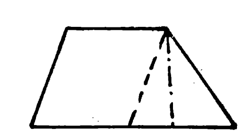
وتكون مساحته

$$س = \frac{اب}{٢} = \frac{١}{٢} (بَ + بً) = \frac{١}{٢} \left[\left(\frac{ا^٢}{٢} + بَ^٢ \right) \right.$$

$$\left. + \left(\frac{ا^٢}{٢} + بً^٢ \right) - \left(بَ - \frac{ا}{٢} \right)^٢ - \left(\frac{ا}{٢} - بً \right)^٢ \right] = \frac{١}{٢} (بَ + بً) .$$

[٨١] يقصد الكاشى هنا أنه إذا كان ضلعا ذى اليمينين هما ١٠ ، ١٧ وكان أحد القطرين ٢١ فإنه ينقسم إلى ٦ ، ١٥ أما نصف القطر الآخر فيكون ٨ .

[٨٢] إذا كان ں . جزء القطر المعروف فى «ذى اليمينين» المجاور للضلع ا فإن ں = ا جتا $\frac{\hat{ا}}{٢}$ حيث $\hat{ا}$ الزاوية التى تقسم هذا القطر نصفين والمقابلة للضلع ا ، وجيب تمام $\frac{\hat{ا}}{٢}$ هو جيب نصف مكملة $\hat{ا}$

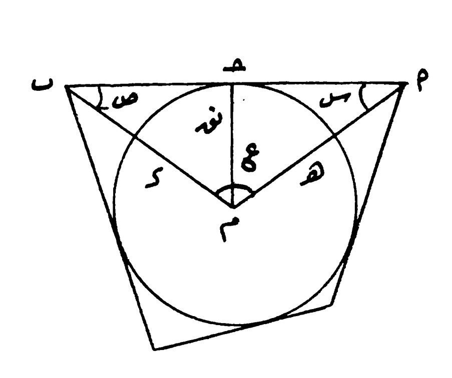


[٨٣] ارتفاع شبه المنحرف يساوى ارتفاع المثلث الذى يتساوى ضلعاه مع ضلعى شبه المنحرف وتكون قاعدته هى الفرق بين قاعدتى شبه المنحرف .

[٨٤] المطلوب هنا هو المساحة ونلاحظ أن الحديث هنا عن الأشكال الرباعية المنبعجة .

[٨٥] نفرض أن $\hat{ا}$ ، $\hat{ب}$ زاويتين متجاورتين فى شكل رباعى مختلف الأضلاع له دائرة داخلية ونفرض أن ح هو طول ضلع الشكل الرباعى الواصل بين رأس الزاويتين ا ، ب .

فى المثلث ا ب م حيث م مركز الدائرة الداخلية للشكل الرباعى ـ تكون الزوايا $\hat{س} = \frac{\hat{ا}}{٢}$ ، $\hat{ص} = \frac{\hat{ب}}{٢}$ ، $\hat{ع}$ = ١٨٠ — $\hat{س}$ — $\hat{ص}$ وباستخدام قاعدة الجيوب .



$$\frac{د}{حا \hat{س}} = \frac{هـ}{حا \hat{ص}} = \frac{ح}{حا \hat{ع}}$$

حيث حا $\hat{ع}$ = حا (١٨٠ ـ $\hat{س}$ ـ $\hat{ص}$) = حا ($\hat{س}$ + $\hat{ص}$)

$$ومنه \ د = \frac{ح حا \hat{س}}{حا \hat{ع}} = \frac{ح حا \hat{س}}{حا (\hat{س} + \hat{ص})}$$

$$= \frac{ح حا \hat{س}}{حا \hat{س} \ جتا \hat{ص} + جتا \hat{س} \ حا \hat{ص}}$$

ومن جهة أخرى فإنه باسقاط عمود من مركز الدائرة على ح ينقسم المثلث ا م ب إلى مثلثين قائمى الزاوية ويكون

$ن = د \; \widehat{حا ص}$ ، وبالتالى فإن

$$ن = \frac{د \; \widehat{حا س} \; \widehat{حا ص}}{\widehat{حا س} \; \widehat{جتا ص} + \widehat{جتا س} \; \widehat{حا ص}} = \frac{د \; \widehat{حا س}}{\widehat{جتا س} + \frac{\widehat{حا س} \; \widehat{جتا ص}}{\widehat{حا ص}}}$$

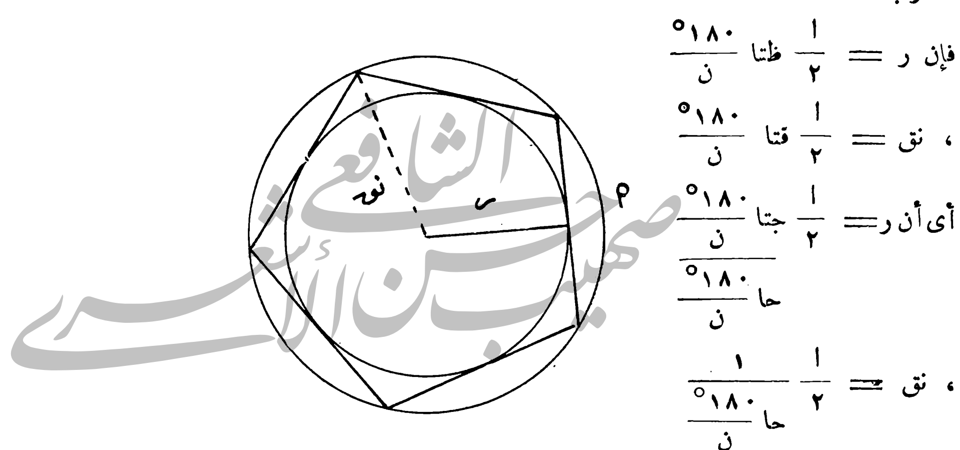
وهى المعادلة التى أوردها الكاشى

[٨٦] إذا كان ا ضلع المضلع النونى المنتظم فإن نسبة مساحته س إلى مربع ضلعه ا٢ تكون

$$\frac{س}{ا^٢} = \frac{ن}{ع} \; ظتا \; \frac{١٨٠}{ن}$$

ونجد أن حساب الكاشى مستخدما النظام الستينى قد وصلت دقته إلى $\frac{١}{(٦٠)^٥} = \frac{١,٥}{٩١٠}$ ، وفى النظام العشرى بلغت دقة الحساب إلى $\frac{١}{٦١٠}$

(٨٧) إذا كان ا — ضلع المضلع النونى المنتظم ، ر هو نصف قطر الدائرة الداخلة له ، نق هو نصف قطر الدائرة الخارجة له .



فإن ر $= \frac{ا}{٢}$ ظتا $\frac{١٨٠^\circ}{ن}$

، نق $= \frac{ا}{٢}$ قتا $\frac{١٨٠^\circ}{ن}$

أى أن ر $= \frac{ا}{٢} \; \frac{جتا \frac{١٨٠^\circ}{ن}}{حا \frac{١٨٠^\circ}{ن}}$

، نق $= \frac{ا}{٢} \; \frac{١}{حا \frac{١٨٠^\circ}{ن}}$

[ملحوظة : مخطوطة ليدن مشوهة فى هذا المكان] .

[٨٨] « أرقام ذلك المضلع » هى الأرقام الواردة فى جدول تلك النسبة (أى نسبة مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة إلى مربع ضلع واحد من ذلك المضلع) بالأرقام الهندية ، أى أرقام $\frac{ن}{٤}$ ظتا $\frac{١٨٠^\circ}{ن}$

وحيث أن المساحة س $= \frac{ن}{٤}$ ظتا $\frac{١٨٠^\circ}{ن} \times$ ا٢

$$فان \; ا^٢ = \frac{س}{\frac{ن}{٤} \; ظتا \; \frac{١٨٠^\circ}{ن}}$$

[٨٩] س $= \frac{٣}{٢}$ ظتا ٣٠° $\times$ ا٢ $= \frac{٣ \sqrt{٣}}{٢}$ ا٢ حيث المساحة س $= \frac{\sqrt{٢٧ \; ا^٤}}{٢}$

[٩٠] س = ٦ ر٢ / ظتا ٣٠ = ٢ √٣ ر٢ حيث س = √(١٢ ر٤)

[٩١] ر = ١/٢ ظتا ٣٠ = √٣ / ٢ ا حيث ٢ ر = √(٣ ا٢)

[٩٢] س = ٢ ظتا ٣٠َ ٢٢° × ا٢ = ٢ (١ + √٢) ا٢

ر = ١/٢ ظتا ٣٠َ ٢٢° — ٢ ر = (١ + √٢) ا

ولذلك فان (٢ ر)٢ — ا٢ = ٢ (١ + √٢) ا٢ = س

[٩٣] ا = ٢ ر / (√٢ + ١) = ٢ ر (√٢ — ١) = √(٢ (٢ ر)٢) — ٢ ر

[٩٤] القوس والوتر والسهم ألفاظ مستخدمة فى المخطوطة على نطاق واسع ، وكلمة جيب مأخوذة من الكلمة الهندية جيفا بمعنى وتر وكان المقصود بالجيب ، هو خط الجيب ، اى نصف وتر ضعف الزاوية ولقد استخدم الفلكيون الهنود الأوتار — مثلهم فى ذلك مثل فلكيى الإسكندرية — وعندما توصلو إلى الجيب فانهم سموه أولا « أرد جيفا » أى نصف الوتر ثم اختصروها إلى جيفا .

أما كلمة Sinus المستخدمة حاليا فى أوروبا فهى ترجمة حرفية لكلمة جيب والتى تعنى تجويف أو جراب .

ولقد أخذ الرياضيون العرب تسمية خط « السهم » من الهنود وكذا تسمية جيب التمام .

ولقد ترجم بلاتون الذى اشتغل بترجمة العلوم العربية فى عصر النهضة الأوروبية « خطالسهم » بمقلوس الجيب Sinvers ومن الواضح أن S)n Vsrs ∝ = ١ — جتا ∝

[٩٥] كلمة شلجمى مأخوذة من اسم زهرة الشلجم ، وكلمة إهليلجى مأخوذة من كلمة إهليلج وهو العدس ، وكانت هذه الكلمات مستخدمة على نطاق واسع فى العصور الوسطى للدلالة على الأشكال المكونة من أقواس الدوائر ، ورغم أن كلمة إهليلجى تعنى الآن قطع ناقص والظاهر أن السبب فى إطلاق كلمة إهليلجى على القطع الناقص أن القطع الناقص هو دائرة منقوصة ، أما الألفاظ المستخدمة حاليا فى أوروبا للدلالة على القطوع المخروطية وهى للقطع الناقص ellipse وللقطع المكافىء Parabola وللقطع الزائد hyperbola فمأخوذة مباشرة من الكلمات الإغريقية ἐλλείψις ، Παραβολη ὑπερβολη على التوالى .

[٩٦] قام الكاشى فى « الرسالة المحيطية » بحساب النسبة التقريبية لطول المحيط إلى قطر الدائرة ط إلى عشرة كسور ستينية أى إلى سبعة عشر علامة عشرية .

[٩٧] حيث أن مساحة الدائرة س = ط (ق / ٢)٢ فان نق = √(س / ط)

، ق = √(س / (ط/٤)) حيث ١/ط = ٧/٢٢ ، ٤/ط = ١٤/١١ حسب « الحساب المشهور » أما بحساب الكاشى فان

ط = ٣° ٨َ ٢٩ً ٤٤ً ، ط/٤ = ٠° ٤٧َ ٧ً ٢٦ً

[٩٨] هنا ر = ١١٧ ، ح/٢ = ٤١٥٤٩٢٨ ، س = ٥١٠٢٦٣٠٨٥٦

[٩٩] إذا كان ر = نصف قطر القطاع ، ل طول القوس

فان مساحة القطاع س $= \frac{\text{ر ل}}{٢}$

[١٠٠] حيث أن نسبة مساحة القطاع إلى مساحة الدائرة كلها كنسبة زاويته إلى الزاوية ٢ ط ، ولهذا فان مساحة القطاع الذى زاويته هـ° تساوى $\frac{\text{هـ}^{\circ}}{٣٦٠}$ ط نق^{٢} .

ونحصل على نفس النتيجة إذا قسمنا على ٦ بدلا من ٣٦٠ واعتبرنا النتيجة فى خانة كسر ستينى أقل من خانة الناتج بخانة واحدة ، ونلاحظ أن الكاشى لا يشير إلى وجوب تنزيل خانة الناتج صفا واحدا ، ذلك أنه كما يبدو كان يهتم بالأرقام الستينية للناتج فحسب .

[١٠١] إذا كانت ر $=$ ٦٠ فان ح $=$ ٢ ط نق $=$ ٣٧٦,٨ وتكون المساحة س $=$ نق $\frac{\text{هـ نق}}{٢}$

[١٠٢] نفرض ان محيط الدائرة $=$ ح وطول نصف القوس $=$ ف فيكون طول نصف القوس معبراً عنه باجزاء من ٣٦٠ جزءاً من المحيط $=$ ل .

$$\text{ل} = \text{ف} : \frac{\text{ح}}{٣٦٠} = \frac{٣٦٠\ \text{ف}}{\text{ح}}$$

فإذا كان نق $=$ ٦٠ فإن ح $=$ ٢ ط $\times$ ٦٠

$$\text{ويكون} \quad \text{ل} = \frac{٣٦٠\ \text{ف}}{٢\ \text{ط} \times ٦٠} = \frac{٣\ \text{ف}}{\text{ط}}$$

$$\text{وتكون} \quad \text{ف} = \frac{\text{ط ل}}{٣} \quad \text{فإذا أخذنا ط} = \frac{٢٢}{٧}$$

$$\text{فإن} \quad \text{ف} = \frac{٢٢}{٢١}\text{ل} = \text{ل} + \frac{\text{ل}}{٢١}$$

[١٠٣] إذا كان ع — هو طول السهم ، أ — طول الوتر و نق هو نصف القطر فإنه حسب نظرية فيثاغورث بالنسبة للمثلث المكون من نصف الوتر والعمود الساقط من مركز الدائرة على منتصف الوتر ونصف القطر المتجه إلى أحد نهايتى الوتر يكون

$$\text{نق}^{٢} = \left(\frac{\text{أ}}{٢}\right)^{٢} + (\text{نق} - \text{ع})^{٢}$$

$$\text{ومنه يكون} \quad \frac{\text{أ}}{٢} = \sqrt{\text{نق}^{٢} - (\text{نق} - \text{ع})^{٢}} = \sqrt{\text{ع} [\text{نق} + (\text{نق} - \text{ع})]}$$

فإذا كانت نق $=$ ١ فإنه باستخدام النسب المثلثية .

$$\sqrt{(٢ - \text{ع})\,\text{ع}} = \sqrt{(٢ - \text{سهم}\,\alpha)\,\text{سهم}\,\alpha} = \sqrt{(١ + \text{جتا}\,\alpha)(١ - \text{جتا}\,\alpha)}$$

$=$ حا α — حيث ٢ α $=$ الزاوية المركزية المرسومة على الوتر أ

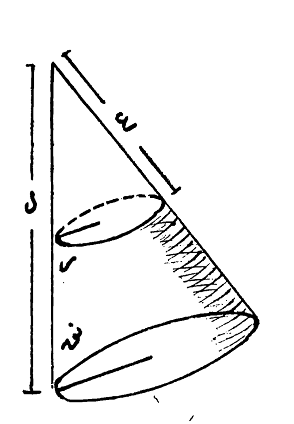
حيث سهم α $=$ Sim Vers α $=$ ١ — جتا α

$$[١٠٤]\ \text{س} = \text{ط نق}^{٢} - \text{ط}\,\text{ر}^{٢} = (\text{نق} - \text{ر})\ \frac{٢\ \text{ط نق} + ٢\ \text{ط ر}}{٢}$$

$$[١٠٥]\ \text{س} = \frac{\text{هـ نق}^{٢}}{٢} - \frac{\text{هـ ر}^{٢}}{٢} = (\text{نق} - \text{ر})\ \frac{\text{هـ نق} + \text{هـ ر}}{٢}$$

[١٠٦] فى هذه المسالة والمسألة التى تليها يستخدم الـكاشى الاستكمال الخطى linear interpolation .

[١٠٧] ما يسميه الـكاشى بالأسطوانة المضلعة والمخروط المضلع ، يسميان حالياً بالمنشور [وهو عند الـكاشى يقتصر على المنشور الذى قاعدته مثلث متساوى الأضلاع] والهرم .



[١٠٨] إذا رمزنا لنصفى قطرى الدائرتين السفلى والعليا من مخروط مقطوع بمستو مواز لقاعدته بالرمزين نق ، ر على التوالى وطول راسمى المخروطين اللذين يتـكون المخروط المقطوع من الفرق بينهما بالرمزين فإن مساحة السطح الجانبى للمخروط الناقص

س = ط نق ل ـ ط ر ع .

ولـكن من التناسب نق : ر = ل : ع .

ومنه نق ل — ر ع = (نق + ر) (ل — ع) :

وبالتالى فإن س = (ط نق + ط ر) (ل — ع) .

[١٠٩] طول الراسم الواصل بين رأس المخروط والنقطة التى يصنع متجه نصف قطرها زاوية هـ مع متجه نصف قطر أقصر راسم يساوى :

$$\sqrt{(\text{ر حا هـ})^{2} + [\text{ا} + \text{ر}(1 - \text{جتا هـ})]^{2} + \text{ع}^{2}}$$ حيث ر — نصف قطر القاعدة ، ا — مسقط أقصر راسم على مستوى القاعدة ، ع إرتفاع المخروط .

ر حا هـ — « المحفوظ الأول » .

ر (١ — جتا هـ) = السهم هـ Sisn Vers « المحفوظ الثانى »

ا « المحفوظ الثالث »

ا + ر (١ — جتا هـ) « المحفوظ الرابع » .

وباستخدام نظرية جيوب التمام للمثلث المـكون من أطول وأقصر راسمين ل ، لَ

وقطر القاعدة جتا الزاوية بين القاعدة وأقصر راسم = $$\frac{(\text{٢ ر})^{2} + \text{لَ}^{2} - \text{ل}^{2}}{\text{٢ (٢ ر) لَ}}$$

ولـكن جيب التمام هذا يساوى $\frac{\text{ا}}{\text{لَ}}$ ومنه فإن

$$\text{ا} = \frac{\text{ل}^{2} - \text{لَ}^{2} - \text{٤ ر}^{2}}{\text{٤ ر}}$$

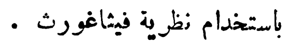
وفى المخطوط نجد أن

$$\text{ا} = \frac{1}{2}\left[\frac{(\text{ل} + \text{لَ})(\text{ل} - \text{لَ})}{\text{٢ ر}} - \text{٢ ر}\right]$$

هذا ونلاحظ أن طريقة الـكاشى فى حساب السطح الجانبى للمخروط المائل هى فى الواقع محاولة لإجراء تكامل تقريبى غير أنه نظراً لأن الـكاشى أخطأ فى حساب مساحة عنصر التـكامل ـ وهى المثلثات الضيقة المحدودة براسمين متقاربين وقوس صغير من دائرة قاعدة المخروط ، ولذا فإن طريقته أدت إلى وقوعة فى خطأ رياضى ، يتلخص فى أن حاصل ضرب قاعدة المثلث (القوس الصغير) فى أحد ضلعى المثلث (أحد الراسمين) يفترق عن مساحة المثلث نفسها بكمية ولو أنها صغيرة غير أنها من نفس درجة مساحة المثلث .

[١١٠] س = (٢ ر)٢ ط = ٤ ط ر٢ = ٢ ط ر × ٢ ر = ٢ ط ر × ر + ٢ ط ر٢ .

[١١١] « الكعبة الأولى » هى الوتر أ الواصل بين قمة الطاقية ونقط دائرة قاعدته وضلع المسدس المنتظم الداخل فى هذه القاعدة نصف قطر القاعدة ر .



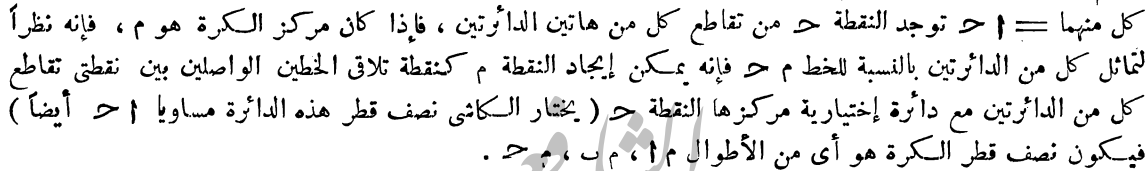
باستخدام نظرية فيثاغورث .

يكون ارتفاع الطاقية ع = $\sqrt{\text{أ}^2 - \text{ر}^2}$

والنسبة $\frac{\text{ع}}{\text{أ}} = \frac{\frac{1}{2}\text{أ}}{\text{نق}}$ حيث نق نصف قطر الكرة

ومنه ٢ نق = $\frac{\text{أ}^2}{\text{ع}}$

[١١٢] « الفتح الثانى » هو قطر الدائرة المرسومة على سطح الكرة إذا قيس فى مستوى هذه الدائرة ، ومضمون كلام الكاشى هو ما يلى : نفرض أن نهايتى هذا القطر هما النقطتين ا ، ب ومركز الدائرة هو النقطة حـ والمعلوم لدينا هو طولا المستقيمين ا ب ، ب حـ فبرسم النقطتين ا ، ب وبرسم دائرتين حول كل منهما نصف قطر كل منهما = ا حـ توجد النقطة حـ من تقاطع كل من هاتين الدائرتين ، فإذا كان مركز الكرة هو م ، فإنه نظراً لتماثل كل من الدائرتين بالنسبة للخط م حـ فإنه يمكن إيجاد النقطة م كنقطة تلاقى الخطين الواصلين بين نقطتى تقاطع كل من الدائرتين مع دائرة إختيارية مركزها النقطة حـ (يختار الكاشى نصف قطر هذه الدائرة مساويا ا حـ أيضاً) فيكون نصف قطر الكرة هو أى من الأطوال م ا ، م ب ، م حـ .



[١١٣] إذا كان نق = نصف قطر الكرة ، ع = إرتفاع القطعة فإن مساحة القطعة تكون س = ٢ ط نق ع .

وفي المخطوط س = ط أ٢ ، حيث أ = المسافة من قمة القطعة إلى دائرة قاعدتها .

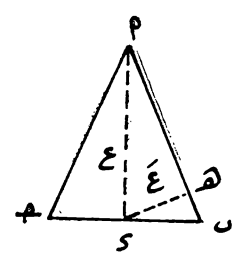
[١١٤] إذا كان ر = نصف قطر قاعدة القطعة ، نق = نصف قطر الكرة .

فإن ر٢ + ع٢ = أ٢ ، $\frac{\text{ر}^2}{\text{ع}} + \text{ع} = \frac{\text{ر}^2 + \text{ع}^2}{\text{ع}} = \frac{\text{أ}^2}{\text{ع}} = ٢ \text{ نق}$

[١١٥] إذا كان ر = نصف قطر الكرة وكانت الزاوية بين الحدين المستويين « الضلع الكرة » تساوى أ ، ومساحة السطح الجانبى لضلع الكرة تساوى س فإن س = ٢ × $\hat{\text{أ}}$ × ر٢ = ٢ ر × $\hat{\text{أ}}$ × ر .

حيث $\hat{\text{أ}}$ ر طول قوس الدائرة العظمى الممتد على الزاوية $\hat{\text{أ}}$ (المقابل لها) .

[١١٦] نفرض أن ارتفاع المخروط ا ى = ع ونصف قطر القاعدة ب ى = ر والراسم ا ب = ل والعمود الساقط من ى على الراسم هـ ى = عَ

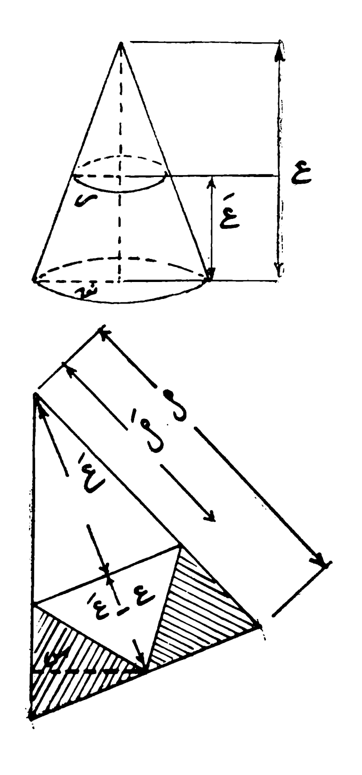


فانه من تشابه المثلثات يكون ع = $\frac{\text{عَ ل}}{\text{ر}}$ ، يكون الحجم ح = $\frac{1}{3}$ ط ر٢ ع

ح = $\frac{1}{3}$ ط ر٢ ع = $\frac{\text{عَ}}{3}$ ط ر ل

[١١٧] الارتفاع المطلوب ع للمثلث الذى ضلعه الراسم الذى طوله ل ، ر نصف قطر القاعدة ، عَ (السهم) ويوجده الكاشى كما أوجده فى المثال المحلول فى الباب الثانى من المقالة الرابعة على الصورة .

$$ع = \sqrt{ر^{2} - \left(\frac{\frac{ل - (عَ + ر)(عَ - ر)}{2}}{2}\right)^{2}}$$



[١١٨] إذا رمزنا لنصفى قطرى دائرتى القاعدة بـ نق ، ر ولارتفاعى المخروطين التام والناقص بـ ع ، عَ فإنه من تشابه المثلثات يكون ع : عَ = نق : (نق — ر)

$$\text{ومنه } ع = \frac{عَ\ نق}{نق - ر}$$

[١١٩] إذا رمزنا لنصفى قطرى القاعدتين السفلى والعليا للمخروط بـ نق ، ر ولارتفاع المخروطين التامين الناتج عن فرقهما مخروطنا الناقص بـ ع ، عَ ولأطوال الراسمين بـ ل ، لَ فان حجم الجزء المخروطى (المهشر) = حجم المخروط الكبير — حجم المخروط الصغير — حجم المخروط المقلوب الذى قاعدته هى قاعدة المخروط الصغير وارتفاعه يساوى ارتفاع المخروط الناقص

$$ح = \frac{1}{3} ط\ نق^{2}\ ع - \frac{1}{3} ط\ ر^{2}\ ع - \frac{1}{3} ط\ ر^{2} (ع - عَ)$$

$$= \frac{1}{3} ط\ ع\ (نق^{2} - ر^{2})$$

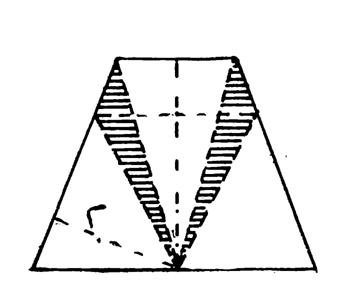
ولكن باسقاط عمود س على الراسم ، فانه من تشابه المثلثات يكون

$$\frac{س}{نق} = \frac{ع}{ل} = \frac{عَ}{لَ} \quad \text{وبما أن} \quad \frac{عَ}{ع} = \frac{ر}{نق}$$

فان س ل = ع نق ، س لَ = عَ ر

ولذلك فان ح = $\frac{1}{3}$ ط (نق^{2} = ر^{2}) ع = $\frac{1}{3}$ ط (نق ل = ر لَ) س

حيث ط (نق ل — ر لَ) هى مساحة السطح الجانبى للمخروط الناقص .



[١٢٠] « فضل المعين المجسم » هو الفرق بين زيادة مخروطين لهما نفس القاعدة السفلى ونفس الراسم ولذا فإنه إذا كان $ح_{1}$ ، $ح_{2}$ هما حجما هذين المخروطين، $س_{1}$ ، $س_{2}$ هما سطحاهما الجانبيين ، م هو العمود الساقط من مركز القاعدة السفلى على الراسم فإن حجم « فضل المعين المجسم » .

$$ح = ح_{1} - ح_{2} = \frac{1}{3} (س_{1} - س_{2})\ م$$

[١٢١] $ح = \frac{ط}{6} ق^{3}$

حيث $\frac{ط}{6}$ حسب « الحساب المشهور » $= \frac{11}{21}$

وحسب « حسابنا » $\frac{ط}{6} = \frac{17}{20}$ ٥٧ً ٢٤ً ٣١ً ٥

[١٢٢] هذه هى قاعدة أرشميدس الشهيرة .

[١٢٣] حجم قطعة الكرة ذات نصف القطر نق والتى مساحتها الجانبية س يكون ح $=\frac{١}{٣}$ س نق .

[١٢٤] يبحث الكاشى هنا كل الأجسام المنتظمة الخمسة واثنين من الأجسام شبه المنتظمة الثلاثة عشر والتى أشار إليها أرشميدس وهى :

١ — « المخروط المثلث القاعدة » أو الهرم المنتظم الثلاثى (تترايدر) .

٢ — « ذو ثمانى قواعد مثلثات » المجسم الثمانى (أوكتايدر) وله ست رءوس .

٣ — المكعب وله ثمانى رءوس وست أسطح مربعة .

٤ — « ذو العشرين قاعدة مثلثات متساوية الأضلاع » المجسم العشرين (إيكوسيدر) .

٥ — « ذو الإثنى عشر قاعدة مخمسات متساويات الأضلاع والزوايا » وله عشرون رأساً (دوديكيدر) .

٦ — « ذو الأربع عشر قاعدة تكون الثمان منها مثلثات متساويات الأضلاع والست الباقية فيه مربعات أضلاعها أضلاع المثلث » وبه ستة عشر رأساً (كيوباكتيدر) .

٧ — « ذو الإثنين وثلاثين قاعدة تكون عشرون منها مثلثات منتظمة وإثنا عشر منها مخمسات أضلاعها اضلاع ذلك المثلثات » وله ثلاثون رأسا (إيكو سيدو ديكايدر) .

هذا والمجسمين الأخيرين — نصف المنتظمين — يمكن إعتبار الأول منهما كمكعب قطعت رءوسه بمثلثات متساوية أو كأوكتيدر قصت رءوسه بمربعات منتظمة . ، أما المجسم الأخير فهو دوديكيدر قطعت رءوسه بمثلثات منتظمة أو إسكيدر قطعت رءوسه بمخمسات منتظمة .

[١٢٥] إذا كان نق — نصف قطر الكرة الخارجية — فإن ضلع الهرم الثلاثى $=\frac{٢}{٣}$ نق $\sqrt{٦}$ وارتفاع أحد سطوحه $=$ نق $\sqrt{٢}$ ومساحة أحد سطوحه $=\frac{٢}{٣}$ نق^{٢} $\sqrt{٣}$ وحجم الهرم $=\frac{٨}{٢٧}$ نق^{٣} $\sqrt{٣}$

وفى النص ضلع الهرم $=\sqrt{\frac{٢}{٣}(٢\,\text{نق})^{٢}}$ ، وارتفاع السطح $=\sqrt{(\frac{١}{٢}\,٢\,\text{نق})^{٢}}$

وحجم الهرم $=\frac{٢}{٩}\times٢\,\text{نق}\times\frac{١}{٢}\sqrt{\frac{٢}{٣}(٢\,\text{نق})^{٢}}\sqrt{\frac{١}{٢}(٢\,\text{نق})^{٢}}$

[١٢٦] $\frac{١}{٣}\sqrt{٦}=٠{,}٨١٦٤٩٩٦٦=\overset{٧}{٤١}\ \overset{١٧}{١٥}\ ٢٣''\ ٥٩'\ ٤٨$:

$\sqrt{\frac{٢}{٣}}=٠{,}٧٠٧١٠٦٧٨=\overset{٧}{٥٣}\ \overset{١٧}{٣}\ ٣٥'''\ ٢٥'\ ٤٢$:

[١٢٧] إذا كان ر — نصف قطر الكرة الخارجية فإن ضلع الثمانى يكون ر $\sqrt{٢}$ وارتفاع أحد سطوحه يكون $\frac{١}{٢}$ نق $\sqrt{٦}$ ومساحة أحد أسطحه $=\frac{١}{٢}$ نق^{٢} $\sqrt{٣}$ وحجمه $=\frac{٤}{٣}$ ر^{٣} والحجم فى النص هو ٢ ر . ر $\times\frac{٢ر}{٣}$ أو $(٢\,ر)^{٢}\times\frac{١}{٦}\times٢$ ر

[١٢٨] ٢ ر $=$ ١ $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٢}=١{,}٤١٤٢١٣٥٦٢=٤٦^{٧}\ ٧^{٧}\ ١٠^{١١١}\ ٥١^{١١}\ ٢٤^{١}\ ١^{٥}$.

[١٢٩] إذا كان ر — نصف قطر الكرة الخارجيه فإن ضلع المكعب $=\frac{٢}{٣}$ نق $\sqrt{٣}$ وفي النص على الصورة $\sqrt{\frac{١}{٣}(٢\,\text{نق})^{٢}}$ ويكون حجم المكعب هو مكعب ضلعه .

[١٣٠] $\sqrt{\frac{١}{٣}}=٠{,}٥٧٧٣٥٠٣=٢٩^{٧}\ ٣٩^{١٧}\ ٢٧'''\ ٣٨''\ ٣٤'$.

[١٣١] إذا كان ر — نصف قطر الكرة الخارجية فإن ضلع العشرين .

$=\frac{١}{٥}$ نق $\sqrt{١٠\,(٥-\sqrt{٥})}$ وفى النص

$$\sqrt{\left(ر-\sqrt{\tfrac{١}{٢}(٢ر)^{٢}}\right)^{٢}+\tfrac{١}{٥}(٢ر)^{٢}}=\frac{ر}{٥}\sqrt{٥٠-١٠\sqrt{٥}}$$

[١٣٢] $\frac{١}{٢\sqrt{٥}}\sqrt{١٠(٥-\sqrt{٥})}=٩٤^{٧}\ ١٣^{١٧}\ ٣\ ٣٢\ ١٠\ ١$

[١٣٣] $\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٥}\sqrt{١٠(٥-\sqrt{٥})}=١٣^{٧}\ ٥٤^{١٧}\ ٣٧\ ٣٢\ ٣١$

[١٣٤] نصف قطر الكرة الداخلية فى العشرين = ر $\sqrt{١-\frac{٢}{١٥}(٥-\sqrt{٥})}$

[١٣٥] $\frac{١}{٢}\sqrt{١-\frac{٢}{١٥}(٥-\sqrt{٥})}=٢٦^{٧}\ ٤١^{١٧}\ ٢٢\ ٥٠\ ٢٣$

[١٣٦] إذا كان نصف قطر الكرة الخارجية ـ ر فإن ضلع الإثنى عشرى = $\frac{١}{٣}$ ر $(\sqrt{١٥}-\sqrt{٣})$ وفى النص على الصورة .

$$\sqrt{٥\times\tfrac{١}{٢}\times\tfrac{١}{٢}(٢ر)^{٢}}-\sqrt{\tfrac{١}{٢}\times\tfrac{١}{٦}(٢ر)^{٢}}=ر\left(\sqrt{\tfrac{٥}{٣}}-\sqrt{\tfrac{١}{٣}}\right)$$

[١٣٧] $\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٣}(\sqrt{١٥}-\sqrt{٣})=٠٫٣٥٦٨٢٢١=١٧^{٧}\ ٣٤^{١٧}\ ٣٣\ ٢٤\ ٢١\ ٠$

[١٣٨] إذا كان ا = $\frac{١}{٣}$ ر $(\sqrt{١٥}-\sqrt{٣})$ فان ر = ٣ ا $\frac{\sqrt{١٥}+\sqrt{٣}}{١٥-٣}=\frac{١}{٤}$ ا $(\sqrt{١٥}+\sqrt{٣})$

وفي النص ٣ ر = $\sqrt{٣}\left(ا+\sqrt{ا^{٢}+\tfrac{١}{٤}ا^{٢}-\tfrac{١}{٣}}\right)$

[١٣٩] الرقم $٥٨^{٧}\ ٤٥^{١٧}\ ٢٣\ ٣٣\ ١٠\ ٠$ يساوى نصف نسبة العمود الساقط من مركز الجسم ذى الأربعة عشر سطحا شبه المنتظم إلى مركز السطح المربع : إلى قطر الكرة الخارجية

والرقم $٣^{٧}\ ٤٥^{١٧}\ ٧\ ١٩\ ١٦\ ٠$ يساوى ثلثى نسبة العمود الساقط من مركز الجسم على السطح المثلث : إلى قطر الكرة الخارجية .

[١٤٠] إذا كان ر — نصف قطر الكرة الخارجية فإن ضلع ذو الإثنين والثلاثين سطحا = $\frac{١}{٢}$ ر $(\sqrt{٥}-١)$

وفى النص على الصورة $\sqrt{\frac{(٢ر)^{٢}}{١٦}\times٥}-\sqrt{\frac{(٢ر)^{٢}}{١٦}}$

[١٤١] الرقم $٥٠^{٧}\ ٢١^{١٧}\ ٢٣\ ٣٠\ ٨$ هو ثلث نسبة العمود الساقط من مركز ذى الإثنين وثلاثين سطحا إلى مركز سطحه المخمس : قطر الكرة الخارجية والرقم $١٨^{٧}\ ١٢^{١٧}\ ٢٠\ ١٠\ ٩$ هو ثلث نسبة العمود من مركز الجسم إلى مركز سطحه المثلث إلى قطر الكرة الخارجية .

[١٤٢] إذا كان ا = $\frac{١}{٢}$ ر $(\sqrt{٥}-١)$ فان ر = $\frac{١}{٢}$ ا $(\sqrt{٥}+١)$

وفى النص ر = $ا+\sqrt{\frac{ا^{٢}}{٤}+ا^{٢}}-\sqrt{\frac{ا^{٢}}{٤}}$

[١٤٣] عندما يتحدث الكاشى قائلا « فاستخرجتها من الأصول » فهو يقصد « أصول » إقليدس التى تحتوى فى جزئها الثالث عشر على القواعد الكلاسيكية التى وضعها قدماء الإغريق عن المجسمات المنتظمة عن تطور نظرية المجسمات المنتظمة وشبه المنتظمة انظر

— د . موردوخاى ، بلتوفسكى ، فيسيلوفسكى — باللغة الروسية .

تعليق على الترجمة الروسية « لأصول » إقليدس الأجزاء ١١ — ١٥ موسكو — لينتجراد ١٩٥٠ .

[١٤٤] « الفوائد البهية في القواعد الحسابية » — هى رسالة رياضية للعالم الذى عاش فى بغداد في القرن الثالث عشر الميلادى عماد الدين الخوام وتوجد مخطوطتها في مكتبة برلين الحكومية (تحت رقم ١١٢٩ We) أنظر كتاب Ahlwarbt W. Verzeichnis der arabischen الجزء الخامس Handschriften der Kgl Bibliothek zu Berlin برلين ١٨٩٣ ص ٣٣٤ .

[١٤٥] ميزان الحكمة » هى مؤلف لعالم القرن الثانى عشر ، تلميذ عمر الخيام أبو الفتح عبد الرحمن منصور الخازنى ، وقد كتب « ميزان الحكمة سنة ١١٢٦ ميلادية وتوجد نسخة من هذه المخطوطة فى مكتبة لينتجراد العامة (مجموعة خانيكوف رقم ١١٧) . كما توجد نسخة أخرى من هذه الرسالة في الهند ، وقد نشرتها مطبعة دائرة المعارف حيدر أباد ١٩٤٠ Abdur Rahman al Khazimi Mizanul - Hikmat

ولقد ضمن الخازنى مؤلفه هذا الكثير مما جاء فى مؤلف عمر الخيام عن فن تحديد كمية الذهب والفضة فى جسم مركب منهما .

أنظر التفاصيل فى — رسالة الخيام الرياضية ـ باللغة الروسية .

أبحاث في تاريخ الرياضة الجزء السادس .

موسكو ١٩٥٣ ص ١٦٨ ـ ١٧٠ .

[١٤٦] كمال الدين حسن الفارسى ـ عالم إيرانى عاش في أوخر القرن الثالث عشر وأوائل القرن الرابع عشر ، وله مؤلفات علق فيها على « الفوائد البهية فى القواعد الحسابية » وكذلك على « الضوء » الذى ألفه العالم المصرى العبقرى مؤسس هذا العلم الحسن بن الهيثم الذى عاش فى القرن الحادى عشر الميلادى .

[١٤٧] المثقال = ٤,٦٨ جم ، والأوقية ٣٧,٤٤ جم .

والرطل = ٤٤٩,٢٨ جم .

[١٤٨] هذا الباب المعمارى من « مفتاح الحساب » له أهمية بالغة لا من وجهة نظر تاريخ الرياضة فحسب وإنما من ناحية تاريخ الهندسة المعمارية . فيحتوى هذا الباب على شرح لطرق إنشاء وقياس الأشكال المعمارية التى انتشرت في ذلك العصر إنتشاراً واسعاً في العمارة الإسلامية بالشرقين الأقصى والأدنى ، مثل العقود المدببة والقباب وغيرها . هذا ولقد إنتقلت القباب والعقود والأقبية ثم ما لبثت أن شاعت في العمارة الغربية بعد ذلك ، أما المقرنصات فقد بقيت طابعاً مميزاً للتفاصيل المعمارية في العصور الوسطى في الشرق ، ولا زالت تستخدم حتى وقتنا هذا .

والمقرنصة هى مجموعة من البروزات مرتبة في عدة صفوف متتالية على شكل منشورات كثيرة الأوجه ذات حدود مسطحة أو منحنية ومن تركيب هذه المنشورات والخلايا يتكون شكل فنى رائع يتكسر عليه الضوء والظل مما ينتج عنه شكل بديع . ولقد كانت المقرنصات في أول الأمر عبارة عن حل إنشائى للإنتقال التدريجى من شكل ذى قاعدة مربعة إلى شكل مستدير له إستدارة القبة التى تغطيه ، ولهذا الغرض أستخدمت صفوف الطوب التى كانت توضع بارزة صفاً عن صف فى أركان المبنى بحيث يرتكز بعضها فوق بعض ، ثم أصبحت المقرنصات بالتدريج عبارة عن أسلوب جمالى لملء الفراغ الداخلى ولتجميل المشربيات ، وللمقرنصات تراكيب ذات تنوع هائل من الأشكال الفنية ويوضح الشكل المبين مقرنصة وظيفتها تجميل الإنتقال التدريجى من جذع المئذنة إلى شرفتها التى يقف عليها المؤذن ، وهذا الشكل منقول من مئذنة جامع مدرسة أولوغبيك في سمرقند ، ونلاحظ أن هذا النوع من المقرنصات قريب الشبه بالمقرنصات العديدة المنتشرة فى مساجد مصر .

إن أهمية هذا الباب من « مفتاح الحساب » بالنسبة إلى تاريخ العمارة ترجع إلى أنه بالنسبة للعلوم المعمارية لم يعرف إلا أقل من القليل عن عملية التصميم التى كانت تسبق إقامة المنشآت المعمارية التى بنيت فى القرون الوسطى ولا زالت قائمة

حتى عصرنا هذا تشهد بعلو شأن الشرق فى فنون البناء والمعمار ، ولهذا فإن هذا الباب يعتبر أول وثيقة تاريخية معلومة لنا تبين الأساس العلمى الرياضى الذى إرتكز عليه هؤلاء البناة العظام فى تنفيذ الأشكال والمنشآت المعمارية المشار إليها ، وهى توضح المعرفة التى تسلحوا بها فى تنفيذ أفكارهم المعمارية .

لدراسة هذه الناحية المعمارية من كتاب « مفتاح الحساب » .

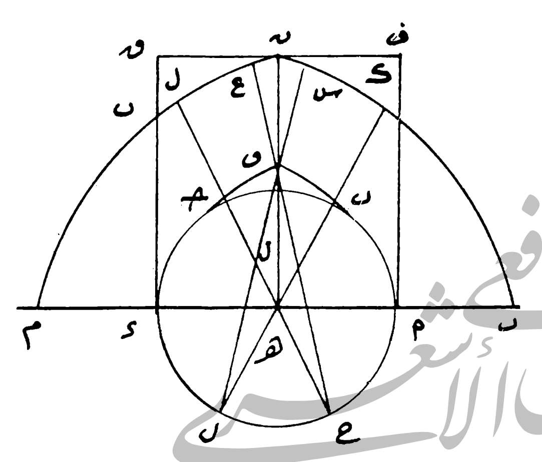
أنظر — ل . س . بريتا نيتسكى ، ب . ا . روزينفيلد .

الباب الخاص بالعمارة فى رسالة « مفتاح الحساب » لغيات الدين الكاشى — باللغة الروسية —

مجلة فنون أزربيجان — الجزء الخامس — باكو ١٩٥٦ ص ٨٧ — ١٣٠ .

[١٤٩] بدلا من كلمة « نقسم » ، نجد فى المخطوطة كلمة « نضرب » وهى خطأ وهذا الخطأ موجود فى المخطوطات الثلاث المشار إليها فى (١) جميعها .

ويحدد الكاشى مساحة أجزاء العقد الداخلة فى الجدار كما يلى : فى حالة الواجهتين الأولى والثانية ، بقسمة نصف قطر القوس الداخلى الجزء هـ ى على نصف قطر القوس الخارجى لهذا الجزء هـ م = هـ ى + ى م ، وبذا نحصل على جتا الزاوية م هـ ت [الخط هـ ت غير مبين بالرسم] ، التى تحصر القوس م ت ومن جيب التمام نحصل على الزاوية م هـ ت بالدرجات وبضرب القيمة التى حصلنا عليها في ط وفى ضعف نصف قطر القوس والقسمة على ٣٦٠ نحصل على طول المنحنى م ت وبضرب هذا الطول مرة أخرى فى نصف قطر القوس نحصل على ضعف مساحة القطاع م هـ ت وبضرب جيب هذا القوس فى نصف قطره هـ م = هـ ت وفى نصف قطر هـ ى نحصل على ضعف مساحة الشكل م ت ى ، أى مساحة جزء العقد الداخلى فى الجدار ، أما فى حالة الواجهتين الثالثة والرابعة فيجب إستبدال النقطة هـ بالنقطة ب وفى حالة الواجهة الرابعة نستبدل أيضاً النقطة ل بالنقطة م .



يحتوى هذا الجدول وما يليه على حساب الأرقام الواردة فى الجداول السابقة ففى الجدول الأول يحسب طول العقد « مقعره » بفرض أن بحر العقد = ٢ ، نصف خط « التقعر » يتكون من القوسين ، ح ى ، ح ف وفى حالة الواجهة الأولى ، القوس ح ى نصف قطره يساوى واحد وزاويته المركزية = ٦٠° ، ولذلك فإن طوله يساوى طول محيط دائرة نصف قطرها ، مقسوما على ٦ .

والقوس ح ف نصف قطره ٢ وزاويته المركزية ح ^ح ف = س ^ف ن ونحسبها كما يلى : في المثلث ف هـ ح الزاوية ف ^هـ ح = ١٥٠° والضلع ح هـ = ١ والضلع ح ف = ٢ ومنه باستخدام نظرية الجيوب

$$\frac{\text{حا ف } \hat{\text{هـ}} \text{ ح}}{\text{ف ح}} = \frac{\text{حا هـ } \hat{\text{ف}} \text{ ح}}{\text{هـ ح}}$$

ومنه نحصل على الزاوية هـ ف ح أما الزاوية هـ ح ف فنحصل عليها بطرح الزاويتين ف هـ ح ، هـ ف ح من ١٨٠° .

ومن الزاوية ح ^ح ف نحصل على القوس ح ف ، ويكون طول قوس التقعر مساويا ضعف مجموع طولى القوسين ح ى ، ح ف .

أما فى حالة الواجهة الثانية ، فإن القوس حـ ى زاوية مركزية مقدارها ٤٥° ونصف قطره = ١ أيضا ، أما القوس حـ ف فنصف قطره = ١ + √٢

وفى حالة الواجهة الثالثة يقابل القوس حـ ى زاوية مركزية مقدارها ٤٥° فى حين أن نصف قطره = ١⅛ أما القوس حـ ف فإن نصف قطره = ١⅛ + √٢

وفى الجدول الثانى يورد الكاشى الفرق بين خط محدب العقد وخط تقعره وكذا الارتفاع الأدنى للانبعاج ، وسمك التحدب ومساحة فتحة العقد .

هذا ويتكون نصف محدب العقد من القوسين م ل ، ل ع والمستقيم ع ن ، وحيث أن الفرق بين القوسين اللذين لهما نصفى قطر نق ، نق + △ والقابلين للزاوية φ المركزية φ تكون قيمته △ × φ ، فان الفرق بين القوسين م ل ، حـ ى يساوى حاصل ضرب سمك العقد فى قوس نصف قطره واحد ويقابل نفس الزاوية φ .

وبالمثل فان الفرق بين القوسين ل ع ، حـ ف يكون مساويا لحاصل ضرب سمك العقد فى طول قوس الزاوية المركزية المقابلة للقوسين السابقين .

أما الجزء ع ن فيساوى حاصل ضرب سمك العقد في ظل الزاوية ع ف̂ ن التى يسميها الكاشى زاوية « اللوزة » .

هذا ويحتوى الجدول على مجموع طول القوس الذى نصف قطره واحد والمقابل لنفس الزاوية المقابلة للقوسين حـ ى ، حـ ف ، وظل الزاوية ع ف̂ ن ، « ارتفاع التحدب الأسفل » اى الخط هـ ف وفى حالة الواجهتين الأولى

والثانية نحصل عليه باستخدام قاعدة الجيوب من المثلث هـ ح ف $\frac{\text{حا ف هـ̂ ع}}{\text{ف ح}} = \frac{\text{حا هـ ح̂ ف}}{\text{هـ ف}}$

وأما فى حالة الواجهة الثالثة فنحصل من المثلث ف س ح على الخط ف س ومنه على هـ ف من مجموعة مع هـ س الذى يساوى ⅛ .

وفى الجدول قيمة نصف الخط هـ ف « سمك التحدب » أى الخط ف ن الذى يساوى فرق « الارتفاع العلوى للتحدب » هـ ن والارتفاع السفلى للتحدب هـ ف وهو الناتج من قسمة سمك العقد ف ع على جيب تمام زاوية اللوزة ع ف ن .

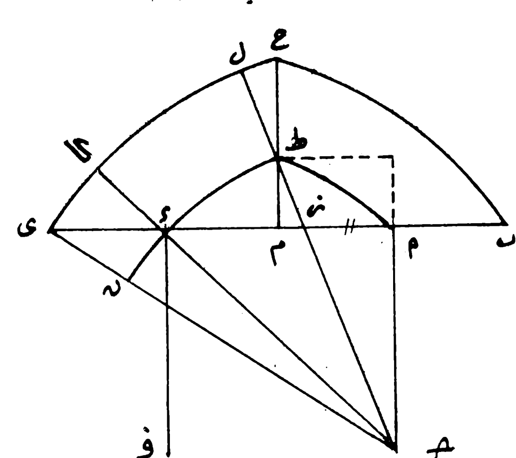
أما مساحة العقد فان حسابها يتم كما يلى :

فى حالة الواجهتين الأولى والثانية يكون حاصل ضرب طول القوس حـ ى في نصف قطره هـ ى مساويا لضعف مساحة القطاع حـ هـ ى .

ويكون حاصل ضرب القوس حـ ف فى نصف قطره حـ ح مساويا لضعف مساحة القطاع حـ ف ح ، وحاصل ضرب الضلع هـ ف في الارتفاع الساقط من ح رأس المثلث ح هـ ف على هذا الضلع مساويا لضعف مساحة هذا المثلث وتكون مساحة فتحة العقد مساوية لمجموع ضعفى مساحتى القطاعين ناقص ضعف مساحة المثلث .

وفى حالة الواجهة الثالثة فانه باستخدام نفس الطريقة نحصل على مساحة العقد ، هذا ويحتوى الجدول على قيم ربع مساحة فتحة العقد .

[١٥١] الأرقام ٥٤٣٢٧,٠٠٠٠٠٠ ، ٩٣٣ ناقصة فى المخطوطات الثلاث المشار إليها فى (١) وقد استنتجناها من الحساب : ذلك أنه إذا كان بحر العقد = ١ فان نسبة ا م = ½ إلى حـ ط = √٢ يساوى جا الزاوية ا حـ̂ ط التى تساوى الزاوية حـ ط̂ م وبطرح الزاوية ا حـ̂ ط من الزاوية ا حـ̂ ى التى تساوى ٤٥° نحصل على الزاوية ط حـ̂ ى ومنها بمعرفة أن نصف قطر القوس ى ط يساوى √٢ نحصل على طول هذا القوس ونضربه فى نصف القطر نفسه نحصل على مساحة القطاع ى حـ ط وحاصل ضرب حـ ط (= √٢) فى حا الزاوية ا حـ̂ ط ينتج مجموع الطول ا حـ (الذى يساوى واحد) وارتفاع العقد ط م .



مساحة المثلث ا حـ ز (حيث ز نقطة تقاطع ا م مع حـ ف) تساوى نصف حاصل ضرب مربع الضلع ا حـ في ظل الزاوية ا حـ^ ط ، ومساحة المثلث ط م ز تساوى نصف حاصل ضرب مربع الضلع ط م فى ظل نفس الزاوية ، ومساحة المثلث ا حـ ى = نصف مربع الضلع ا حـ ومساحة الشكل ط م ى تساوى مساحة القطاع مطروحا منه مساحة المثلثين ط م ز ، ى حـ ز علما بأن مساحة المثلث الأخير تساوى الفرق بين مساحة المثلثين ا حـ ى ، ا حـ ز .

وتكون مساحة العقد كله = ضعف مساحة الشكل ط م ى .

[١٥٢] يحسب الكاشى هنا مساحة واجهة العقد التى يساوى نصفها مجموع القطاع الخلفى ط ى ك ل زائد الشكل ك ى والشكل ح ل ط ونلاحظ أن الكاشى عندما يحسب طول القوس ن ط الذى يساوى حاصل ضرب نصف قطره حـ ى فى زاويته المركزية ط حـ^ ن (بالتقدير الدائرية) أى مقدرة بالدرجات ومقسومة على ٣٦٠ ومضروبة فى ٢ ط [تساوى المحيط/القطر] فان الكاشى بدلا من الضرب فى ٢ ط والقسمة على ٣٦٠ يضرب فى ط ويقسم على ٣ دون أن يذكر أن النتيجة على هذه الصورة تكون فى خانة ستينية أقل بدرجة واحدة ، وهنا ايضا بدلا من كلمة نقسم بحر العقد على حـ ى نجد جملة : نقسم مربع ى ك نصفين (ى ك هو سمك العقد) ونضيف جذر هذه الكمية إلى بحر العقد ونقسم المجموع على حـ ى وهذا الخطأ موجود فى النسخ الثلاث المشار إليها فى (١) .

ويستبين هذا الخطأ من أن الزاوية ط حـ ى هى الفرق بين الزاويتين ى حـ ا التى جيبها ا ى/حـ ى والزاوية ط حـ^ ا التى جيبها ا م/حـ ط .

[١٥٣] يقصد الكاشى بقوله « وهذا ما وعدنا » قوله فى ص ٧٥ من المخطوطة « وجعلنا س حـ ن ع مستقيما لا مستديرا لفائدة سنذكرها « يقصد فيما بعد » .

[١٥٤] يحصل الكاشى على مساحة سطح القبة وحجمها باستخدام التكامل التقريبى مقسما القبة إلى طبقات يمكن اعتبارها بالتقريب مخروطات دائرية كاملة أو ناقصة .

[١٥٥] « الجبر والمقابلة » لفظين كانا اول الأمر يعنيان عمليتين جبريتين هما نقل الكميات المطروحة (أى السالبة) من أحد طرفى المعادلة إلى طرفها الآخر وذلك باضافة أو طرح كميتين متساويتين إلى طرفي المعادلة . وهذه العملية نجدها فى الكتاب الصغير « الجبر والمقابلة » لمحمد الخوارزمى ، ثم أصبح هذين اللفظين فى النهاية اسما يطلق على علم قائم بذاته ابتداء من كتاب عمر الخيام في « إثبات مسائل الجبر والمقابلة » ثم أصبحت كلمة الجبر هى اللفظ العلمى الذى يعبر عن علم الجبر فى جميع اللغات العالمية .

[١٥٦] « الدينار » هو عملة ذهبية وأصل الاسم ينحدر من العصر الرومانى حيث كان « الدينار » هو العملة المستخدمة لدى قدماء الرومان .

أما « الدرم » فهو عملة فضية ينحدر اسمها من العملة الإغريقية القديمة « دراخما » .

المراد ان :

[١٥٧] [٥ س^{٢} + ١٠٠ — ١٠ س — س^{٣}] + [س^{٣} + ٣ س^{٢} + ٦ س — ٤/س^{٢} — ٥]

تساوى = ٨ س^{٢} + ٩٥ — ١/س^{٢} — ٤ س .

[١٠٨] (س^{٣} — س^{٢} + ٢ س + ٥ — ١/س) (س^{٣} + ٢ س^{٢} — س — ٤) .

= (س^{٦} + س^{٥} — س^{٤} + ٦ س^{٣} + ١١ س^{٢} — ١٥ س — ١٩ + ١/س)

[١٥٩] حسب رموزنا الحديثة .

$\sqrt{٢٥ س^{٤} + ٢٠ س^{٣} + ٤ س^{٢}} = ٥ س^{٢} + ٢ س$.

ويعتمد الكاشى فى هذا المثال وفى أمثلة أخرى تالية على تحليل مربع كمية مرتبة بترتيب تصاعد الأسس أو تنازلها .

[١٦٠] « المسائل الست الجبرية » هى المسائل التى ورد حلها فى « الكتاب المختصر فى حساب الجبر والمقابلة » للخوارزمى الذى قام فردريك روزن بترجمته إلى الإنجليزية فى سنة ١٨٣١ رغم إحتواء الترجمة على عدد من الأخطاء .

أنظر She algebra of Mohommed ben Musa , ecited and translated by Frednic Rosen- London 1821.

وتوجد ترجمة لاتينية لهذا الكتاب يرجح أن تاريخها يرجع إلى القرن الثانى عشر الميلادى وقد قام ليبرى بنشرها فى سنة ١٨٣٨ .

أنظر G. Libri , Histoire des Science mathematiques - In Italie Paris 1838 P. 1'

الجزء الأول .

كما أنه توجد ترجمة لا تينية أخرى لكتاب الخوارزمى المذكور قام بها روبرت أوف شوستر فى القرن الثانى عشر الميلادى أيضاً وقد نشرت هذه الترجمة فى نيويورك سنة ١٩١٥ وأعيد طبعها فى سنة ١٩٣١ .

أنظر L. Ch. KarPinski Robert of Ghesters Latin translattn of the Algebra of Al-Khowaizmi -

وكذلك New York 1615 L. Ch. Karpinski F. G. Winter

Contributions to the history of Sciences Ann haibor 1931.

أما عن شرف الدين المسعودى فهو رياضى عاش فى نهاية القرن الثانى عشر وبداية القرن الثالث عشر فى بلدة طوس ـ خراسان ـ ويعتبر واحداً من معلمى نصير الدين الطوس الرياضى الشهير .

أما المعادلات التكعيبية التسعة فهى :

$ى س^{٣} = ا$

$ى س^{٣} = ب س$

$ى س^{٣} = حـ س^{٢}$

$ى س^{٣} = ب س + ا$

$ى س^{٣} = حـ س^{٢} + ا$

$ى س^{٣} = حـ س^{٢} + ب س$

$ى س^{٣} + ا = ب س$

$ى س^{٣} + ا = حـ س^{٢}$

$ى س^{٣} + ب س = ا$

$ى س^{٣} + ب س = حـ س^{٢}$

$ى س^{٣} + حـ س^{٢} = ا$

$ى س^{٣} + حـ س^{٢} = ب س$

$ى س^{٣} = حـ س^{٢} + ب س + ا$

$ى س^{٣} + ب س + ا = حـ س^{٢}$

$ى س^{٣} + حـ س^{٢} + ا = ب س$

$د\,س^{٣} + ح\,س^{٢} + ب\,س = ا$

$د\,س^{٣} + ا = ح\,س^{٢} + ب\,س$

$د\,س^{٣} + ب\,س = ح\,س^{٢} + ا$

$د\,س^{٣} + ح\,س^{٢} = ب\,س + ا$

وقد قام عمر الخيام فى رسالته فى إثبات مسائل الجبر والمقابلة ـ بتصنيف هذه المعادلات ثم اورد طرق حلها باستخدام الحل البيانى وذلك بتقاطع الدوائر والقطع الزائد القائم أو القطع المكافى كما أشار إلى إستحالة حل بعض هذه المسائل ، أو إلى تعدد جذور هذه المعادلات وقد أورد كل ذلك بدقة وتفصيل بالغين وحيث أنه من المعلوم أن الطوسى كان على دراية بأعمال الخيام الرياضية بل إنه فى بعض الأحيان أخذ أفكاره وطورها ، فمن الممكن أن تكون رسالة المسعودى التى اشار إليها كمال الدين الفارسى هى عبارة عن تلخيص للنتائج التى توصل إليها الخيام فى أبحاثه الجبرية دون أن يذكر إسم الخيام ـ ومن المحتمل أن يكون المسعودى هو نفسه حلقة الإتصال بين الخيام والطوسى .

هذا ونلاحظ هنا أن الكاشى ـ وكذلك من سبقوه ـ يعالجون الجذور الموجبة للمعادلات ، وبالتالى فإنه لا يذكر إلا المعادلات الجبرية ذات الجذور الموجبة .

[١٦١] هى خمسة وستون معادلة وليست سبعون ـ ذلك أن الرقم الذى يذكره الكاشى لعدد هذه المعادلات لا يتفق وعددها الحقيق . وهذا يدل على الأرجح على أن الكاشى لم تتح له الفرصة لإستكمال تصنيف وترتيب طرق حل هذا النوع من معادلات الدرجة الرابعة ولقد كان من الممكن ـ وهذا هو الراجح ـ أن تكون طريقة الكاشى لحل هذه المعادلات هى طريقة تقاطع القطوع المخروطية مثلما فعل عمر الخيام فى حل المعادلات من الدرجة الثالثة .

وهذه المعادلات هى :

$هـ\,س^{٤} = ا$

$هـ\,س^{٤} = ب\,س$

$هـ\,س^{٤} = ح\,س^{٢}$

$هـ\,س^{٤} = د\,س^{٣}$

$هـ\,س^{٤} = ب\,س + ا$

$هـ\,س^{٤} = ح\,س^{٢} + ا$

$هـ\,س^{٤} = د\,س^{٣} + ا$

$هـ\,س^{٤} = ح\,س^{٢} + ب\,س$

$هـ\,س^{٤} = د\,س^{٣} + ب\,س$

$هـ\,س^{٤} = د\,س^{٣} + ح\,س^{٢}$

$هـ\,س^{٤} + ا = ب\,س$

$هـ\,س^{٤} + ا = ح\,س^{٢}$

$هـ\,س^{٤} + ا = د\,س^{٣}$

$هـ\,س^{٤} + ب\,س = ا$

$هـ\,س^{٤} + ب\,س = ح\,س^{٢}$

$هـ\,س^{٤} + ب\,س = د\,س^{٣}$

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = ا

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = ب س

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = ء س^{٣}

هـ س^{٤} + ء س^{٣} = ا

هـ س^{٤} + ء س^{٣} = ب س^{٢}

هـ س^{٤} + ء س^{٣} = حـ س^{٢}

هـ س^{٤} = حـ س^{٢} + ب س + ا

هـ س^{٤} = ء س^{٣} + ب س + ا

هـ س^{٤} = ء س^{٣} + حـ س^{٢} + ا

هـ س^{٤} = ء س^{٣} + حـ س^{٢} + ب س

هـ س^{٤} + ب س + ا = حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + ب س + ا = ء س^{٣}

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} + ا = ب س

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} + ا = ء س^{٣}

هـ س^{٤} + ء س^{٣} + ا = ب س

هـ س^{٤} + ء س^{٣} + ا = حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} + ب س = ا

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} + ب س = ء س^{٣}

هـ س^{٤} + ء س^{٣} + ب س = ا

هـ س^{٤} + ء س^{٣} + ب س = حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + ء س^{٣} + حـ س^{٢} = ا

هـ س^{٤} + ء س^{٣} + حـ س^{٢} = ب س

هـ س^{٤} + ا = حـ س^{٢} + ب س

هـ س^{٤} + ا = ء س^{٣} + ب س

هـ س^{٤} + ا = ء س^{٣} + حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + ب س = حـ س^{٢} + ا

هـ س^{٤} + ب س = ء س^{٣} + ا

هـ س^{٤} + ب س = ء س^{٣} + حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = ب س + ا

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = ء س^{٢} + ا

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = ء س^{٣} + ب س

هـ س^{٤} + د س^{٣} = ب س + ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} = حـ س^{٢} + ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} = حـ س^{٢} + ب س

هـ س^{٤} = د س^{٣} + حـ س^{٢} + ب س + ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} + حـ س^{٢} + ب س = ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} + حـ س^{٢} + ا = ب س

هـ س^{٤} + د س^{٣} + ب س + ا = حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} + ب س + ا = د س^{٣}

هـ س^{٤} + ا = د س^{٣} + حـ س^{٢} + ب س

هـ س^{٤} + ب س = د س^{٣} + حـ س^{٢} + ا

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} = د س^{٣} + ب س + ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} = حـ س^{٢} + ب س + ا

هـ س^{٤} + ب س + ا = د س^{٣} + حـ س^{٢}

هـ س^{٤} + حـ س^{٢} + ب س = د س^{٣} + ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} + ب س = حـ س^{٢} + ا

هـ س^{٤} + د س^{٣} + حـ س^{٢} = ب س + ا

عن حل المعادلات الجبرية من الدرجة الرابعة باستخدام الهندسة التحليلية أنظر MieLi A La Science larabe et Son rôle dans Lévolútion Scientifique mondiale ،

ليدن ١٩٣٩ ص ١٠٧ .

وانظر كذلك — ا يوشكيفتش ، ب . روزينفيلد .

تعليق على رسائل الخيام الرياضية — باللغة الروسية مجلة علوم تاريخ الرياضة ، الجزء السادس ص ١٣٩ .

[١٦٢] إذا كان ± حـ س$^{ن+٢}$ ± ب س$^{ن+١}$ ± ا س^{ن} = صفر .

فإنه إما أن ± حـ س^{٢} ± ب س ± ا = صفرا وإما أن س = صفر .

[١٦٣] إذا كان ا س^{ن} = ب س^{م} فان س$^{ن-م}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{ا}}$

ومنها س = $\sqrt[\text{ن-م}]{\frac{\text{ب}}{\text{ا}}}$

[١٦٤] « قاعدة الخطأين » أو ما يسمى في أوربا بقاعدة الوضعين الخاطئين Regula duorum falsorum ، قاعدة قديمة رغم أنه لا يعلم للآن التاريخ الأول لإستخدامها ، فمن ناحية . نجد أن قاعدة الخطأ الواحد ، التى تستخدم فى حل المسائل التى تمثلها معادلة على الصورة ا س = حـ والتى تتلخص فى أنه بدلا من س نضع قيمة معينة لها ولتكن س$_{١}$ وبعد ذلك نحسب ا س$_{١}$ = حـ$_{١}$.

ثم نوجد قيمة س = $\frac{\text{حـ س}_{١}}{\text{حـ}_{١}}$ ، ومن المرجح أن هذه القاعدة قد ظهرت مع الرغبة فى تلافى عمليات الحساب المعقدة

والتى تحتوى على كسور وذلك في المسائل التى يمكن وضعها على صورة معادلة من قبيل

$$\left(\frac{\text{ا}_1}{\text{ب}_1}+\frac{\text{ا}_2}{\text{ب}_2}+\frac{\text{ا}_3}{\text{ب}_3}+\dots+\frac{\text{ا}_{\text{ن}}}{\text{ب}_{\text{ن}}}\right)\text{س}=\text{ح}$$

وبأخذ س_1 مضاعفا مشتركا للمقامات جميعها ، فإن استخدام هذه الطريقة تسهل الحساب كثيرا ، ونلاحظ أن هذه الطريقة كانت تستخدم كثيرا فى أوراق البردى المصرية القديمة .

وبعد ذلك نجد أنه فى المخطوطات الهندية القديمة كانت تستخدم هذه الطريقة في المسائل من نوع .

$$\text{س}+٢\,\text{س}+٣\,(٢\,\text{س})+٤\,[٣\,(٢\,\text{س})]=١٣٢$$

وفى هذه الحالة تؤخذ س_1 مساوية للواحد الصحيح .

$$\text{فتكون } \text{ح}_1=٣٣ \text{ ومنها } \text{س}=\frac{١٣٢}{٣٣}=٤$$

(ملحوظة هذه المسألة مكتوبة بالرموز الجبرية الحديثة ، أما فى الأصل فكانت مكتوبة فى صورة لفظية) ومما لاشك فيه أنه عند عدم وجود أى رموز بحيث توجد علامة للكمية المجهولة ، فإن استخدام هذه الطريقة الميكانيكية (أىالآلية) يعتبر شيئا طبيعيا .

أما قاعدة الخطأين فكانت تستخدم فى المسائل التى تعبر عنها معادلة لفظية يمكن كتابتها بالرموز الجبرية على النحو التالى :

$$\text{ا}\,\text{س}+\text{ب}=\text{ح}$$

فبوضع $\text{س}=\text{س}_1$ فان $\text{ا}\,\text{س}_1+\text{ب}=\text{ح}_1$.

وبوضع $\text{س}=\text{س}_2$ فان $\text{ا}\,\text{س}_2+\text{ب}=\text{ح}_2$

وعليه يكون الخطأين هما .

$\text{ح}-\text{ح}_1=\text{د}_1$ ، $\text{ح}-\text{ح}_2=\text{د}_2$ على التناظر .

$$\text{وتكون قيمة } \text{س}=\frac{\text{س}_1\text{د}_2-\text{س}_2\text{د}_1}{\text{د}_2-\text{د}_1}$$

وأول مخطوط قديم احتوى على طريقة الخطأين هو كتاب « الرياضة فى تسعة أجزاء » الصينى ، وبعد ذلك تظهر هذه الطريقة مرة أخرى فى الرياضة الإسلامية (العربية) ، ثم ينتقل إستخدام هذه الطريقة بعد أن طورها الرياضيون العرب إلى رياضة أوروبا فى عصر النهضة وما بعده ، وظلت هذه الطريقة تستخدم كقاعدة أساسية فى جميع الكتب التعليمية الأوروبية حتى نهاية القرن الثامن عشر ، وفى بعض الأحيان نجدها حتى فى كتب القرن التاسع عشر ، ويرجع شيوع هذه الطريقة على نطاق واسع إلى أنها ماهى إلا الجوريثم — منهج — حسابى بسيط لحل أى معادلة خطية ذات مجهول واحد ، دون حاجة إلى تحليل حسابى ودون حاجة أيضاً إلى استخدام الرموز الجبرية والتى لم تظهر إلا فى وقت متأخر وتدريجيا ابتداءاً من القرن السادس عشر ولم تدخل في برامج للمدارس المتوسطة إلا فى القرن التاسع عشر ومن ثم انتفت الحاجة إلى قاعدة الخطأين وألغيت من مناهج مقررات الحساب ، ومن الشيق أن نعرف أنه من السهل استخدام قاعدة الخطأين فى المسائل الأكثر تعقيداً والمشتملة على مجموعة من المعادلات الخطية فى أكثر من مجهول .

ولقد استخدمت هذه الطريقة فى « الرياضة فى تسعة أجزاء » فى حل المعادلات ذات المجهولين .

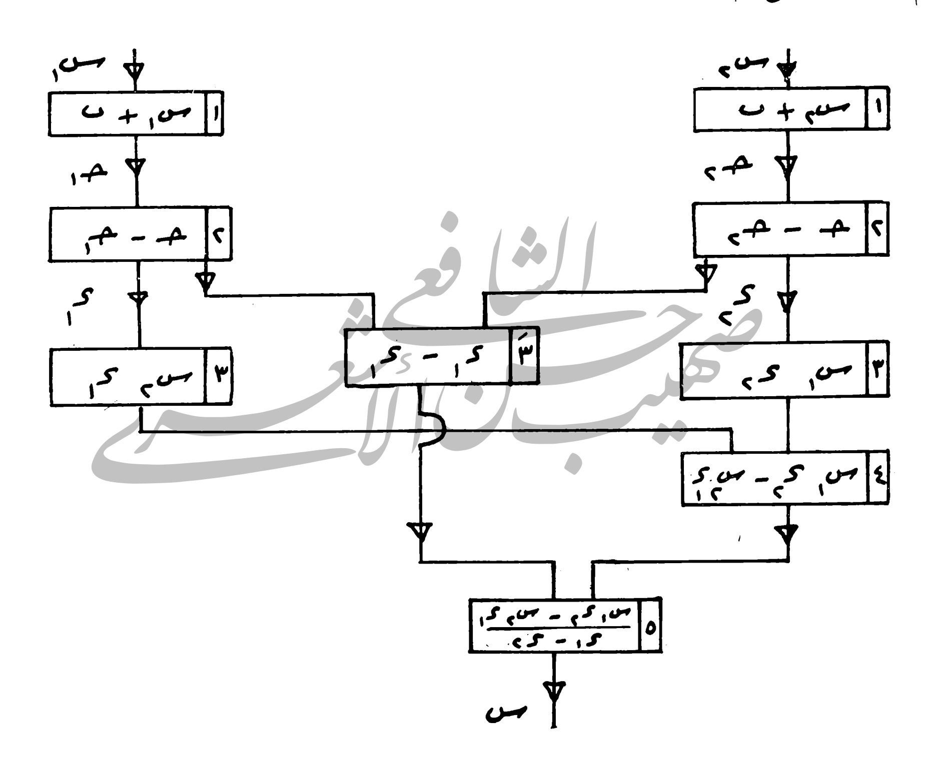
اما فى كتب الحساب الأوروبية ـ في القرن التاسع عشر ـ فكانت هذه الطريقة تستخدم فى حل للمعادلات ذات المجهولين والثلاثة والأربعة .

أنظر كتاب ـ ببينين ، تطور العلوم والمعارف الفزيائية الرياضية ،

فى الروسية ـ باللغة الروسية ـ الطبعة الأولى ـ موسكو ١٨٨٦ ص ٩٨ ـ ١٠٤ وما قاعدة الخطأين للمسائل الخطية فى مضمونها إلا صورة من صور الاستكمال الخطى linear InterPolation ، للحصول على قيمة دقيقة لكمية مجهولة وذلك باستخدام قيمتين تقريبيتين له .

ونرى هذا الاستكمال الخطى يستخدم منذ القدم للحصول على قيم النسب المثلثية باستخدام القيمتين المجاورتين لها فى الجداول الرياضية ، هذا وما زال الاستكمال الخطى إلى وقتنا هذا يحتفظ بمكانته فى الرياضة الحديثة ويدرس كموضوع هام ورئيسى في الطرق العددية للتحليل الرياضى والاحصاء Statistics وغيرها من فروع الرياضة العليا .

كما أن قاعدة الخطأين تعتبر أحد الأسس الذى بنى عليه التكتيك الإبتدائى لعملية وضع البرنامج الرياضى Math. Progran المستخدم فى حل المسائل الرياضية على الآلات الحاسبة الرقمية Digitae Computer$_s$ ويوضح الشكل المرافق صورة مبسطة للبرنامج الرياضى الذى تستخدمه الآلة الحاسبة فى حل معادلة على الصورة أ س + ب = حـ وهو مايعرف رياضيا باسم الشكل الكتلى للمسألة Block digram



شكل مبسط يبين الشكل الكتلى لإيجاد قيمة س باستخدام قاعدة الخطأين $س = \frac{س_1 د_2 - س_2 د_1}{د_1 - د_2}$

والفرق الأساسى بين الصياغة التى يسوق بها الكاشى قاعدة الخطأين وبين الصورة الحديثة لها يكمن فى أنه يفرق بين حالتين تكون فى إحداها ، $حـ_1$ ، $حـ_2$ كلاهما أكبر أو أصغر من حـ وفى الأخرى تكون حـ محصورة بين قيمتى $حـ_1$ ، $حـ_2$ ، وهذه التفرقة بين هاتين الحالتين ترجع إلى أن الكاشى لا يستخدم فى حساباته إلا الأعداد الموجبة ففى الحالة الأولى يقسم الكاشى فرق المضروبين على فرق الخطأين ، أما فى الحالة الثانية فيقسم مجموع المضروبين على مجموع الخطأين ، هذا وقد ظلت هذه التفرقة بين الحالتين المشار إليهما (اللتين هما فى واقع الأمر حالة واحدة) شائعة فى كتب الحساب فيما بعد .

[١٦٥] يجب أن نلفت النظر فى إعجاب إلى إشارة الكاشى الدقيقة إلى أن قاعدة الخطأين صحيحة فى المسائل الخطية فقط .

[١٦٦] بالرموز الحديثة : $\sqrt[ن]{ا}\ \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{ا\ ب}$

[١٦٧] المقصود هو أن $\sqrt[م]{ا}\ \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[م ن]{ا^ن}\ \sqrt[م ن]{ب^م} = \sqrt[م ن]{ا^ن\ ب^م}$

[١٦٨] أى ان $\frac{\sqrt[ن]{ا}}{\sqrt[ن]{ب}} = \sqrt[ن]{\frac{ا}{ب}}$

[١٦٩] المقصود هنا معادلتين

$$ك\ (س) = ى\ (س)$$

حيث ك(س) ، ى (س) دالتان كثيرتا الحدود يمكن تحويلهما إلى الصورة ا $س^ن = ب\ س^{ن+١}$ فتكون $س = \frac{ا}{ب}$

وبعد ذلك نوجد $\sqrt{ى\ (س)}$

وهناك طريقة أقدم يتكلم عنها الكاشى ، هى طريقة استخراج الجذر التربيعى من الدالة كثيرة الحدود (ص ٨٤ من أصل المخطوطة) .

[١٧٠] إذا كانت المتوالية العددية التى بها ن من الحدود وأساسها ى على الصورة $ا_١ + \ldots\ldots + ا_ن$

فان $ا_ن = ا_١ + (ن - ١)\ ى$ يكون هو الحد العام

ويكون مجموعها $ح = \frac{ن}{٢}\ (ا_١ + ا_ن)$

هذا وقد عرف قدماء المصريين ورياضيو بابل طريقة تحديد قيمة الحد النونى وكذلك مجموع المتوالية العددية بمعرفة $ا_١$ ، ن ، ى دون اللجوء إلى طريقة الجمع المباشر ، وكان ذلك فى القرن الثامن عشر قبل الميلاد ، هذا ولقد توصل الإغريق والهنود فى نفس الوقت حوالى القرن الثالث قبل الميلاد إلى ذلك .

أنظر Cantor M. Volesungen über Geschichte der

ليبزج Mathematik Aol 1906.

أنظر كذلك Singh A. N. On the use of series in Hindu mathematics Osiris 1 1936

[١٧١] هذه القاعدة تعطى مجموع مسلسلة على الصورة

$$ا_١ = ١ ،\ ا_٢ = ا_١ + ى + ١ ،\ ا_٣ = ا_٢ + ٢ى + ١ ، \ldots\ldots ،\ ا_ن = ا_{ن-١} + (ن - ١)\ ى + ١$$

ومجموع هذه السلسلة هو

$$ح = \frac{ن\ (ن + ١)}{٢} \left[١ + \frac{(ن - ١)\ ى}{٣} \right]$$

$$\left[\frac{ن\ (ن + ١)}{٢} \text{ هو مجموع الأعداد الطبيعية } ١ ، ٢ ، ٣ \ldots\ldots ن \text{ بترتيبها الطبيعى} \right]$$

والأعداد التى يعالجها الكاشى هنا كان اسمها لدى علماء الإغريق هو المضلعات : فالعدد النونى للمضلع الرائى $ا_ن$ هو مجموع المتوالية .

$$١ + [١ + (ر - ٢)] + [١ + ٢\ (ر - ٢)] + \ldots\ldots + [١ + (ن - ١)\ (ر - ٢)]$$

$$= \frac{ن}{٢}\ [٢ + (ن - ١)\ (ر - ٢)]$$

ومن هذه الأعداد الرائية كانت أول مجموعة ذكرت فى الرياضة القديمة هى الأعداد المثلثة وهى ١، ٣، ٦، ١٠، ... وكان أول من أشار إليها الفيثاغوريون ، كما نرى هذه المضلعات قد ظهرت أيضاً لدى هيباسكل (القرن الثانى قبل الميلاد) .

وهذه التسمية ترتبط بالتصور الهندسى للأعداد الرائية بنقط واقعة على رءوس أشكال تكون مضلعات منتظمة رائية الأضلاع (أى عدد أضلاعها = ر) ومرتبة بطريقة معينة .

كما نجد رياضى الرومان فى القرن الأول الميلادى يذكرون القاعدة العامة لجمع متسلسلة من الأعداد رائية الأضلاع ، ولا شك أن هذه القاعدة قد انتقلت إليهم من رياضى الإغريق ، ثم نرى هذه القاعدة بعد ذلك فى مؤلفات الرياضى الهندى ماهافيرى فى القرن التاسع الميلادى ، ثم فى الرياضة الصينية خلال القرون الوسطى .

وهذا المجموع يتركب من مجموع متوالية عددية ومجموع متسلسلة من المربعات الطبيعية .

أنظر Contor M. . Vorlesunh über Geschihcle der MathematiK ليبزج ١٩٠٦ .

أنظر كذلك — إ . ب . يوشكيفتش — منجزات العلماء الصينيين فى الرياضة — باللغة الروسيه — سلسلة من تاريخ العلوم والتكنيك الصينى ، موسكو ١٩٥٥ .

وأيضاً Sing A. N. on the use of Serles in Hindu mathematics ' Osiris 1 1936

[١٧٢] المقصود هنا ١ × ٢ + ٢ × ٣ + ٣ × ٤ + ... + ن (ن + ١) = $\frac{\text{ن}(\text{ن}+1)(\text{ن}+2)}{3}$

وفى النص $\frac{2}{3}$ ن $\frac{(\text{ن}+1)(\text{ن}+2)}{2}$.

ومجموع هذه المتسلسلة يرتبط بمجموع متسلسلة من المربعات الطبيعية ومجموع الأعداد الطبيعية حيث

$$1\times2+2\times3+3\times4+\dots+\text{ن}(\text{ن}+1) = 1^2+2^2+\dots+\text{ن}^2+1+2+\dots+\text{ن}$$

[١٧٣] $1\times2\times3+2\times3\times4+3\times4\times5+\dots+\text{ن}(\text{ن}+1)(\text{ن}+2)$

$$= \frac{(\text{ن}+1)(\text{ن}+2)}{2}\left[\frac{(\text{ن}+1)(\text{ن}+2)}{2}-1\right]$$

ومن الأسهل كتابة المجموع على الصورة ح = $\frac{\text{ن}(\text{ن}+1)(\text{ن}+2)(\text{ن}+3)}{4}$

[١٧٤] $1+2^2+3^2+\dots+\text{ن}^2 = \frac{\text{ن}(\text{ن}+1)(2\text{ن}+1)}{6}$

وفى النص على الصورة ح = $\frac{\text{ن}(\text{ن}+1)}{2}\times\frac{(2\text{ن}+1)}{3}$

هذا ونقابل مجموع متسلسلة المربعات الطبيعية لدى رياضى بابل على الصورة ح = ($\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ ن) (١ + ٢ + ... + ن) ، كما أن أرشميدس أوجد مجموع مربعات حدود أى متوالية عددية عندما كان يحسب حجوم ومساحات بعض الأجسام المنحنية ، فى صورة تماثل .

إيجاد $\int_0^{2}$ س٢ ى س [لم يعرف أرشميدس طبعاً عملية التكامل]

$$= \sum^{\text{ن}} \text{س}^3_{\text{ن}}$$

وبعد ذلك فإننا نرى مجموع المربعات الطبيعية عند أرياباتا الهندى وذلك فى القرن الخامس الميلادى ، وكذلك لدى ماهافيرا الذى عاش فى القرن التاسع الميلادى .

أنظر مقالة سنجج Sing A.N المذكورة فى الفقرة التى سبقت .

وفى القرن الحادى عشر يستخدم الرياضى الصينى شين كو معادلة مجموع مربعات الأعداد الطبيعية عند جمع متسلسلة على صورة .

$$\text{ا ب} + (\text{ا} + ١)(\text{ب} + ١) + \cdots + [\text{ا} + (\text{ن} - ١)][\text{ب} + (\text{ن} - ١)]$$

أنظر — مقالة سيو تشون فان — « رياضى الصين القديمة وانجازاتهم » — باللغة الصينية — مجلة كاسيو — وانشجون سنة ١٩٥٣ عدد ١١

أما فيما يختص بمختلف القواعد التى كان يستخدمها علماء الصين فى القرن الثالث عشر لجمع المسلسلات الحسابية فيرجع فيها إلى كتاب .

« تاريخ الرياضة الصينية » تأليف لى يان (باللغة الصينية)

بكين سنة ١٩٥٥ ص ١٢١ وما يليها .

$$[١٧٥]\quad ١^{٣} + ٢^{٣} + ٣^{٣} + \cdots + \text{ن}^{٣} = \frac{\text{ن}^{٢}(\text{ن}+١)^{٢}}{٤} \quad \text{وفى النص} \quad \left[\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢}\right]^{٢}$$

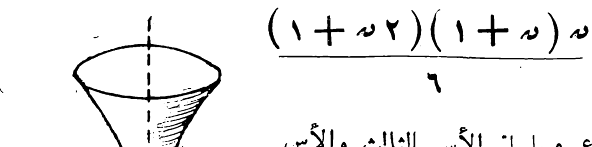
ونشير هنا إلى أنه عندما أورد نيكوماخ (القرن الثانى عشر الميلادى) خواص الأعداد ، قرر أنه عند تقسيم متوالية الأعداد الفردية إلى مجموعات متوالية من الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ن فإنه تظهر متساويات على النحو التالى :

$$١^{٣} = ١ ، \quad ٢^{٣} = ٣ + ٥ ، \quad ٣^{٣} = ٧ + ٩ + ١١ \ldots \text{إلخ}$$

ومن هذا يتضح بوضوح إمكانية الحصول على مجموع المكعبات الطبيعية غير أن هذا المجموع لم يظهر إلا فى القرن الثالث الميلادى وذلك فى الكتب الرومانية ، ثم نرى معادلة مجموع مكعبات الأعداد لدى أريا بهاتا الهندى وكذا مجموع مكعبات أى متوالية عددية على الصورة $(\text{ا})^{٣} + (\text{ا} + \text{ى})^{٣} + \cdots + [\text{ا} + (\text{ن} - ١)\text{ى}]^{٣}$ لدى ما هافيرا الهندى .

أنظر — ن . سنجج

$$[١٧٦]\quad ١^{٤} + ٢^{٤} + ٣^{٤} + \cdots + \text{ن}^{٤} = \left[\frac{١}{٥}\,\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢} - ١\right] + \left[\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢}\right]$$



$$\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)(٢\text{ن}+١)}{٦}$$

هذا ولقد أوجد العالم المصرى إبن الهيثم مجموع مسلسلتى الأس الثالث والأس الرابع للأعداد الطبيعية عندما كان يقوم بحساب حجم الجسم الدورانى الناتج عن دوران قطعة قائمة من قطع مكافىء حول محور عمودى على محور تماثلها .

وهذا المجموع هو حل تقريبى للتكامل .

$$\int_{\text{صفر}}^{\text{ا}} \text{س}^{٤}\, \text{ى س} .$$

أنظر Suter H. Die Abhandlung über die Ausmessung des Paraboloides Von Ibn al Haitha.m

Bdliotheca mathematica 1912 المجموعة الثالثة الجزء ١٢ ص٢٨٩ — ٣٣٢

وفى القرن السابع عشر قام العلماء الأوروبيون من أمثال فرما ، كافاليرى ، پاسكال ، واليس وغيرهم ، بحساب مجموع المتسلسلات ذات الأسس الأعلى من ذلك ، عند قيامهم بحل مسائل التربيع .

والتكعيب التى تؤول إلى حل تقريبى لتكامل مثل :

^{٢}ا صفر $س^{ن}$ ى س حيث ن عدد صحيح .

أنظر كتاب زيتن — تاريخ الرياضة فى القرنين الخامس والسادس عشر .

$$[١٧٧]\quad س + س^{٢} + س^{٣} + \dots + س^{ن} = \frac{س^{ن+١} - س}{س - ١}$$

وفى النص ثلاث صور $ح = \frac{س\,س^{ن} - س}{س - ١}$ ، $ح = \frac{س\,(س^{ن} - س)}{س - ١}$

$$ح = \frac{س^{ن} - س}{س - ١} + س^{ن}$$

ويذكر م . ى . فيجود ينسكى فى كتابه (موسكو ١٩٣٨) أن أول من عرف مجموع المتوالية الهندسية كانوا قدماء المصريين .

هذا وتحتوى « أصول » إقليدس على القاعدة العامة لإيجاد مجموع المتوالية الهندسية مصوغة فى ٣٥ نقطة .

(الكتاب السابع إلى الكتاب العاشر) .

أما فى الرياضة الهندية فقد ورد مجموع المتوالية الهندسية فى أعمال ما هافيرا .

[١٧٨] إذا كانت س < ١ فإن مجموع هذه المتوالية يكون .

$$ح = س + س^{٢} + \dots + س^{ن} = \frac{س - س^{ن+١}}{١ - س}$$

ولذا فإنه إذا كانت $س = \frac{ب}{ى}$ حيث ى > ب

$$فإن\quad ح = \frac{\frac{ب}{ى} - \left(\frac{ب}{ى}\right)^{ن+١}}{١ - \frac{ب}{ى}} = \frac{\frac{ب\,ى^{ن} - ب^{ن+١}}{ى^{ن+١}}}{\frac{ى - ب}{ى}} = \frac{ب\,(ى^{ن} - ب^{ن})}{ى - ب} : ى^{ن}$$

$$[١٧٩]\quad إذا\ كانت\ م = ٢^{م١} + ٢^{م٢} + ٢^{م٣} + \dots + ٢^{مك} + ١$$

$$فإن\quad ا^{م} = ا^{٢م} \times ا^{٢م٢} \times \dots \times ا^{٢مك} \times ا$$

[١٨٠] هنا وفيما يلي يصوغ الكاشى مجموعة من خواص المتطابقات وغير المتطابقات الخاصة بنسب الأعداد وهى التى وردت فى « أصول » إقليدس والتى احتوى الباب الخامس منها على نظرية تناسب الأعداد والأبواد السابع إلى العاشر لنسب الأعداد الصحاح ، غير أن الكاشى يضيف العديد من القواعد التى لم ترد لدى إقليدس أو غيره ، ومن المهم أن نشير هنا إلى حسن توفيق الكاشى عندما صاغ خواص التناسب للمقادير والأعداد الوسيطة ، فى حين أن إقليدس يفرق بين قواعد الأعداد وقواعد الأعداد الوسيطة .

والـكاشى هنا لا يولى اهتماما للقضية القائلة : هل يمكن اعتبار أى علاقة بين مقدارين — خصوصاً لو لم يكونا من نفس المقياس — كمجرد عدداً ونشير هنا إلى أن كتاب « مفتاح الحساب » لا يحتوى على إثباتات نظرية أو براهين رياضية ، ذلك أنه مرجع عملى للحساب من التجار والمساحين والبنائين وغيرهم ، ولذا فإن نظرية النسبة والتناسب هنا قد وضعت لتخدم الهدف المراد منها ألا وهو تسهيل حل المسائل العملية وعلى كل فإنه من الواضح أن الـكاشى هنا يعتبر العدد ويتعامل به من وجهة النظر العامة التى كانت سائدة لدى سابقيه الخيام والطوسى .

أنظر — « ملاحظات على الرسالة الثانية للخيام » — باللغة الروسية .

ايو شكيفتش ، ب . روزنفيلد ، فى العدد السادس من « أبحاث رياضية تاريخية » — موسكو — لينينجراد ١٩٥٣ ص ١٥٧ — ١٦٨ .

[١٨١] إذا كان $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ا}'}{\text{ب}'}$ و $\frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ب}'}{\text{ح}'}$ فإن $\frac{\text{ا}}{\text{ح}} = \frac{\text{ا}'}{\text{ح}'}$

[١٨٢] إذا كان $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}'}{\text{ح}'}$ و $\frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ا}'}{\text{ب}'}$ فإن $\frac{\text{ا}}{\text{ح}} = \frac{\text{ا}'}{\text{ح}'}$

[١٨٣] إذا كان $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}}$ فإن $\text{ا}^{\text{٢}}\,\text{ء} = \text{ب}^{\text{٣}}$ و $\text{ا}\,\text{ء}^{\text{٢}} = \text{ح}^{\text{٣}}$

وكذا $\text{ا}\,\text{ح} = \text{ب}^{\text{٢}}$ و $\text{ب}\,\text{ء} = \text{ح}^{\text{٢}}$ و $\text{ا}\,\text{ء} = \text{ب}\,\text{ح}$

[١٨٤] إذا كان $\frac{\text{١}}{\text{ا}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}} = \ldots$ إلخ فان $\text{ب} = \text{ا}^{\text{٢}}$ و $\text{ح} = \text{ا}^{\text{٣}}$ و $\text{ء} = \text{ا}^{\text{٤}}$ ... إلخ

[١٨٥] إذا كان $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}}$ فإن $\text{ا}\,\text{ح} = \text{ب}^{\text{٢}}$ و $\text{ب}\,\text{ء} = \text{ح}^{\text{٢}}$

$$\text{ا}\,\text{ء} = \text{ب}\,\text{ح} = \sqrt{\text{ا}\,\text{ح} \times \text{ب}\,\text{ء}}$$

[١٨٦] $\frac{\text{ا}}{\text{ا}^{\text{٢}}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}\,\text{ب}}$ و $\frac{\text{ا}\,\text{ب}}{\text{ا}^{\text{٢}}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}}$ و $\frac{\text{ا}^{\text{٢}}}{\text{ا}\,\text{ب}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

[١٨٧] $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} : \frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \left(\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\right)^{\text{٢}}$ و $\text{١} : \frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}}$ و $\left(\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \text{١}\right)\text{ب} = \text{ا} + \text{ب}$

إذا كان $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ و $\frac{\text{ح}}{\text{ء}}$ نسبتين معلومتين فانه حسب التعبير القديم تسمى $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ء}}$ بمجموع العددين وقسمى

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ بالنسبة المثناة ويسمى $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ بالنسبة المثلثة وهكذا . ويستخدم الـكاشى عبارات نسبة وخارج نسبة مثناه ومربع الخارج [أنظر القواعد ٣٨ ، ٤٣ ، ٤٤ المخطوطة] دون فرق .

[١٨٨] إذا كان ثمن كميتين من بضاعة ما ذات وحدات قياس واحدة (واحدات وزن واحدة مثلا) متساويا فان

نسبة ثمن وحدة من البضاعة الأولى إلى ثمن وحدة من البضاعة الثانية تكون كنسبة عدد وحدات البضاعة الثانية إلى عدد وحدات البضاعة الأولى .

[١٨٩] إذا كان ا سن = ب سم فان $\frac{سن}{سم} = \frac{ب}{ا}$

[١٩٠] $(ا + ب)^٢ = ا^٢ + ٢ اب + ب^٢$ ، $(ا^٢ - ب^٢) = (ا + ب)(ا - ب)$

والمعادلة الأولى هى الصيغة الجبرية للعبارة الرابعة من الكتاب الثانى من « أصول » إقليدس [المربع المنشا على خط يساوى مجموع المربعين المنشأين على جزئى هذا الخط وضعف المستطيل المكون من هذين الجزئين] ولكن لا توجد فى « اصول » إقليدس نظرية تعبر عن المعادلة الثانية هذا والكتاب الثانى من « أصول » إقليدس يحتوى على مبادىء الخوارزمى المترية (أى القياسية) للأشكال وهو ما يعرف « بالجبر الهندسى » عند قدماء الإغريق ، ولقد ترجم العلماء العرب هذا الجزء من « الأصول » واستوعبوه وطوروه إلى الجبر الحسابى الحديث . وهذا يتضح تماماً من دراسة إضافاتهم لما ترجوه من الكتاب العاشر من « الأصول » .

أنظر ص ١٥٥ — ١٥٧ J. Tropfke vol. 2. Geschichte der Elementan Mathematik

[١٩١] إذا كان $(ا + ب) - ٢ ح$ فان $اب + (ح - ا)^٢ = ح^٢$ ، $ا^٢ + ب^٢ = ٢ ح^٢ + ٢ (ح - ا)^٢$ قارن هذا بالعبارة الخامسة والعبارة التاسعة من الكتاب الثانى من « أصول » إقليدس .

[١٩٢] $(ا + ب) ا + \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢ = \left(ا + \frac{ب}{٢}\right)^٢$ انظر العباوة السادسة من الكتاب الأول « الأصول » .

[١٩٣] فى تطور الكميات الكسرية من قبيل $ا^{\frac{م}{ن}}$ والتى استخدمت بعد ذلك فى اوروبا ابتداءاً من القرن الخامس عشر ، أنظر كانتور .

ص ١٣٣ — ١٣٧ Cantor. M., Varlesungen Vber Geschichte der Mathematik vol 2.

[١٩٤] $\frac{ا^٥}{ب^٥} = \left(\frac{ا}{ب}\right)^٥$ وعموما $\frac{ا^ن}{ب^ن} = \left(\frac{ا}{ب}\right)^ن$

[١٩٥] إذا كانت الكمية ا كمية معلومة وكانت س هى الجزء الأكبر .

فإن $\frac{ا}{س} = \frac{س}{ا - س}$

ومنه تكون س هى جذر المعادلة .

$س^٢ + ا س - ا^٢ =$ صفر

$$\therefore س = \sqrt{\frac{ا^٢}{٤} + ا^٢} - \frac{ا}{٢} = ا \frac{\sqrt{٥} - ١}{٢}$$

وواضح من العلاقة الأولى أن $ا - س = س \frac{\sqrt{٥} - ١}{٢}$

وحيث أن $\frac{\sqrt{٥} - ١}{٢} \times \frac{\sqrt{٥} + ١}{٢} = ١$

فإن $س = (ا - س) \times \frac{\sqrt{٥} + ١}{٢} = (ا - س) \frac{\sqrt{٥} - ١}{٢} + (ا - س)$

[١٩٦] $\frac{\sqrt{٥} - ١}{٢} = ٠,٦١٨٠٣٣٩٩ = ٠^{\circ}\ ٣٧^{١}\ ٤^{١١}\ ٥٥^{١١١}\ ٢٠^{١٧}\ ٢٩^{٧}\ ٣٩^{٧١}$

$١ - \frac{\sqrt{٥} - ١}{٢} = ٠,٣٨١٩٦٦٠١ = ٠^{\circ}\ ٢٢^{١}\ ٥٥^{١١}\ ٤^{١١١}\ ٣٩^{١٧}\ ٣٠^{٧}\ ٢١^{٧١}$

[١٩٧] مسألة تقسيم المستقيم من الداخل ومن الخارج التي يعبر عنها بمعادلة جبرية من الدرجة الثانية ظهرت بشكل ما في المصنفات الإغريقية ولها أهمية رئيسية فى نظرية المضلعات المنتظمة والمجسمات المنتظمة ونرى هذه المسألة فى صور متعددة فى « أصول » إقليدس : كما فى الجملة الحادية عشرة من الكتاب الثانى والجملة الثلاثين من الكتاب السادس وكذلك نراها تستخدم فى الجملتين العاشرة والحادية عشرة والسادسة عشرة من الكتاب الرابع عند إنشاء المخمس المنتظم والشكل المنتظم ذى الخمسة عشر ضلعا .

وكذلك نرى عدة نظريات قد خصصت للتقسيم من الداخل ومن الخارج وذلك فى الكتاب الثالث عشر مثل الجملة الأولى التى تنص على أن $\left(س + \frac{أ}{٢}\right)^{٢} = ٥ \left(\frac{أ}{٢}\right)^{٢}$ [حسب الرموز الجبرية الحديثة ، وكذا الجملة السادسة عشرة . الخاصة بإنشاء مضلع منتظم ذو عشرة أضلاع وفى الجملة السادسة عشرة المخصصة لخواص مجسم ذى عشرين سطحا مثلثيا منتظما (إيكوسيدر) .

كما أن تقسيم الخطوط من الخارج والداخل كان من المواضيع التى اهتم بها ليوناردو دافنشى اهتماما كبيرا فسماها بعملية « القسمة الذهبية » ذلك أنها نظرية تطبيقية هامة للعمارة والفنون ، ولذا نرى أن الكثير من المراجع القديمة والحديثة قد أولتها اهتماما كبيرا .

انظر — « القسمة الذهبية » — باللغة الروسية — تأليف ج . ى . تيمردنج بطرس بورج . ١٩٢٤

[١٩٨] النظرية المسماة بنظرية فيثاغورث ، كانت معروفة من قديم فى مملكة بابل وفي الصين .

[١٩٩] « أصول » إقليدس ، الجملة الأولى من الكتاب الأول [مساحة المثلثات أو متوازيات الأضلاع المتحدة فى الارتفاع تتناسب مع بعضها بنسبة قواعدها] .

[٢٠٠] « أصول » إقليدس الجملة الخامسة والثلاثين من الكتاب الثالث [إذا تقاطع مستقيمان فى دائرة فإن المستطيل المكون من جزءى أحدهما يساوى المستطيل المكون من جزئى الآخر] .

[٢٠١] العدد أو « التام » هو العدد الذى يساوى أجزائه الصحيحة والجزء الصحيح من العدد هو كسر منه بسطه الواحد الصحيح ، ولقد أثبت إقليدس أن الأعداد على الصورة $(١ + ٢ + ٢^{٢} + \cdots + ٢^{ر-١})\ ٢^{ر-١}$ حيث أول عامل وبالتالى ر عامل بسيط هى أعداد بسيطة (أولية) .

[العبارة ٣٦ من الكتاب الثانى « أصول » إقليدس] هذا ولا يذكر إقليدس وكذا الكاشى شيئا عن شرط كون ر يجب أن تكون عددا أوليا . بدون تحقق هذا الشرط يصبح $٢^{ر} - ١ = ١ + ٢ + ٢^{٢} + \cdots + ٢^{ر-١}$ يصبح عددا مركبا) .

[٢٠٢] الأعداد المتحابة هى أزواج من الأعداد يكون كل منها مساويا لمجموع الأجزاء الصحيحة للعدد الآخر ، ولقد أثبت الرياضى العربى ثابت بن قره أن العددين $ا = ٢^{ن} \times و \times ل$ ، $ب = ٢^{ن} \cdot ر$ يكونان متحابين إذا كان $و = ٣ \times ٢^{ن} - ١$ ، $ل = ٣ \times ٢^{ن-١} - ١$ ، $ر = ٩ \times ٢^{٢ن-١} - ١$

انظر ص ١١٠ J. Tropfke Geschte der Elmentar Mathematik Vol 1

وفى نص الكاشى له « أول الأعداد الفردية » $= (١\frac{١}{٢} \times ٢^{ن} - ١)$ ، و « ثانى الأعداد الفردية » ، $ل \times و$ و « ثالث الأعداد الفردية » حيث $ر = ل + و + ل\,و$

[٢٠٣] لا يستخدم الكاشى ولا غيره من رياضيى العصور الوسطى أى رموز جبرية ، بل يستخدمون طرق « الجبر والمقابلة » فى حل المسائل ، لذا فإن شكل المسائل يصبح أكثر تعقيدا بالنسبة للقارىء الذى لم يتعود على هذا النوع ، وبترجمة رموزه إلى الرموز الجبرية الحديثة ـ المستعملة حاليا ـ يسهل فهمها على القارىء .

[٢٠٤] هذه الطريقة فى حل المسائل بتغيير الترتيب ، نجده مستخدما فى الرياضة الهندية .

[٢٠٥] هذه المسألة غير معينة (ليس لها حل واحد بل فى الغالب جملة حلول) ، إذ أنها تؤدى إلى معادلتين فى ثلاثة مجهولات هما س + ص + ع = ن

، ٤ س + ٢٠ ص + ٣٠ ع = ٦٠

وبالرغم من أن الكاشى يعطى بعض النصائح للحل بالطريقتين الأوليتين ـ « نفرض وزن أرخص الأشياء معلوما ... إلخ » ـ فإنه لا يذكر صراحة أن هذه المسأله لها عدد كبير من الحلول .

أما الشرط الذى يضعه فى بداية « الطريقة الأولى » بأخذ قيمة س أقل من $\frac{٣ \times ٣٠ - ٦٠}{٣٠ - ٤} = \frac{٣٠}{٢٦}$

فتفسيره ، أنه إذا كان $\frac{٣٠}{٢٦} \leq$ س فإن ص $\leq$ صفر أى كمية سالبة .

[٢٠٦] إذا كانت أيام عمل الأخير س والثانى ص والثالث ع

فإن $\frac{س}{ص} = \frac{٤}{٥}$ ، $\frac{س}{ع} = \frac{٣}{٥}$ ، ومنها

ص = $\frac{٥}{٤}$ س ، ع = $\frac{٥}{٣}$ س

فتكون (س + ص + ع) = (١ + ١ $\frac{١}{٤}$ + ١ $\frac{٢}{٣}$) س = ٣٠

أى أن $\frac{٤٧}{١٢}$ س = ٣٠

∴ س = $\frac{٣٦٠}{٤٧} = ٧ \frac{٣١}{٤٧}$

، ص = $\frac{٥}{٤}$ س = $\frac{٤٥٠}{٤٧} = ٩ \frac{٢٧}{٤٧}$

، ع = $\frac{٥}{٣}$ س = $\frac{٦٠٠}{٤٧} = ١٢ \frac{٣٦}{٤٧}$

ولمراجعة صحة الحل ٥ $\frac{س}{٣٠}$ = ٤ $\frac{ص}{٣٠}$ = ٣ $\frac{ع}{٣٠} = \frac{٦٠}{٤٧} = ١ \frac{١٣}{٤٧}$

[٢٠٧] نفرض أن س + ص = ١٠ والمطلوب حل المعادلة س^٢ + ص = ن^٢ أو س^٢ ـ س + ١٠ = ن^٢

ونرى ان الكاشى يفترض أن س = م ع ، ص = ٢ م ع ن + ن^٢

حيث م ، ن أى عددين صحيحين ، وبالتالى فإن قيم س ، ص ، ع هى قيم صحيحة وعليه فإن

ن^٢ = س^٢ + ص = (م ع + ن)^٢ هو مربع عدد صحيح .

وهذه مسألة لإيجاد القيم الصحيحة الموجبة لجذور المعادلة

ن^٢ = ا س^٢ + ب س + حـ

وهذه المعادلة قد قام ديوفانطس فى نهاية القرن الثالث الميلادى بحلها ولو عبرنا عن طريقة حله بالرموز الحديثة (بطرقتنا المعاصرة) ، فانه للحصول على عدد صحيح يساوى $\sqrt{\text{ا س}^٢ + \text{ب س} + \text{حـ}}$ نضع ن = ا س + هـ

ومنه $\text{س} = \frac{\text{هـ}^{٢} - \text{حـ}}{\text{ب} - ٢\,\text{ا}\,\text{هـ}}$ ، وهكذا فانه باستخدام القيم الصحيحة الموجبة للكمية هـ يمكن الحصول على عدد لانهائى من القيم الصحيحة الموجبة للمجهول س .

ولقد اكتفى ديوفانطس بالحصول على حل واحد صحيح ، رغم أن طريقته طريقة عامة ويمكن باستخدامها الحصول على عدد لانهائى من الحلول .

انظر

زيتن « تاريخ الرياضة فى العصور القديمة والوسطى » ص ١٦٨ موسكو ١٩٣٨

[٢٠٨] المعادلتان $\text{ب}^{٢} = \text{س} + ٣\tfrac{١}{٢}$

، $\text{ى}^{٢} = \text{س} - ٣\tfrac{١}{٢}$

واللتان يحاول الكاشى إيجاد حل صحيح لهما ، فيحولهما إلى المعادلة $\text{ب}^{٢} - \text{ى}^{٢} = ٧$ التى تحل بطريقة مماثلة لما سبق .

هذا ولقد حلت معادلات مماثلة فى الشرق العربى فى زمن أسبق من الكاشى بكثير ، هذا ولقد قام ليوناردو البيزنطى الذى يعتبر من تلاميذ الرياضيين العرب ـ القرن الثالث عشر الميلادى ـ بحل المعادلتين $\text{ب}^{٢} = \text{س}^{٢} + ٥$

، $\text{ى}^{٢} = \text{س}^{٢} - ٥$

أنظر ـ كتاب « تاريخ الرياضة فى العصور القديمة والوسطى » تأليف زيتن ـ موسكو ١٩٣٨ ص ١٦٨ ـ ١٦٩ ، ص ٢١١ ـ ٢١٢ ،

ويحل الكاشى هاتين المعادلتين باستخدام القواعد المعروفة معوضا عن قيمة $\text{ى} = \frac{٧ - \text{ع}^{٢}}{٢\,\text{ع}}$ ومنه $\text{ب} = \text{ى} + \text{ع}$ ، ومن السهل الحصول على الحل بوضع $\text{ع} = \text{ب} - \text{ى}$ فى المعادلة $(\text{ب} + \text{ى})(\text{ب} - \text{ى}) = ٧$

واختيار الفرق $\text{ب} = \text{م} - \text{ع}$ بحيث يكون $\text{ب} + \text{ى} = \text{ع} + ٢\,\text{م}$ ، $\text{ى} = \frac{٧ - \text{ع}^{٢}}{٢\,\text{ع}}$

ثم يعوض الكاشى بقيمة $\text{ع} = ٢$.

[٢٠٩] المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ١٠ ، ١٥ ، ٣٠ ليس ٦٠ ولكن ٣٠ .

[٢١٠] المسائل غير المعينة من هذا النوع كانت منتشرة فى رياضة العصور الوسطى سواء فى الشرق أو فى أوروبا ، ونلاحظ ذلك فى الواحد وعشرين مثالا التى أوردها الكاشى ، هذا ونذكر أن هذا النوع من المسائل قد حل فى أوروبا باستخدام قاعدة الخطأين .

أنظر ميونخ ١٩٥٤ ص ٢١٨ ، ٢١٩ ، ٢٢١ ، ٢٢٢ K. Vogel, Die Practica des Algoismus Ratisbonensis

وكذلك — تطور العلوم الرياضية والفزيائية فى الروسيا — تأليف بابينين الطبعة الأولى ١٨٨٦ ص ٩٧ — ١٠٤

[٢١١] يحتوى هذا الباب على سبعة امثلة فقط وليست ثمانية كما هو مذكور فى المخطوطة ، ولقد احتلت مسائل الإرث مكاناً هاماً فى مؤلفات العصور الوسطى الجبرية — إبتداء من الجبر والمقابلة للخوارزمى ولا أدل على ذلك من أن « كتاب المواريث » وحساب الدوائر (وهى من أصعب مسائل الميراث التى يموت فيها الوارث قبل الموروث) قد شغلا نحو نصف الجبر والمقابلة .

[٢١٢] إذا رمزنا المال بالرمز س وللجزء الذى يرثه كل واحد من الابناء بالرمز ص فان أول إرث يكون ص وثانى إرث يكون $\tfrac{١}{٣}\left(\frac{\text{س}}{٣} - \text{ص}\right)$ ومنه نجد أن $\text{س} = ٣\text{ص} + \text{ص} + \tfrac{١}{٣}\left(\frac{\text{س}}{٣} - \text{ص}\right)$

أى أن $\tfrac{٨}{٩}\,\text{س} = \tfrac{١١}{٣}\,\text{ص}$ أو $\text{س} = \tfrac{٣٣}{٨}\,\text{ص}$ وبأخذ $\text{ص} = ٨$

نجد أن أول ميرات يكون ٨ والمال جميعه ٣٣ والميرات .

الثانى ١ .

[٢١٣] أبو على حسن بن حارث الحبوبى الخوارزمى — عالم من خوارزم عمل لدى سلطان خوارزم المدعو أطسيز الذى ملك فى الفترة من ١١٢٧ إلى ١١٥٦ ميلادية ، والحبوبى هو مؤلف «كتاب الاستقصاء» الذى يبحث أساساً فى مسائل الارث .

[٢١٤] إذا رمزنا للجزء الموصى به بالرمز س ولنصيب كل من الأولاد بالرمز ص فإن التركة جميعها تكون س + ٣ ص ، وحسب شروط المسألة فإن .

$$\text{س} = \text{ص} - \frac{١}{٣}\left(\frac{\text{س} + ٣\,\text{ص}}{٣} - \text{س}\right)$$

ومنه $\frac{٢}{٣}\,\text{ص} = \frac{٧}{٩}\,\text{س}$ أى $\text{س} = \frac{٦}{٧}\,\text{ص}$

وبأخذ $\text{ص} = ٧$ تكون $\text{س} = ٦$

[٢١٥] فصلت قوانين الارث فى القرآن الكريم على النحو التالى :

« يوصيكم الله فى أولادكم للذكر مثل حظ الأنثيين فان كن نساء فوق إثنتين فلهن ثلثا ما ترك وإن كانت واحدة فلها النصف ولأبويه لكل واحد منهما السدس مما ترك إن كان له ولد فان لم يكن له ولد وورثه أبوه فلأمه الثلث ، فان كان له إخوة فلأمه السدس من بعد وصية يوصى بها أو دين آباؤكم وأبناؤكم لا تدرون أيهم أقرب لكم نفعاً ، فريضة من الله إن الله كان عليما حكيما (١١) ولكم نصف ما ترك أزواجكم إن لم يكن لهن ولد فان كان لهن ولد فلكم الربع مما تركن من بعد وصية يوصين بها أو دين ، ولهن الربع مما تركتم إن لم يكن لكم ولد فان كان لكم ولد فلهن الثمن مما تركتم من بعد وصية توصون بها أو دين ، وإن كان رجل يورث كلالة أو امرأة وله أخ أو أخت فكل واحد منهما السدس ، فان كانوا أكثر من ذلك فهم شركاء فى الثلث من بعد وصية يوصى بها أو دين غير مضار ، وصية من الله والله عليم حكيم (١٢) .

[سورة النساء ، الآيتين ١١ ، ١٢]

[٢١٦] إذا اعتبرنا التركة س ، ونصيب البنت ص ، فانه حيث أن نصيب البنت نصف نصيب الولد ، فان نصيب الولد يكون ٢ ص ومثله قيمة الوصية الأولى ، والوصية الثالثة $= \frac{٤}{٣}$ ص ، أما الوصية الثانية فتساوى $\frac{١}{٣}\left(\frac{\text{س}}{٣} - ٢\,\text{ص}\right) = \frac{\text{س}}{٩} - \frac{٢}{٣}\,\text{ص}$ وعليه تكون .

$$\text{س} = ٢\,\text{ص} + ٣\,\text{ص} + ٢\,\text{ص} + \frac{\text{س}}{٩} - \frac{٢}{٣}\,\text{ص} + \frac{٤}{٣}\,\text{ص}$$

أى $\frac{٨}{٩}\,\text{س} = \frac{٢٣}{٣}\,\text{ص}$ ومنها $\text{س} = \frac{٦٩}{٨}\,\text{ص}$

وبوضع $\text{ص} = ٢٤$ تكون $\text{س} = ٢٠٧$

ويكون نصيب الولد = الوصية الأولى = ٤٨

وتكون الوصية الثانية = ٧ والوصية الثالثة = ٣٢

[٢١٧] عن ميراث الورثة غير المباشرين . (أنظر الآية الثانية عشرة من سورة النساء [... وإن كان رجل يورث كلالة أو امرأة وله أخ أو أخت فلكل واحد منهما السدس فان كانوا اكثر من ذلك فهم شركاء فى الثلث من بعد وصية يوصى بها او دين غير مضار ... (الآية)] .

[٢١٨] فى مسألتنا هذه ، حيث ان مجموع الوصيه = ٤٨ + ٧ + ٣٢ = ٨٧ وهو أكثر من ثلث التركة الذى

يساوى ٦٩ ولذا وجب أولا إعتبارى «الفريضه» أى الجزء الخاص بالورثة المباشرين والذى يساوى ٢٨٨٧ = ١٧٤

وبضربه فى ٥ للتخلص من الكسور ١٧٤ × ٥ = ٨٧٠

وهنا تكون قيمه نصيب الابن = ٨٧٠ × $\frac{٢}{٥}$ = ٣٤٨

ويكون نصيب الثلاث بنات = ٨٧٠ × $\frac{٣}{٥}$ = ٥٢٢

وتكون الوصيه الأولى = ٤٨ × ٥ = ٢٤٠

« « الثانيه = ٧ × ٥ = ٣٥

« « الثالثه = ٣٢ × ٥ = ١٦٠

[٢١٩] لذا رمزنا للتركة بالرمز س ولنصيب البنت بالرمز ص ، فانه حيث أن نصيب الابن يعتبر مساويا لنصيبى بنتين ونصيب كل من الأبوين يساوى $\frac{١}{٢}$ ١ نصيب البنت فان نصيب الابن = ٢ ص ونصيب كل من الأبوين = $\frac{٣}{٢}$ ص ،

والوصيه الأولى = ٢ ص والوصيه الثانيه = $\frac{س}{٦}$ — ص ، والوصيه الثالثه = $\frac{س}{٥}$ — $\frac{٣}{٢}$ ص .

والوصيه الرابعه = $\frac{١}{٣}$ ($\frac{س}{٣}$ — (س — ٩)) = $\frac{١}{٣}$ (٩ ص — $\frac{٢}{٣}$ س) = ٣ ص — $\frac{٢}{٩}$ س

ومنه تكون س = ٢ ص + ٣ ص + ٤ ص + ٢ ص + $\frac{س}{٦}$ — ص + $\frac{س}{٥}$ — $\frac{٣}{٢}$ ص + ٣ ص — $\frac{٢}{٩}$ س

أى $\frac{٧٧}{٩٠}$ س = $\frac{٢٣}{٢}$ ص

∴ س = $\frac{٢٣ × ٤٥}{٧٧}$ ص

وبفرض ص = ١٥٤ تكون س = ٢٠٧٠

ويكون نصيب كل من الأبوين = ٢٣١

ونصيب الابن = الوصيه الأولى = ٣٠٨

وقيمه الوصيه الثانيه = ١٩١

« « الثالثه = ١٨٣

« « الرابعه = ٢

[٢٢٠] عندما يكون التقسيم سليما ، فان زيدوعمروبكروخالدووليد تكون أنصبتهم على التوالى $\frac{٣٠}{٨٧}$ ، $\frac{٢٠}{٨٧}$ ، $\frac{١٥}{٨٧}$ ، $\frac{١٢}{٨٧}$ ، $\frac{١٠}{٨٧}$ من التركة وإذا فرضنا أن القاضى أخذ منهم مقداراً قيمته س فانه حيث أن القاضى يجب ان يعطى كلا منهم جزءاً مساويا بعد تنفيذ الشرط ، فان لدى كل منهم أصبح $\frac{٣٠}{٨٧}$ — $\frac{س}{٥}$ ، $\frac{٢٠}{٨٧}$ — $\frac{س}{٥}$ ، $\frac{١٥}{٨٧}$ — $\frac{س}{٥}$ ، $\frac{١٢}{٨٧}$ — $\frac{س}{٥}$

$\frac{١٠}{٨٧}$ — $\frac{س}{٥}$ على التوالى .

وحسب شروط المسألة فان القاضى يأخذ من كل من الورثة $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$ على التوالى وذلك من قيم نصيبهم الأول ، ولذا فان نصيبهم الأول غير المطابق لحق كل منهم يكون كما يلى :

لزيد $\frac{٢}{١}\left(\frac{٣٠}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)$ ، لعمر $\frac{٣}{٢}\left(\frac{٢٠}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)$ ، لبكر $\frac{٤}{٣}\left(\frac{١٥}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)$

لخالد $\frac{٥}{٤}\left(\frac{١٢}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)$ ، لوليد $\frac{٦}{٥}\left(\frac{١٠}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)$

وبالتالى فان ما اخذه القاضى من كل منهم على التوالى هو :

$$\frac{٣٠}{٨٧}-\frac{س}{٥}$$

$$\frac{١}{٢}\left(\frac{٢٠}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)=\frac{١٠}{٨٧}-\frac{س}{١٠}$$

$$\frac{١}{٣}\left(\frac{١٥}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)=\frac{٥}{٨٧}-\frac{س}{١٥}$$

$$\frac{١}{٤}\left(\frac{١٢}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)=\frac{٣}{٨٧}-\frac{س}{٢٠}$$

$$\frac{١}{٥}\left(\frac{١٠}{٨٧}-\frac{س}{٥}\right)=\frac{٢}{٨٧}-\frac{س}{٢٥}$$

ويكون مجموع ما أخذه القاضى $=\frac{٥٠}{٨٧}-\frac{١٣٧}{٣٠٠}$ س وهذه القيمة تساوى س

ومنه $\frac{٥٠}{٧٧}=\frac{٤٣٧}{٣٠٠}$ س $\therefore$ س $=\frac{١٥٠٠٠}{٨٧\times ٤٣٧}$ من التركة ، فاذا اعتبرنا التركة $=$ ٨٧×٤٣٧ تكون س $=$ ١٥٠٠٠

ويكون نصيب الورثة كما يلى :

لزيد	١٣١١٠	حسب التوزيع السليم	وكان	٢٠٢٢٠	حسب التوزيع الأول
لعمر	٨٧٤٠	» » »	»	٨٦١٠	» » »
لبكر	٦٥٥٥	» » »	»	٤٧٤٠	» » »
لخالد	٥٢٤٤	» » »	»	٢٨٠٥	» » »
لوليد	٤٣٧٠	» » »	»	١٦٤٤	» » »

[٢٢١] إذا كانت التركة $=$ أ فان ٣ $س^٢$ $+$ س $=$ أ

أو $س^٢+\frac{س}{٣}=\frac{أ}{٣}$

ومنه س $=\sqrt{\frac{١}{٣٦}+\frac{أ}{٣}}-\frac{١}{٦}$

[٢٢٢] إذا كانت الوصية الثانية س فان :

$٤\left(٣٣٣\frac{١}{٣}-س^٢\right)+س=١٠٠٠$

أو $٣٣٣\frac{١}{٣}+س=٤\,س^٢$

ومنها $٨٣\frac{١}{٣}=\frac{س}{٤}=س^٢$

وبالتحويل إلى الكسور العشرية واعتبار $\frac{1}{3}$ = ٠,٣٣٣٣ بالتقريب

فان الكاشى يستخرج س = $\sqrt{}$ ٨٣,٣٤٨٩ + ٠,١٢٥٠

= ٩,١٢٩٥ + ٠,١٢٥٠ = ٩,٢٥٤٥

[٢٢٣] يحتوى هذا الباب على سبعة أمثلة لا ثمانية . كما هو مذكور فى النص .

[٢٢٤] هذه التسمية لنظرية فيثاغورث « الشكل العروس » جاءت من الكلمة الإغريقية γύμφξ والتى نجدها مستخدمة في المؤلفات البيزنطية بمعنى عذراء أو عروس أو فراشة مجنحة ، ولقد نتجت هذه التسمية عن تشبيه المثلث قائم الزاوية بعد إنشاء ثلاثة مربعات على أضلاعه بفراشة طائرة ، ومن هنا أصل التسمية .

أنظر – « تاريخ الرياضة الابتدائية » – باللغة الروسية – تأليف كيدجرى أوديسا ١٩١٧ ص ١٣٨ .

والمسألة التى أوردها الكاشى هنا نقابلها في صورة أخرى ، فى كتاب « الرياضة فى تسعة أجزاء » الصينى – ارجع فى ذلك إلى – ميكامى Y. MiKami, The develobment of mathematics in China and Japan. ليبزج ١٩١٣ ص ٢٣

[٢٢٥] هذه المسألة ولكن باعداد أخرى وردت لدى الكرجى .

أنظر – « مجموعة مسائل تاريخية من الرياضيات الابتدائية » باللغة الروسية .

تأليف ج . ن پوپوف – موسكو – لينتجراد ١٩٣٢ (المسألة رقم ١٧٩) .

[٢٢٦] المقصود هنا هو المقالات « الجمل » التالية من « أصول » إقليدس : الجملة السادسة من الكتاب السادس [إذا تساوت زواية فى مثلثين وكانت أضلاع كليهما متناسبة ، فان زوايا المثلثين تكون متساوية ، وكل زاوية مساوية للزاوية المناظرة لها بين ضلعين متناظرين من أضلاع المثلث] الجملة – المقالة – الرابعة من الكتاب السادس [فى المثلثات المتساوية فى الزوايا تكون الأضلاع المحيطة بالزاوية المتساوية فى كل منها متناسبة] . المقاله السابعة والعشرين من الكتاب الأول [إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويتين المتبادلتين التى يصنعهما المستقيم القاطع مع كليهما متساويتين ، فان الخطين المستقيمين يكونان متوازيين] .

[٢٢٧] المقصود هنا هو المقالات – الجمل – التالية من « أصول » إقليدس الجملة الأولى من الكتاب السادس ، والجملة السابعة والثلاثين من الكتاب الأول [المثلثات المتحدة فى القاعدة والتى تقع رءوسها على خط مواز القاعدة المشتركة تكون متكافئة فى المساحة] .

[٢٢٨] الثانى من شعبان سنة ٩٦٥ هجرية – ٣ يوليو ١٥٥٤ ميلادية – هو تاريخ انتهاء نسخ مخطوطة ليدن المحروة بخط سعد الله بن أمان الله بن على فى بلدة قزوين .

اما فى مخطوطة برلين فانه بعد حمد الله نرى الجملة التالية « تم هذا الكتاب على يدى آصر بن عبد الرحيم فى سنة ١٢٥٩ من الهجرة الشريفة » (ظهر الورقة الثامنة والسبعين) ، وسنة ١٢٥٩ هجرية تناظر سنة ١٨٦٨ ميلادية أما فى نسخة لينتجراد فانه بعد حمد الله نرى « أن أصل هذا الكتاب قد كتبه المؤلف أعجز خلق الله جمشيد بن مسعود الطبيب أحسن الله مثواه فى الثالث من جمادى الأولى سنة ثلاثين وثمان مائة من هجرة المختار الذى يتفق مع الرابع والعشرين من شهر طير القديم سنة ست وتسعين وسبعمائة من تقويم إيزدجرد ، ثم فى الخميس المبارك ستة من ربيع الثانى سنة أربع وخمسين وألف ومائتين » . ويوافق الثالث من جمادى سنة ٨٣٠ هجرية ٢ مارس ١٤٢٧ ميلادية وهو تاريخ انتهاء الكاشى نفسه من كتابة « مفتاح الحساب » .

أما ٢٤ طير سنة ٧٩٦ – تقويم إيزدجرد – فانه نفس التاريخ حسب تقويم إيزدجرد الشمسى وهو تاريخ إيرانى يبدأ منذ اعتلاء آخر ملوك بنى ساسان لعرش إيران وهو الشاه إيزدجرد الثالث ، ويوافق ذلك التاريخ ١٦ يونيو سنة ٦٣٢ ميلادية ، أما كلمة شهر « طير القديم » فتدل على أن المقصود هو التقويم الإيرانى الشمسى فى صورته « القديمة » أى قبل أن يقوم عمر الخيام في سنة ١٠٧٩ ميلادية بتعديله ، هذا وتدعى الأشهر بعد تعديل التقويم بالأشهر « الجلالية » نسبة إلى السلطان جلال الدين ملكشاه الذى كان يستخدم الخيام للعمل فى بلاطه أما الثانى من ربيع الثانى ١٢٠٤ هجرية – ويوافق ٢٤ ديسمبر سنة ١٧٨٩ ميلادية – فهو تاريخ الانتهاء من نسخ مخطوطة لينتجراد عن التقويم الإيرانى أنظر كتاب

« المدرسة الفلكية لأولوغبيك » – باللغة الروسية – تاليف ت . ن قارى – نيازوف – موسكو لينتجراد ١٩٥٠ ص ١١٨ .

ح١ — الجدول ص ٤٩

بروج	درجات	دقائق	ثوان	ثوالث
٧	١٨	٢٢	٩	٥٣
٣	٦	٤٤	١٦	٤٦

ح٢ — الجدول ص ٤٩

٧	١٨	٢٢	٩	٥٣	
٣	٢٤	١١	٤	٥٦	٣٠

ح٣ — الجدول ص ٥٠

أسامى المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثوان
الأعداد التى	٤	٢٥	٤٠	١٨
نريد جمعها	٩	١٥	٢٢	٣
الحاصل	٢	١١	٢	٢١

ح٤ — الجدول ص ٥٠

أسامى المراتب	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجات	دقائق	ثوان
الأعداد التى		٢٠	١٨	٤٠	٥١
نريد أن نجمعها		٤٢	٥٠	٤٨	٣٦
		٣٠	١٧	١٦	١٠
الحاصل	١	٣٣	٢٦	٤٥	٣٧

ح٥ — الجدول ص ٥٠

ملحوظة هذا الجدول مشوه فى مخطوطة ليدن وصلح من مخطوطة لينجراد

علامات المراتب	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجات
العددان اللذان	١٨	٤١	٣٠
نريد أن نجمعهما	٢٠	١٣	٤٠
الحاصل	٣٨	٥٥	١٠

ح٦ الجدول ص ٥١

أسامى المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثوان
المنقوص	٤	٢٢	١١	٤٨
المنقوص منه	٨	٩	٣	٥٠
الباقى	٣	١٦	٥٢	٢

ح٧ ص ٥١

٢٠ ٤٨ ٣٨ ٥٩[١٤] ٥٩[٢٥] ٦٠[٥٠]

٢٠ ٤٨ ٣٨ ٤٥ ٣٤ ، ١٠ [سادسة]

ح٨ ص ٥٢

[١٢] ١٠[٣٦] ٤٨[٠] ٣٣[٠] ٣٦

٤٦ ٤٨ ٣٣ ٣٦ [ثالثة]

ح٩ ص ٥٢

[١٢] ٣٦[١٠] ٤٨[٠] ٠[٣٣] ٣٦

٤٦ ٤٨ ٣٣ ٣٦ [ثالثة]

ح١٠ ص ٥٢

١٢ ١٠[٣٦] ٠[٤٨] ٣٣[٠] [٣٦]

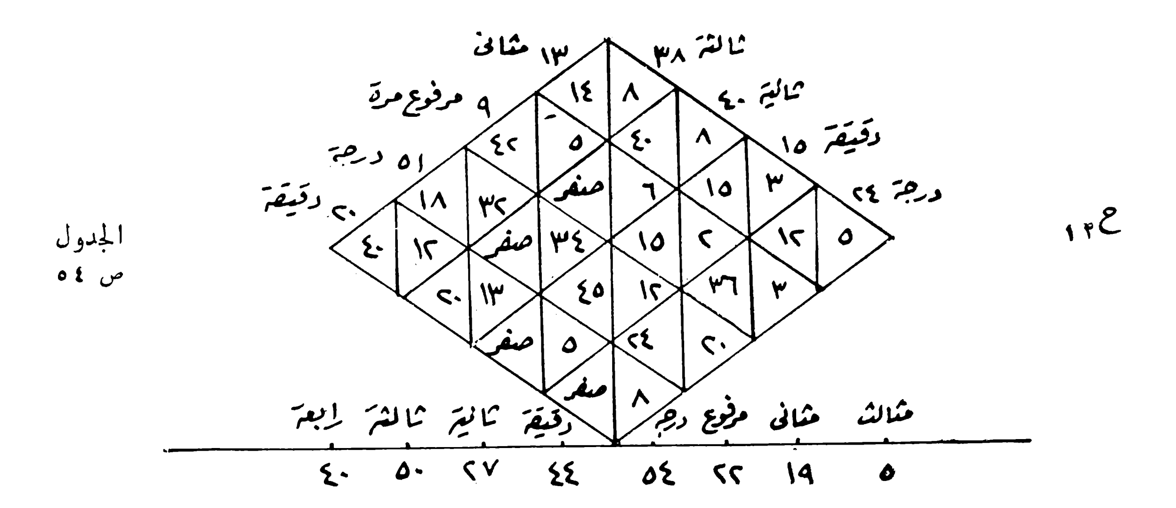
١٢ ٤٦ ٤٨ ٣٣ ٣٦ [ثالثة]

ح١٢ الجدول (ص ٥٣)

المضروب / المضروب فيه	درجات ٢٤	دقائق ١٥	ثواني ٤٠	ثوالث ٣٨
مثاني ١٣	٥ / ١٢	٣ / ١٢	٨ / ٤٠	٨ / ١٤
مرفوع ٩	٣ / ٣٦	٢ / ١٢	٦ / ٠	٥ / ٤٢
درجات ٥١	٢٠ / ٢٤	١٢ / ٤٢	٣٤ / ٠	٣٥ / ١٨
دقائق ٢٠	٨ / ٠	٢ / ٠	١٨ / ٢٠	١٢ / ٤٠

حاصل الضرب: ٥ ١٩ ٢٢ ٥٤ ٤٤ ٢٧ ٥٠ ٤٠

الجدول ص ٥٤



ص ٥٥



ص ٥٥ ح١٤

مثالث	مثانى	مرفوع	درجة	دقيقة	ثانية	ثالثة
١٨	٨	١٦	١٣			
	٢٠	٤٠	صفر	٢٠		
	٣٨	١٨	٣٣	٢٨		
		٣٠	١٢	٣٦	صفر	
		٣٢	١٥	٢٨	٢٣	
			٥	١٠	صفر	٢٠
١٩	٨	١٧	٢٠	٢	٢٣	٢٠

ح١٠ — الجدول ص ٥٨

دقيقة ٤٢	ثانية ٢٠	ثالثة صفر	رابعة ٤٥
١٨	٤	١٩	٣٦
	٣٤		
	٩	٧	
	٨	٣٢	٣٦
٨	٣٢	٣٦	
	١٢		
		١٩	٢٠
١٩	٢٠		
	٢٥	٣٦	٥٠

ح١٦ — الجدول ص ٥٨

٤٢	٢٠	صفر	٤٥
١٨ ١٧	٤ ٥٥	١٩ ٤٧	٣٦ صفر
٨ ٨	٣٢ ٣٢	٣٦ ١٦	٤٠
صفر	١٩	٢٠	
١٩	٢٠		
	٢٥	٣٦	٥٠

الصورة الأولى	مرفوع ٢٤		درجات ٤١		دقائق ٤٠	
	١٠	٩	٤٩	٢٠		
	٩	٣٦				
		٣٣				
		٣٢	٤٨			
			١			
			٢٨	١		
			٣٣	١٩		
			٣٢	٤٠		
				٣٩		
				١٤	٤٠	
				٢٤	٢٠	
					٢٦	٤٠
				٢٣	٥٣	٢٠
				٤٩	٢٢	٤٠
			٤٨	٤١		
		٢٤				

الصورة الثانية	مرفوع مرة ٢٤		درجات ٤١		دقائق ٤٠	
	١٠	٩	٤٩	٢٠		
	٩	٣٦				
		٣٣				
		٣٣	١٦			
			٣٣	١٩		
			٣٢	٥٥	٦	٤٠
				٢٣	٥٣	٢٠
				٤٩	٢٢	٤٠
			٤١	٤١		
		٢٤				

سطر الخارج	درجات ١٠		دقائق ٢٥			ثوالث ٣٠		
ضعف العدد على أنه مكعب	١٨	٥٢	٥٩	٤٣	٥١	٢٤		
	١٦	٤٠						
	٢	١٢						
		١٠	١٦	٥٠	٢٥			
		٢	٤٢	٥٣	٢٦			
		٢	٤٢	٥٣	٢٦	٢٢	٣٠	صفر
		صفر	صفر	صفر	صفر	١	٣٠	صفر
ضعف المال وهو ثلثا العدد			٥	٢٥	٤٦	٥٢	٤٥	
					١٥	٣٧	٤٥	
			٥	٢٥	٣١	١٥		
		٥	٢٥	٣١	١٥			
			١٢	٥٠	٥٠			
		٥	١٢	٤٠	٢٥			
			١٢	٤٠	٢٥			
	٥	صفر						
	٣	٢٠						
	١	٤٠						
ضعف الضلع		٣٠		٣١	١٥			
		٢٠		٣٠	٥٠			
		١٠		٣٠	٢٦	٣١	١٥	٣٠

ح١٨

الجـدول ص ٦٠

مثال إستخراج الضلع الأول لكعب كعب العدد الموضوع فى صف العدد

سطر الخارج	مرفوع			١٤	درجات					صفر	دقائق					٣٠
	تاسع	ثامن	سابع	سادس	خامس	رابع	ثالث	ثاني	مرفوع	درجة	دقيقة	ثانية	ثالثة	رابعة	خامسة	سادسة
صف العدد على أنه كعب كعب	٣٤ ٣٤	٥٩ ٥١	١ ٣٢	٧ ١٦	١٤	٥٤	٢٣	٣	٤٧	٣٧	٤٠					
		٧ ٧	٢٨ ٢٨	٥١ ٥١	١٤	٥٤	٢٣	٣	٤٧	٣٧	٣٠	٥٦	١٥	صفر	صفر	صفر
											٩	٣	٤٥			
ثاني العدد وهو صف مال الكعب			١٤	٥٧	٤٢	٢٩	٤٨	٤٦	٧	٣٥	١٥	١	٥٢	٣٠	صفر	صفر
			١٤	١ ٥٦	٢٠ ٢٢	٥ ٢٤	٤٨	٤٦	٧	٣٥	١٥	١	٥٢	٣٠	صفر	صفر
		١٤	٥٦	٢٢	٢٤											
	١٤	٥٦	٢٢	٢٤												
	١٢ ٢	٢٦ ٢٩	٥٨ ٢٣	٤٠ ٤٤												
ثالث العدد وهو صف مال المال					٢	٤٠	١١	٣٧	٣٢	١٥	١٠	٣٠	٣	٤٥	صفر	صفر
					٢	٤٠	٧ ٤	٣٧ صفر	٣٢	١٥	١٠	٣٠	٣	٤٥	صفر	صفر
			٢	٤٠	٤	صفر										
	٢	٤٠	٤	صفر												
	١	٤٦ ٥٣	٤٢ ٢١	٤٠ ٢٠												
		٤٢ ١٠	٤١ ٤٠	٤ ١٦												
رابع العدد وهو صف الكعب								١٥	١٥	٤	٣٠	٢١	صفر	٧	٣٠	صفر
								١٥	١٤	٢٤ ٤٠	٣٠	٢١	صفر	٧	٣٠	صفر
					١٥	١٤	٤٠									
		١٥	١٤	٤٠												
		٧ ٧	٣٧ ٣٧	٢٠ ٢٠												
		٤ ٣	٣٤ ٢	٢٤ ٥٦												
		٢	١٧ ٤٥	١٢ ٤٤												
خامس العدد وهو صف المال			٤٩	صفر												
			١٦ ٣٢	٤٠												
			١٣ ١٩	٤ ٣٦												
			٩ ٩	٤٨ ٤٨												
			٦ ٣	٣٢ ١٦			٤٩	صفر			٤٩	صفر	٤٢	صفر	١٥	صفر
صف الضلع			١	٢٤												
			١	١٠												
				٥٦												
				٤٢												
				٢٨												
				١٤				١	٢٤	صفر			١	٢٤	صفر	٣٠

ح ١٩

الجدول ص ٦١

٢ ٤٦ ٤٠

في الحاشية : [مثال لتحويل العدد ب مو م إلى أرقام عشرية]

٢ ٤٦ ٤٠

١٢٠

٤٦

١٦٦

ح٢٠ ٩٩٦٠

٤٠

١٠٠٠٠

[مثال] ٢ ٤٦ ٤٠ ١٠٠٠٠

١٦ ٤٠

ح٢١ ١ ٤٠

١٠

١

[مثال لتحويل العدد ١٠٠٠٠ من الأرقام الهندية إلى الستينية]

١٠٠٠٠

١٠ ٠

١ ٤٠ ٠

ح٢٢ ١٦ ٤٠ ٠

٢ ٤٦ ٤٠

ب مو كـ

(جدول تحويل الأرقام الهندية إلى الستينية وبالعكس)

المفردات	الآحاد	العشرات: مرفوع مرة	العشرات: أجزاء	المئات: مرفوع مرة	المئات: أجزاء	الألوف: مرفوع مرتين	الألوف: مرفوع مرة	الألوف: أجزاء	عشرات الألوف: مرفوع مرتين	عشرات الألوف: مرفوع مرة	عشرات الألوف: أجزاء
١	١		١٠	١	٤٠		١٦	٤٠	٢	٤٦	٤٠
٢	٢		٢٠	٣	٢٠		٣٣	٢٠	٥	٣٣	٢٠
٣	٣		٣٠	٥	صفر		٥٠	صفر	٨	٢٠	صفر
٤	٤		٤٠	٦	٤٠	١	٦	٤٠	١١	٦	٤٠
٥	٥		٥٠	٨	٢٠	١	٢٣	٢٠	١٣	٥٣	٢٠
٦	٦	١	صفر	١٠		١	٤٠	صفر	١٦	٤٠	صفر
٧	٧	١	١٠	١١	٤٠	١	٥٦	٤٠	١٩	٢٦	٤٠
٨	٨	١	٢٠	١٣	٢٠	٢	١٣	٢٠	٢٢	١٣	٢٠
٩	٩	١	٣٠	١٥	صفر	٢	٣٠	صفر	٢٥	صفر	صفر

المفردات	مئات الألوف: مرفوع ثلاث مرات	مئات الألوف: مرفوع مرتين	مئات الألوف: مرفوع مرة	مئات الألوف: أجزاء	ألوف الألوف: " ثلاث مرات	ألوف الألوف: " مرتين	ألوف الألوف: مرفوع مرة	ألوف الألوف: أجزاء	عشرات ألوف الألوف: " أربع "	عشرات ألوف الألوف: " ثلاث مرات	عشرات ألوف الألوف: " مرتين	عشرات ألوف الألوف: مرفوع مرة	عشرات ألوف الألوف: أجزاء
١		٢٧	٤٦	٤٠	٤	٣٧	٤٦	٤٠		٤٦	١٧	٤٦	٤٠
٢		٥٥	٣٣	٢٠	٩	١٥	٣٣	٢٠	١	٣٢	٣٥	٣٣	٢٠
٣	١	٢٣	٢٠	صفر	١٣	٥٣	٢٠	صفر	٢	١٨	٥٣	٢٠	صفر
٤	١	٥١	٦	٤٠	١٨	٣١	٦	٤٠	٣	٥	١١	٦	٤٠
٥	٢	١٨	٥٣	٢٠	٢٣	٨	٥٣	٢٠	٣	٥١	٢٨	٥٣	٢٠
٦	٢	٤٦	٤٠	صفر	٢٧	٤٦	٤٠	صفر	٤	٣٧	٤٦	٤٠	صفر
٧	٣	١٤	٢٦	٤٠	٣٢	٢٤	٢٦	٤٠	٥	٢٤	٤	٢٦	٤٠
٨	٣٠	٤٢	١٣	٢٠	٣٧	٢	١٣	٢٠	٦	١٠	٢٢	١٣	٢٠
٩	٤	١٠	صفر	صفر	٤١	٤٠	صفر	صفر	٦	٥٦	٤٠	صفر	صفر

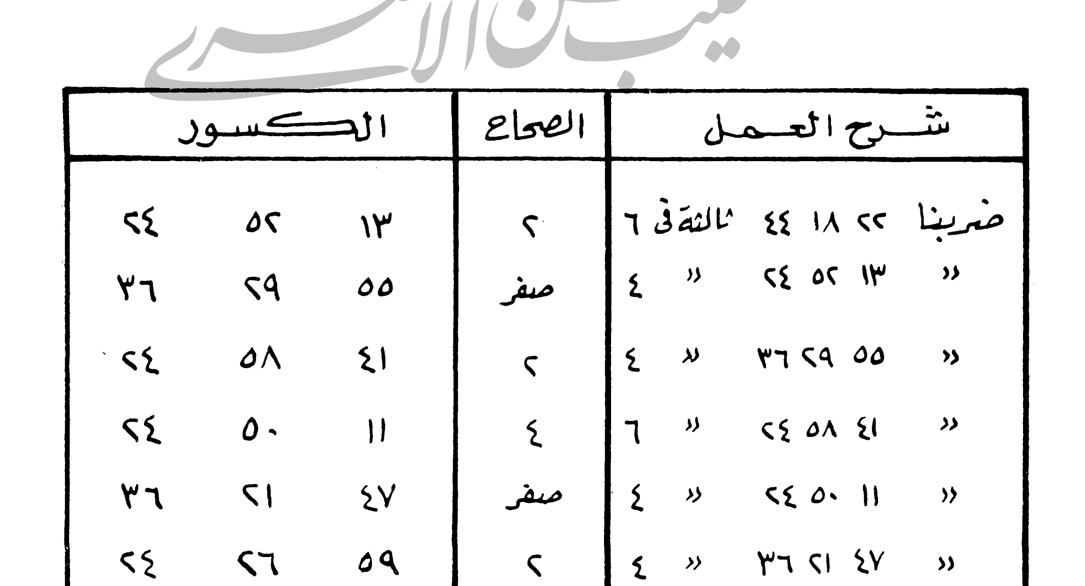
المفردات	مئات ألوف الألوف: " خمس "	مئات ألوف الألوف: " أربع "	مئات ألوف الألوف: " ثلاث مرات	مئات ألوف الألوف: " مرتين	مئات ألوف الألوف: مرفوع مرة	مئات ألوف الألوف: أجزاء	ألوف ألوف الألوف: " خمس "	ألوف ألوف الألوف: " أربع "	ألوف ألوف الألوف: " ثلاث مرات	ألوف ألوف الألوف: " مرتين	ألوف ألوف الألوف: مرفوع مرة	ألوف ألوف الألوف: أجزاء	عشرات ألوف ألوف الألوف: " ست "	عشرات ألوف ألوف الألوف: " خمس "	عشرات ألوف ألوف الألوف: " أربع "	عشرات ألوف ألوف الألوف: " ثلاث مرات	عشرات ألوف ألوف الألوف: مرفوع مرتين	عشرات ألوف ألوف الألوف: مرفوع مرة	عشرات ألوف ألوف الألوف: أجزاء
١		٧	٤٢	٥٧	٤٦	٤٠	١	١٧	٩	٣٧	٤٦	٤٠		١٢	٥١	٣٦	١٧	٤٦	٤٠
٢		١٥	٢٥	٥٥	٣٣	٢٠	٢	٣٤	١٩	١٥	٣٣	٢٠		٢٥	٤٣	١٢	٣٥	٣٣	٢٠
٣		٢٣	٨	٥٣	٢٠	صفر	٣	٥١	٢٨	٥٣	٢٠			٣٨	٢٤	٤٨	٥٣	٢٠	
٤		٣٠	٥١	٥١	٦	٤٠	٥	٨	٣٨	٣١	٦	٤٠		٥١	٢٦	٢٥	١١	٦	٤٠
٥		٣٨	٣٤	٤٨	٥٣	٢٠	٦	٢٥	٤٨	٨	٥٣	٢٠	١	٤	١٨	١	٢٨	٥٣	٢٠
٦		٤٦	١٧	٤٦	٤٠	صفر	٧	٤٢	٥٧	٤٦	٤٠	صفر	١	١٧	٩	٣٧	٤٦	٤٠	صفر
٧		٥٤	صفر	٤٤	٢٦	٤٠	٩	صفر	٧	٢٤	٢٦	٤٠	١	٣٠	١	١٤	٤	٢٦	٤٠
٨	١	١	٤٣	٤٢	١٣	٢٠	١٠	١٧	١٧	٢	١٣	٢٠	١	٤٢	٥٢	٥٠	٢٢	١٣	٢٠
٩	١	٩	٢٦	٤٠	صفر	صفر	١١	٣٤	٢٦	٤٠	صفر	صفر	١	٥٥	٤٤	٢٦	٤٠	صفر	صفر

الجدول ص ٦٣

ملحوظة : لا يشمل الجدول على أي أرقام اعلى من الستين (لأن هذا نظام ستيني موحد)

شرح العمل	الأجزاء	الدقائق	الثواني	الثوالث
ضربنا ٨ ٩ ٢٩ ٤٤ في حصل	١	٢٤	٥٧	٢٠
« ٢٤ ٥٧ ٢٠ غير الأجزاء في ١٠	٤	٩	٣٣	٢٠
« ٩ ٣٣ ٢٠ في ١٠ حصل	١	٣٥	٣٣	٢٠
« ٣٥ ٣٣ ٢٠ في ١٠ حصل	٥	٥٥	٣٣	٢٠
« ٥٥ ٣٣ ٢٠ « « «	٩	١٥	٣٣	٢٠
« ١٥ ٣٣ ٢٠ « « «	٢	٣٥	٣٣	٢٠

الجدول ص ٦٤



شرح العمل	الصحاح	الكسور		
ضربنا ٢٢ ١٨ ٤٤ ثالثة في ٦	٢	١٣	٥٢	٢٤
« ١٣ ٥٢ ٢٤ « ٤	صفر	٥٥	٢٩	٣٦
« ٥٥ ٢٩ ٣٦ « ٤	٢	٤١	٥٨	٢٤
« ٤١ ٥٨ ٢٤ « ٦	٤	١١	٥٠	٢٤
« ١١ ٥٠ ٢٤ « ٤	صفر	٤٧	٢١	٣٦
« ٤٧ ٢١ ٣٦ « ٤	٢	٥٩	٢٦	٢٤

الجدول ص ٦٨

جدول تضاعيف نسبة المحيط إلى القطر (بالرقوم الستينية)

القطر	المحيط					القطر	المحيط				
	مرفوعة	أجزاء	دقائق	ثواني	ثوالث		مرفوعة	أجزاء	دقائق	ثواني	ثوالث
١	٠	٣	٨	٢٩	٤٤	٣١	١	٣٧	٢٣	٢١	٤٤
٢	٠	٦	١٦	٥٩	٢٨	٣٢	١	٤٠	٣١	٥١	٢٨
٣	٠	٩	٢٥	٢٩	١٢	٣٣	١	٤٣	٤٠	٢١	١٢
٤	٠	١٢	٣٣	٥٨	٥٦	٣٤	١	٤٦	٤٨	٥٠	٥٦
٥	٠	١٥	٤٢	٥٨	٤٠	٣٥	١	٤٩	٥٧	٢٠	٤٠
٦	٠	١٨	٥٠	٥٨	٢٤	٣٦	١	٥٣	٥	٥٠	٢٤
٧	٠	٢١	٥٩	٢٨	٨	٣٧	١	٥٦	١٤	٢٠	٨
٨	٠	٢٥	٧	٥٧	٥٢	٣٨	١	٥٩	٢٢	٤٩	٥٢
٩	٠	٢٨	١٦	٢٧	٣٦	٣٩	٢	٢	٣١	١٩	٣٦
١٠	٠	٣١	٢٤	٥٧	٢٠	٤٠	٢	٥	٣٩	٤٩	٢٠
١١	٠	٣٤	٣٣	٢٧	٤	٤١	٢	٨	٤٨	١٩	٤
١٢	٠	٣٧	٤١	٥٦	٤٨	٤٢	٢	١١	٥٦	٤٨	٤٨
١٣	٠	٤٠	٥٠	٢٦	٣٢	٤٣	٢	١٥	٥	١٨	٣٢
١٤	٠	٤٣	٥٨	٥٦	١٦	٤٤	٢	١٨	١٣	٤٨	١٦
١٥	٠	٤٧	٧	٢٦	صفر	٤٥	٢	٢١	٢٢	١٨	صفر
١٦	٠	٥٠	١٥	٥٥	٤٤	٤٦	٢	٢٤	٣٠	٤٧	٤٤
١٧	٠	٥٣	٢٤	٢٥	٢٨	٤٧	٢	٢٧	٣٩	١٧	٢٨
١٨	٠	٥٦	٣٢	٥٥	١٢	٤٨	٢	٣٠	٤٧	٤٧	١٢
١٩	٠	٥٩	٤١	٢٤	٥٦	٤٩	٢	٣٣	٥٦	١٦	٥٦
٢٠	١	٢	٤٩	٥٤	٤٠	٥٠	٢	٣٧	٤	٤٦	٤٠
٢١	١	٥	٥٨	٢٤	٢٤	٥١	٢	٤٠	١٣	١٦	٢٤
٢٢	١	٩	٦	٥٤	٨	٥٢	٢	٤٣	٢١	٤٦	٨
٢٣	١	١٢	١٥	٢٣	٥٢	٥٣	٢	٤٦	٣٠	١٥	٥٢
٢٤	١	١٥	٢٣	٥٣	٣٦	٥٤	٢	٤٩	٣٨	٤٥	٣٦
٢٥	١	١٨	٣٢	٢٣	٢٠	٥٥	٢	٥٢	٤٧	١٥	٢٠
٢٠	١	٢١	٤٠	٥٣	٤	٥٦	٢	٥٥	٥٥	٤٥	٤٤
٢١	١	٢٤	٤٩	٢٢	٤٨	٥٧	٢	٥٩	٤	١٤	٤٨
٢٨	١	٢٧	٥٧	٥٢	٣٢	٥٨	٣	٢	١٢	٤٤	٣٨
٢٩	١	٣١	٥	٢٢	١٦	٥٩	٣	٥	٢١	١٤	١٦
٣٠	١	٣٤	١٤	٥٢	صفر	٦٠	٣	٨	٢٩	٤٤	صفر

جدول تضاعيف نسبة مساحة الدائرة إلى مربع القطر (بالرقوم الستينية)

مربع القطر	المساحة أجزاء	دقائق	ثواني	ثوالث
١	صفر	٤٧	٧	٣٦
٢	١	٣٤	١٤	٥٢
٣	٢	٢١	٢٢	١٨
٤	٣	٨	٢٩	٤٤
٥	٣	٥٥	٣٧	١٠
٦	٤	٤٢	٤٤	٣٦
٧	٥	٢٩	٥٢	٢
٨	٦	١٦	٥٩	٢٨
٩	٧	٤	٧	٥٤
١٠	٨	٥١	١٤	٢٠
١١	٨	٣٨	٢١	٤٦
١٢	٩	٢٥	٢٩	١٢
١٣	١٠	١٢	٣٦	٣٨
١٤	١٠	٥٩	٤٤	٤
١٥	١١	٤٦	٥١	٣٠
١٦	١٢	٣٣	٥٨	٥٦
١٧	١٣	٢١	٦	٢٢
١٨	١٤	٨	١٣	٤٨
١٩	١٤	٥٥	٢١	١٤
٢٠	١٥	٤٢	٢٨	٤٠
٢١	١٦	٢٩	٣٦	٦
٢٢	١٧	١٦	٤٣	٣٢
٢٣	١٨	٣	٥٠	٥٨
٢٤	١٨	٥٠	٥٨	٢٤
٢٥	١٩	٣٨	٥	٥٠
٢٦	٢٠	٢٥	١٣	١٦
٢٧	٢١	١٢	٢٠	٤٢
٢٨	٢١	٥٩	٢٨	٨
٢٩	٢٢	٤٦	٣٥	٣٤
٣٠	٢٣	٣٣	٤٣	صفر

مربع القطر	المساحة أجزاء	دقائق	ثواني	ثوالث
٣١	٢٤	٢٠	٥٠	٢٦
٣٢	٢٥	٧	٥٧	٥٢
٣٣	٢٥	٥٥	٥	١٨
٣٤	٢٦	٤٢	١٢	٤٤
٣٥	٢٧	٢٩	٢٠	١٠
٣٦	٢٨	١٦	٢٧	٣٦
٣٧	٢٩	٣	٣٥	٢
٣٨	٢٩	٥٠	٤٢	٢٨
٣٩	٣٠	٣٧	٤٩	٥٤
٤٠	٣١	٢٤	٥٧	٢٠
٤١	٣٢	١٢	٤	٤٦
٤٢	٣٢	٥٩	١٢	١٢
٤٣	٣٣	٤٦	١٩	٣٨
٤٤	٣٤	٣٣	٢٧	٤
٤٥	٣٥	٢٠	٣٤	٣٠
٤٦	٣٦	٧	٤١	٥٦
٤٧	٣٦	٥٤	٤٩	٢٢
٤٨	٣٧	٤١	٥٦	٤٨
٤٩	٣٨	٢٩	٤	١٤
٥٠	٣٩	١٦	١١	٤٠
٥١	٤٠	٣	١٩	٦
٥٢	٤٠	٥٠	٢٦	٣٢
٥٣	٤١	٣٧	٣٣	٥٨
٥٤	٤٢	٢٤	٤١	٢٤
٥٥	٤٣	١١	٤٨	٥٠
٥٦	٤٣	٥٨	٥٦	١٦
٥٧	٤٤	٤٦	٣	٤٢
٥٨	٤٥	٣٣	١١	٨
٥٩	٤٦	٢٠	١٨	٣٤
٦	٤٧	٧	٢٦	صفر

ح٢٦

جدول الجيوب بالرقوم (الستينية)

القوس (عشري)	الجيب (ستيني) أجزاء	دقائق	ثوان	ثوالث	التفاضل (ستيني) ثوان	ثوالث
صفر	٠	٠٠	٠	٠	٦٢	٥٠
١	٠	١	٢	٥٠	٠	٤٨
٢	٠	٢	٥	٣٨	٠	٤٧
٣	٠	٣	٨	٢٥	٠	٤٢
٤	٠	٤	١١	٧	٠	٣٩
٥	٠	٥	١٣	٤٦	٠	٣٢
٦	٠	٦	١٦	١٨	٠	٢٦
٧	٠	٧	١٨	٤٤	٠	٧
٨	٠	٨	٢١	١	٦٠	٩
٩	٠	٩	٢٣	١٠	٥١	٥٨
١٠	٠	١٠	٢٥	٨	٠	٤٧
١١	٠	١١	٢٦	٥٥	٠	٣٤
١٢	٠	١٢	٢٨	٢٩	-	٢٠
١٣	٠	١٣	٢٩	٤٩	٥٠	٦
١٤	٠	١٤	٣٠	٥٥	٦٠	٥٠
١٥	٠	١٥	٣١	٤٥	-	٣٢
١٦	٠	١٦	٣٢	١٧	٦٠	١٥
١٧	٠	١٧	٣٢	٣٢	٥٩	٥٦
١٨	٠	١٨	٣٢	٢٨	-	٢٥
١٩	٠	١٩	٣٢	٣	٥٩	١٣
٢٠	٠	٢٠	٣١	١٦	٥٨	٥١
٢١	٠	٢١	٣٠	٧	٠	٢٨
٢٢	٠	٢٢	٢٨	٣٥	٥٨	٣
٢٣	٠	٢٣	٢٦	٣٨	٥٧	٣٧
٢٤	٠	٢٤	٢٤	١٥	٥٧	١١
٢٥	٠	٢٥	٢١	٢٦	٥٦	٥٢
٢٦	٠	٢٦	١٨	٨	٥٦	١٤
٢٧	٠	٢٧	١٤	٢٢	٥٥	٤٤
٢٨	٠	٢٨	١٠	٦	٥٥	٣
٢٩	٠	٢٩	٥	١٩	٥٤	٤١
٣٠	٠	٣٠	٠	٠	٥٤	٨
٣١	٠	٣٠	٥٤	٨	٥٣	٣٥
٣٢	٠	٣١	٤٧	٤٣	٥٢	٥٩
٣٣	٠	٣٢	٤٠	٤٢	٥٢	٢٤
٣٤	٠	٣٣	٣٣	٦	٥١	٤٧
٣٥	٠	٣٤	٢٤	٥٣	٥١	٩
٣٦	٠	٣٥	١٦	٢	٥٠	٣٠
٣٧	٠	٣٦	٦	٣٢	٤٩	٥١
٣٨	٠	٣٦	٥٦	٢٣	٤٩	١٠
٣٩	٠	٣٧	٤٥	٣٣	٤٨	٢٩
٤٠	٠	٣٨	٣٤	٢	٤٧	٤٧
٤١	٠	٣٩	٢١	٤٩	٤٧	٣
٤٢	٠	٤٠	٨	٥٢	٤٦	٢٠
٤٣	٠	٤٠	٥٥	١٢	٤٥	٣٤
٤٤	٠	٤١	٤٠	٤٦	٤٤	٤٩
٤٥	٠	٤٢	٢٥	٣٥	٤٤	٢
٤٦	٠	٤٣	٩	٣٧	٤٣	١٥
٤٧	٠	٤٣	٥٢	٥٢	٤٢	٢٧
٤٨	٠	٤٤	٣٥	١٩	٤١	٣٥
٤٩	٠	٤٥	١٦	٥٧	٤٠	٤٩
٥٠	٠	٤٥	٥٧	٤٦	٣٩	٥٨
٥١	٠	٤٦	٣٧	٤٤	٣٩	٦
٥٢	٠	٤٧	١٦	٥٠	٣٨	١٥
٥٣	٠	٤٧	٥٥	٥	٣٧	١٧
٥٤	٠	٤٨	٣٢	٢٨	٣٦	٢٩
٥٥	٠	٤٩	٨	٥٧	٣٥	٣٥
٥٦	٠	٤٩	٤٤	٣٢	٣٤	٤١
٥٧	٠	٥٠	١٩	١٣	٣٣	٤٥
٥٨	٠	٥٠	٥٢	٥٨	٣٢	٥٠
٥٩	٠	٥١	٢٥	٤٨	٣١	٥٣
٦٠	٠	٥١	٥٧	٤١	٣٠	٥٧
٦١	٠	٥٢	٢٨	٣٨	٢٩	٥٩
٦٢	٠	٥٢	٥٨	٣٧	٢٩	٠
٦٣	٠	٥٣	٢٧	٣٧	٢٨	٣
٦٤	٠	٥٣	٥٥	٤٠	٢٧	٢
٦٥	٠	٥٤	٢٢	٤٢	٢٦	٤
٦٦	٠	٥٤	٤٨	٤٦	٢٥	٣
٦٧	٠	٥٥	١٣	٤٩	٢٤	٣
٦٨	٠	٥٥	٣٧	٥٢	٢٣	١
٦٩	٠	٥٦	٠	٥٣	٢٢	١
٧٠	٠	٥٦	٢٢	٥٤	٢٠	٥٨
٧١	٠	٥٦	٤٣	٥٢	١٩	٥٦
٧٢	٠	٥٧	٣	٤٨	١٨	٥٤
٧٣	٠	٥٧	٢٢	٤٢	١٧	٥١
٧٤	٠	٥٧	٤٠	٣٣	١٦	٤٧
٧٥	٠	٥٧	٥٧	٢٠	١٥	٤٤
٧٦	٠	٥٨	١٣	٤	١٤	٤٠
٧٧	٠	٥٨	٢٧	٤٤	١٣	٣٦
٧٨	٠	٥٨	٤١	٢٠	١٢	٣١
٧٩	٠	٥٨	٥٣	٥١	١١	٢٧
٨٠	٠	٥٩	٥	١٨	١٠	٢٣
٨١	٠	٥٩	١٥	٤١	٩	١٧
٨٢	٠	٥٩	٢٤	٥٨	٨	١٢
٨٣	٠	٥٩	٣٣	١٠	٧	٧
٨٤	٠	٥٩	٤٠	١٧	٦	١
٨٥	٠	٥٩	٤٦	١٨	٤	٥٦
٨٦	٠	٥٩	٥١	١٤	٣	٥٠
٨٧	٠	٥٩	٥٥	٤	٢	٤٤
٨٨	٠	٥٩	٥٧	٤٨	١	٣٩
٨٩	٠	٥٩	٥٩	٢٧	٠	٣٣
٩٠	١	٠	٠	٠	٠	٠

ع ٢٧

الأجسام	أوزان مياه ما يساوي حجم مائة مثقال أو غيره من كل جسم ومجنس طساسيجها: المثاقيل أو الأواقي	دوانيقها	طساسيجها	مجموعها إلى طساسيج	مرفوعة إلى حساب الجملة		أوزان الأجسام المتساوية الحجم على أن وزن الذهب مئة مثقال أو أوقية أو غيره ومجنس طساسيجها: المثاقيل والأواقي	الدوانيق	الطساسيج	أجزاء	مجموع الكل إلى الطساسيج	مرفوعة إلى حساب الجمل: مرفوع مرتين مرفوع مرة أجزاء	مرفوع مرة أجزاء دقائق	أجزاء دقائق ثواني
الذهب	٥	١	٢	١٢٦	٢	٦	١٠٠	٠	٠	٠	٢٤٠٠	٤٠	٠	٠
الزئبق	٧	٢	١	١٧٧	٢	٥٧	٧١	١	١	٢٨	١٧٠٨	٢٨	٢٨	٢٨
الأسرب	٨	٥	٠	٢١٢	٣	٣٢	٥٩	٢	٢	٢٥	١٤٢٦	٢٣	٤٦	٢٥
الفضة	٩	٤	١	٢٣٣	٣	٥٣	٥٤	٠	٣	٥١	١٢٩٩	٢١	٣٩	٥١
الصفر	١١	٢	٠	٢٧٢	٤	٣٢	٤٦	١	٣	٤٦	١١١١	١٨	٣١	٤٦
النحاس	١١	٣	٠	٢٧٦	٤	٣٦	٤٥	٢	٣	٤٢	١٠٩١	١٨	١١	٤٢
الشبّة	١١	٤	٠	٢٨٠	٤	٤٠	٤٥	٠	٠	٠	١٠٨٠	١٨	٠	٠
الحديد	١٢	٥	٢	٣١٠	٥	١٠	٤٠	٣	٣	٢٩	٩٥٧	١٦	١٥	٢٩
الرصاص	١٣	٤	٠	٣٢٨	٥	٢٨	٣٨	٢	١	٥٣	٩٣١	١٥	٣١	٥٣
الياقوت الكحلي	٢٥	١	٢	٦٠٦	١٠	٦	٢٠	٦	٣	١	٤٩٩	٨	١٩	١
المينا	٢٥	٢	٢	٦١٠	١٠	١٠	٢٠	٣	٣	٤٥	٤٩٥	٨	١٥	٤٥
الياقوت الأحمر	٢٦	٠	٠	٦٢٤	١٠	٢٤	٢٠	١	٠	٣٧	٤٨٤	٨	٤٤	٣٧
اللعل	٢٧	٠	٢	٦٧٠	١١	١٠	١٨	٤	٣	٢١	٤٥١	٧	٣١	٢١
الزمرد	٣٦	٢	٠	٨٧٢	١٤	٣٢	١٤	٢	٢	٤٧	٣٤٦	٥	٤٦	٤٧
اللازورد	٣٧	١	٠	٨٩٢	١٤	٥٢	١٤	٠	٣	١	٣٣٩	٥	٣٩	١
اللؤلؤ	٣٨	٣	٠	٩٢٤	١٥	٢٤	١٣	٣	٣	١٦	٣٢٧	٥	٢٧	١٦
العقيق	٣٩	٠	٠	٩٣٦	١٥	٣٦	١٣	٢	٣	٦	٣٢٣	٥	٢٣	٦
البسد	٣٩	٥	٣	٩٣٩	١٥	٣٩	١٣	٢	٢	١	٣٢٢	٥	٢٢	١
البلور	٤٠	٠	٠	٩٦٠	١٦	٠	١٣	٠	٣	٠	٣١٥	٥	١٥	٠
الزجاج	٤٠	١	٠	٩٦٤	١٦	٤	١٣	٠	١	٤٢	٣١٣	٥	١٣	٤٢
الأبنوس	٤٠	٥	٠	١١٢٤	١٨	٤٤	١١	١	١	٢	٦١٩	٤	٢٩	٢
العاج	٦١	٠	٠	١٤٦٤	٢٤	٢٤	٨	٣	٢	٣٣	٢٠٦	٣	٢٦	٣٣
العسل	٠						٧	١	٢	٣٠	١٧٤	٢	٥٤	٣٠
حليب البقر	٠						٥	٥	٠	٣٥	١٤٠	٢	٢٠	٣٥
خل الخمر	٠						٥	٢	١	٢٢	١٢٩	٢	٩	٢٢

ح ٢٨

الخز	٠						٥	٢	٠	٥٠	١٢٨	٢	٨	٥٠
الماء	٠						٥	١	٢	٠	١٢٦	٢	٦	٠
الشمع	٥٠	١	٠	٢٥٢٤	٤٢	٤	٤	٠	٣	٤٩	١١٩	١	٥٩	٤٩
الزيت	–						٤	٥	٠	١	١١٦	١	٥٦	١
عور الخلاف	٢٤٨	٠	٣	٥٩٥١	١٣٩	١٥	٢	٠	٢	٤٥	٥٠	٠	٥٠	٤٥



في الوجه الأول	سدس الحاصل	١ ٢ ٤٩ ٥٥	وهو مقعر إحدى القطعتين الأوليين أعني إحدى القوسين ا ب ، حـ د وكيف زاوية	ع هـ ط	١٥٠	[illegible]	٣٠ صفر صفر صفر
" " الثاني	ثمنه	صفر ٤٧ ٧ ٢٦		ع هـ ط	١٣٥		٤٢ ٢٥ ٣٥ ٤
" " الثالث	ثمنه وثمن ثمنه	صفر ٥٣ صفر ٥٢		ع ش ط	١٣٥		٤٢ ٢٥ ٣٥ ٤

ضربناه فيما	ع هـ	فكان	١ صفر صفر صفر	قسمنا الحاصل على الخط ع ط {نصف قطر القطعة الثانية} وهو	٢ ٠ ٠ ٠	خرج من القسمة جيب الزاوية ع ط هـ	١٥ ٠ ٠	قوسه وهى زاوية الملونة	١٤ ٢٨ ٣٩	أو نطرح هذا من مكمله الزاوية الأولى تبقى الزاوية ط ح هـ	١٥ ٣١ ٢١
	ع هـ		١ ٢٤ ٥١ ١٠		٢ ٢٤ ٥١ ١٠		٢٤ ٥١ ١٠		٢٤ ٢٨ ١١		٢٠ ٣١ ٤٩
	ع س		١ ٢٥ ٢٧ ٣٨		٢ ٣٢ ٢١ ١٠		٢٦ ٣٤ ٣٩		٢٦ ١٧ ٥٥		١٨ ٤٢ ٥

وهى مقعر إحدى القطعتين الثانيتين بماية المحيط ثلاثمائة وستون للنصف القطر ٥٦ ١٧ ٤٤ ٤٩

فإذا كان نصف القطر	٢ ٠ ٠ ٠	فيكون	٣٤ ٣٦ ١٦	زيادته على القوس ط هـ	١ ٣٧ ٢٦ ٩	وهو على أن نصف سعة الطاق واحد وضعناه في الجدول الأول لما ضربنا نصف سعة الطاق يحصل نصف مقعره فإذا ضربنا سعته	يحصل جميع مقعره ثم فرضنا محيط الطاق واحدا وتزيد في المحيط ٦ ١٦ ٥٩ ٢٨ أخذنا	سدسه	١ ٢ ٤٩ ٥٥	وهو فضل م ل على [illegible] إذا كان [illegible] الطاق د [illegible]
	٢ ٢٤ ٥١ ١٠		٥١ ٥٤ ٥٣		١ ٣٩ ٢ ٩			ثمنه	- ٤٧ ٧ ٢٦	
	٢ ٣٢ ٢١ ١٠		٤٩ ٤٣ ١١		١ ٤٢ ٤٤ ٣			ثمنه	- ٤٧ ٧ ٢٦	

ولما كان فضل محيط على محيط آخر على أن الفضل بين نصفي قطريهما واحد — هو — ٦ ١٦ ٥٩ ٢٨ ونسبته إلى ثلاثمائه وستين كنسبته فضل ع ل على ط حـ إذا كان البعد بينهما واحد إلى زاويه ط ح جـ وهى

في الوجه الأول	١٥ ٣١ ٢١	فيكون فضل ع ل على هـ ط	٠ ١٧ ١٨ ٥	ولما كانت زاوية المؤثرة تساوي [illegible]	١٤ ٢٨ ٣٩	فيكون ضلع [illegible]	٠ ١٥ ٢٩ ٣٠	[illegible]	١ ٣٥ ٣٧ ٢٨
في الوجه الثاني	٢٠ ٣١ ٤٩		٠ ٢١ ٢٩ ٥٧		٢٤ ٢٨ ٣٩		٠ ٢٧ ١٨ ١٩		١ ٣٥ ٥٢ ١٥
في الوجه الثالث	١٨ ٤٢ ٥		٠ ١٩ ٣٥ ٣		٢٦ ١٧ ٥٥		٠ ٢٩ ٣٩ ٥٩		١ ٣٦ ٢١ ٤٧

فإذا ضربنا ثخن الطاق فيه يحصل فضل نصف محدبه على نصف مقعره بل نصف فضل جميع محدبه على جميع مقعره وضعفناه في الجدول الثاني ، ثم ضربنا	فيما ع ط وهو جيب الزاوية ط ع هـ	٢ ٠ ٠ ٠	وقسمنا الحاصل على جيب الزاوية [illegible]	٣٠ ٠ ٠ ٠	خرج من القسمة طول القوس	هـ ط	١ ٨ ١٥ ١٦	وهو ارتفاع [illegible] أسفل الطاق [illegible] في الثالث [illegible] وضعفناه يحصل
		٢ ٢٤ ٥١ ٥٠		٤٢ ٣٥ ٢٥ ٤		هـ ط	١ ١١ ٥٠ ٣٢	
		٢ ٣٠ ٢١ ٥٠		٤٢ ٣٥ ٢٥ ٤		س ط	١ ٩ ٥ ١	

٠ ٣٤ ٧ ٣٨	وضعفناه في الجدول الثالث [illegible] جيب المؤثرة	٥٨ ٥ ٤١	[illegible] القسمة	١١ ٤٨ ٤	[illegible]	ضربنا نصف قطر القطعة حـ د [illegible] القوس [illegible]	حـ هـ د	١ ٢ ٤٩ ٥٥	ثم ضربنا نصف قطر القطعة الثانية في القوس ط هـ	٣٤ ٣٦ ١٦
٠ ٣٥ ٥٥ ١٦		٥٤ ٣٦ ٣٩		١٥ ٥٥ ١٢			حـ هـ د	٠ ٤٧ ٧ ٢٦		٥١ ٥٤ ٥٦
٠ ٣٨ ١٧ ٣٠		٥٣ ٤٧ ٢٣		١٦ ٥٥ ٣٨			حـ هـ د	٠ ٥٩ ٣٨ ٢٩		٤٩ ٤٣ ١١

فضل ضعف ماح القطاع ط ع ح	ثم ضربنا العمود الثالث في ... ح ط م ع ح ط الثلث فخرج	ضربناه في كاغدة الثلث وكعب	وفضل ضعف ماح الثلث وكعب	نقصناه من ضعف ضلع القطاع ط ع ح ما فيه الكعب ضعف		
١ ٩ ١٢ ٣٢	٣٠ ٠ ٠ ٠ ٠	١ ٨ ١٥ ١٦	٣٤ ٧ ٣٨		ط هـ ح	٣٥ ٤ ٥٤
٢ ٥ ٤٩ ٥٩	١ ٠ ٠ ٠ ٠	١ ١١ ٥٠ ٣٢	١ ١١ ٥٠ ٣٢		ط هـ ح	٥٣ ٢٩ ٢٧
٢ ٦ ١٤ ٥٦	١ ٧ ٣٠ ٠ ٠	١ ٩ ٥ ١	١ ١٧ ٤٣ ٩		ط س ح	٢٨ ٣١ ٢٧

زدناه على ضعف القطاع		فصل ماح ... في الزاوية ... ضعفه		فإذا جعلنا من ... فتحه ... هذه الماح		
	ح هـ د		١ ٣٧ ٥٤ ٤٩		٢٤ ٢٨ ٤٢	وهو العدد الموضوع في الجدول الخامس
	ح هـ د		١ ٤٠ ٣٧ ٥٣		٢٥ ٩ ١٣	
	ح ن د		١ ٤٧ ٢٦ ٤		٢٧ ٢ ٣٤	

فاذا : عرفت (كيفية) إستخراج تلك النسبه في الوجوه (الواجهات) الثلاثة


صهيب حسن الأشعري الشافعي

فهرست المواضيع

الموضوع		الصفحة
الباب الثامن :	فى الضرب	٩١ — ٩٤
الباب التاسع :	فى القسمة	٩٤ — ٩٥
الباب العاشر :	فى استخراج الضلع الأول من المضلعات إن كان الكسر المخرج منطقين	٩٥ — ٩٨
الباب الحادى عشر:	فى تحويل كسر من مخرج إلى مخرج آخر :	٩٨ — ١٠١
الباب الثانى عشر:	فى كيفية ضرب الدوانيق والطساسيج والشعيرات بعضها فى البعض	١٠١ — ١٠٢
المقالة الثالثة :	فى طريقة حساب المنجمين	١٠٣ — ١٢٨
الباب الأول :	فى معرفة أرقامهم وكيفية وضعها	١٠٣ — ١٠٤
الباب الثانى :	فى التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق	١٠٤ — ١٠٧
الباب الثالث :	فى الضرب	١٠٨ — ١١٣
الباب الرابع :	فى القسمة	١١٤ — ١١٦
الباب الخامس:	فى استخراج الضلع الأول من المضلعات	١١٧ — ١٢٠
الباب السادس:	فى تحويل الأرقام الستينية إلى الهندية . . .	١٢١ — ١٢٨
المقالة الرابعة	فى المساحة	١٢٩ — ١٨٨
الباب الأول :	فى مساحة المثلث وما يتعلق بها	١٣٠ — ١٣٧
الباب الثانى :	فى مساحة ذو الأربعة الأضلاع وما يتعلق بها	١٣٧ — ١٤٠
الباب الثالث :	فى مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة وما يتعلق بها .	١٤١ — ١٤٥
الباب الرابع :	فى مساحة الدائرة وأبعاضها	١٤٦ — ١٥٧
الباب الخامس:	فى مساحة ساير السطوح المستوية التى لم نذكرها . .	١٥٧ — ١٥٨
الباب السادس:	فى مساحة السطوح المستديرة كسطوح الاسطوانات والمخروطات والأكر وما يتعلق بها	١٥٨ — ١٦٤
الباب السابع :	فى مساحة الأجسام	١٦٤ — ١٧٢
الباب الثامن :	فى معرفة مساحة بعض الأجسام عن وزنه وبالعكس . .	١٧٢ — ١٧٦
الباب التاسع :	فى مساحة الأبنية والعمارات — فى مساحة الطاق والأزج . . فى مساحة القبة المجوفة — فى مساحة سطوح المقرنسات . . .	١٧٦ — ١٨٨


صهيب حسن الأشعري الشافعي

فهرس الأعلام

الموضوع	الصفحة

(ا)

(ب)

(ت)

(م)

(ن)

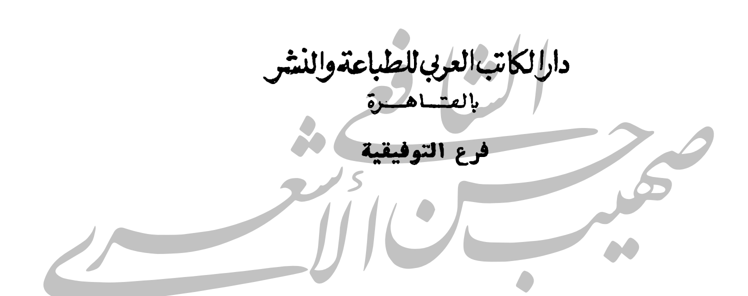
(هـ)

(ى)


صهيب حسن الشافعي الأشعري

دار الكاتب العربي للطباعة والنشر
بالقاهرة

فرع التوفيقية





دار الكاتب العربي للطباعة والنشر
بالقاهرة
فرع التوفيقية

الثمن ٩٠ ص